

基于混合灵敏度函数的 H_∞ 控制器参数模糊优化方法

李大中, 金洪亮, 刘淑平

(华北电力大学 控制科学与工程学院, 河北 保定 071003)

摘要: 给出了 SISO 系统 H_∞ 控制器参数优化过程, 提出了一种系统性能模糊评价优化设计方法, 根据系统动态特性通过模糊优化控制策略动态校正控制器结构参数. 结果表明, 本方法对模型不确定性具有良好的鲁棒性适应性和动态特性, 控制品质优于一般 H_∞ 控制和常规 PID, Smith 预估器.

关键词: 混合灵敏度; H_∞ 控制; 动态性能; 模糊优化

中图分类号: TP13 **文献标识码:** A

Method of parameter fuzzy optimization of H_∞ controller based on mixed sensitivity function

LI Da-zhong, JIN Hong-liang, LIU Shu-ping

(College of Control Science and Engineering, North China University of Electric Power, Hebei Baoding 071003, China)

Abstract: An approach of H_∞ controller parameter optimization for SISO system and an optimized design method of system performance fuzzy appraisalment were both introduced. Controller structure parameter was dynamically rectified with the fuzzy optimization control tactics according to system dynamic performance. As a result, this method has good robustness and dynamic performance for model uncertainty, the quality of control is better than general H_∞ , PID and Smith control.

Key words: mixed sensitivity; H_∞ control; dynamic performance; fuzzy optimization

1 引言 (Introduction)

标准 H_∞ 控制问题无论从理论上还是算法实现上都已基本成熟, 其难点在于应用中性能指标的设定和权函数的选取. 不同的对象和设计指标要求不同的权函数, 且相互之间没有特定的规律可循, 因而导致设计中存在保守性.

本文从克服 H_∞ 控制保守性出发, 首先基于混合灵敏度和加权函数的选择给出了控制器参数设计方法, 在此之上提出了系统性能模糊评价设计思想, 根据系统动态特性通过模糊优化策略动态校正 H_∞ 控制器结构参数. 仿真证明, 本方法既考虑了系统的鲁棒性能, 又兼顾了系统的动态性能, 较好的解决了一般 H_∞ 控制设计中存在的性能指标单一、保守等问题.

2 鲁棒性能设计 (Robustness performance design)

2.1 混合灵敏度问题 (Mixed sensitivity problem)

根据灵敏度函数 $S(s)$ 和补灵敏度函数 $T(s)$ 的

定义^[1], 最小灵敏度问题可表示为:

$$\min_{A \text{ 稳定 } P} \| S(s) \|_\infty$$
, 其中 $\| S(s) \|_\infty$ 是闭环系统对于扰抑制能力的度量. 但从鲁棒稳定性出发, 希望 $T(s)$ 越小越好, 为此二者是一对矛盾的性能指标, 相互影响, 因此要折中处理. 考虑将 $S(s)$ 和 $T(s)$ 变小的频域相互分开, 即: $\| S(s) \|_\infty < \epsilon_1, s \in R_1$, $\| T(s) \|_\infty < \epsilon_2, s \in R_2$, 其中, ϵ_1, ϵ_2 为正数, R_1, R_2 是没有公共部分的频域.

一般的, 扰动信号具有低频特性, R_1 常选为低频部分; 而模型不确定性是由于忽略了高频特性所引起, R_2 常选为高频部分, 可求满足条件:

$$\sup_{\omega} (\| W_1(j\omega) S(j\omega) \|^2 + \| W_2(j\omega) T(j\omega) \|^2) < \epsilon^2$$

的控制器, 其中, W_1 和 W_2 是在 R_1 和 R_2 上具有较大值的加权函数, ϵ 为一正数, 这即是混合灵敏度问题:

$$\min_{A \text{ 稳定 } P} \left\| \begin{matrix} W_1 S \\ W_2 T \end{matrix} \right\|_\infty \leq \gamma. \quad (1)$$

2.2 加权函数的选取 (Selection of weighting function)

\$H_\infty\$ 控制器设计应使闭环系统具有一定的鲁棒稳定性和抗干扰能力,而这些指标可通过合理选择加权函数^[2],使 \$S\$ 和 \$T\$ 按系统要求“成型”实现.不失一般性,混合灵敏度问题亦可表示为

$$\min_{K \text{ 稳定}} \left\| \begin{matrix} W_1 S \\ W_2 T \end{matrix} \right\|_\infty \leq 1. \quad (2)$$

即令式(1)中的 \$\gamma = 1\$ (\$\gamma \neq 1\$, 可将其归入 \$W_1, W_2\$ 中).

2.3 加权函数与鲁棒性能的关系 (Relation of weighting function and robustness)

定理 1^[3] 对于 \$\forall \Delta \in B\$, 图1系统具有鲁棒性能的充要条件是 \$\|\mu(M)\|_\infty \leq 1\$. 其中 \$B = \{\Delta \mid \sigma(\Delta) < 1\}\$, \$\|\mu(M)\|_\infty = \sup_\omega \mu[M(j\omega)]\$. 常规方法是利用 \$\mu\$ 值上界公式: \$\mu(M) \leq \inf_D \sigma[DMD^{-1}]\$, 固定 \$D\$ 求解 \$K\$, 依次迭代有

$$\sigma \left(\begin{bmatrix} W_1 S \\ W_2 T \end{bmatrix} \right) \leq \mu(M) \leq \sqrt{2} \sigma \left(\begin{bmatrix} W_1 S \\ W_2 T \end{bmatrix} \right). \quad (3)$$

由式(3)可知,只要在鲁棒稳定条件上留出稳定裕度,即可满足下式

$$\mu(M) \leq \sqrt{2} \sigma \left(\begin{bmatrix} W_1 S \\ W_2 T \end{bmatrix} \right) \leq \min_{K \in \text{稳定}} \left\| \begin{matrix} W_1 S \\ W_2 T \end{matrix} \right\|_\infty \leq 1. \quad (4)$$

保证系统具有一定的鲁棒性能.实例分析,取对象模型为

$$P(s) = \frac{k}{Ts + 1} e^{-\tau s},$$

其中 \$k = 1, T = 100, \tau = 100\$. 不确定性摄动 \$|\Delta|\$

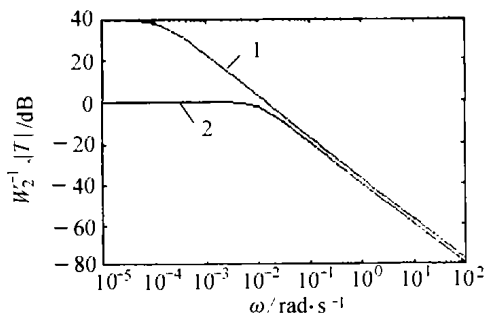


图2 乘性不确定函数和补灵敏度函数
Fig. 2 Multiplication uncertainty and compensation sensitivity function

\$= |e^{-\tau s} - 1|\$, 则

$$|W_2(s)| \geq |\Delta| = |e^{-\tau s} - 1| = |e^{-100s} - 1|^{[2]},$$

取

$$W_2(s) = 85s + 0.01, W_1(s) = 0.5 \frac{s + \rho}{s},$$

\$\rho\$ 为可调参数,经调整取 \$\rho = 0.02\$, 可得 \$H_\infty\$ 最优控制器 \$K(s) = (30.85s + 0.3085)/(s^2 + 30.61s)\$, 且 \$|S_\Delta|_{\max} = 2.2516\$ (\$S_\Delta\$ 为系统受扰灵敏度函数^[4]).

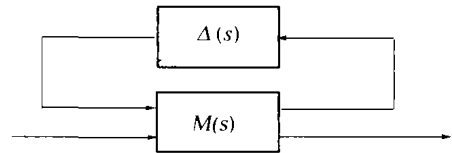


图1 鲁棒性能标准问题
Fig. 1 Robustness standard

由图2(1为乘性不确定函数 \$W_2^{-1}\$; 2为补灵敏度函数 \$|T|\$) 可知,由于设计时只考虑了系统鲁棒稳定性要求,没有留出一定的稳定裕量,因此,在高频区域, \$T\$ 趋向于稳定边界,性能较差. 图3(1为 \$|W_2 T|\$; 2为 \$|W_1 S|\$; 3为 \$\mu(M)\$) 中, \$W_2 T, W_1 S\$ 在相应频段上可满足设计要求,但不满足条件 \$\mu(M) \leq 1\$. 由文献[2]结论,又可选择加权函数为

$$W_1(s) = 0.5 \frac{0.02}{s}, W_2(s) = 85 \times 2s + 0.01,$$

得 \$H_\infty\$ 控制器

$$K_1(s) = \frac{1.699s + 0.01699}{s^2 + 2.219s + 0.9855e^{-15}}$$

且 \$|S_\Delta|_{\max} = 1.8302 < 2.2516\$, 鲁棒性能优于前面的设计. 如图4(1为灵敏度函数 \$S\$; 2为受扰灵敏度函数 \$S_\Delta\$), 和图5(1为乘性不确定函数 \$W_2^{-1}\$; 2为补灵敏度函数 \$|T|\$) 所示.

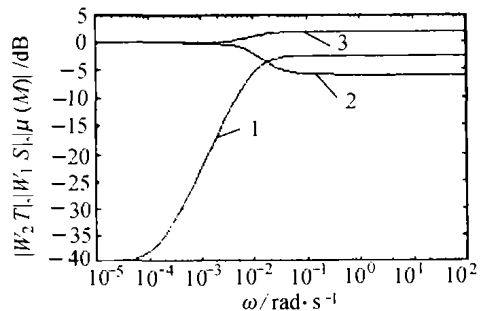


图3 结构奇异值
Fig. 3 Structured singular value

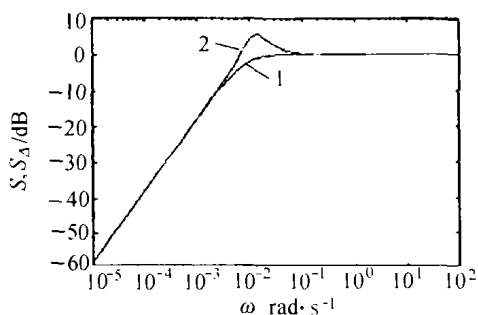


图 4 灵敏度函数和受扰灵敏度函数
Fig. 4 Sensitivity function and perturbations sensitivity function

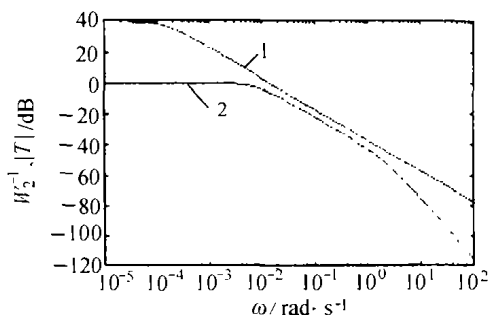


图 5 补灵敏度函数和乘性不确定函数
Fig. 5 Compensation sensitivity function and multiplication uncertainty

3 控制器参数的模糊优化 (Fuzzy optimization of controller parameter)

3.1 模糊优化策略的构成 (Constitutes of fuzzy optimization maneuver)

H_∞ 控制具有很多优点,但有一定的保守性,因此动态性能较差.而模糊控制方法具有实现简单,容易体现专家经验等优点,但是缺乏系统化的方法.

本文提出的系统性能模糊优化主要包括两部分:即模糊评价和控制器参数校正.模糊评价部分,根据系统偏差和偏差变化率评定系统当前状态;控制器参数校正部分,则根据当前系统状态按照相关规则进行校正.模糊优化原理如图 6 所示.

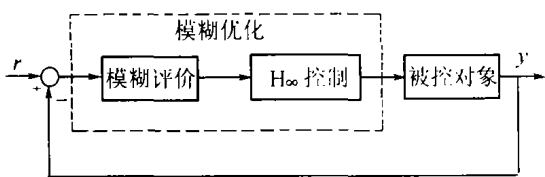


图 6 具有模糊评价的 H_∞ 控制系统
Fig. 6 H_∞ control system with fuzzy appraisal

3.2 模糊评价建立 (Build of fuzzy appraisal)

一般对于反馈系统以偏差和偏差变化率足以描述被控对象的特性.根据模糊控制原理每个模糊量的集合中定义语言变量越细控制效果越好,但考虑实际过细取值意义不大,甚至会导致控制器参数频繁切换,使控制效果变差等,因此一般语言变量定义 5~7 个最适宜.定义模糊量集合为:偏差 $E = \{\text{负大、负小、零、正小、正大}\}$,偏差变化率 $EC = \{\text{负大、负小、零、正小、正大}\}$,控制作用 $U = \{\text{强、中、标准}\}$.由此建立系统性能模糊评价表 1,其中系统性

能差,校正作用强;系统性能好,校正作用标准;系统性能中,校正作用中.

3.3 灵敏度函数与模糊优化 (Sensitivity function and fuzzy optimization)

由于 $\|S\|_\infty$ 是闭环系统对干扰抑制和命令跟踪能力的度量,当 $\|S\|_\infty$ 减小时,控制器作用增强,系统的准确性和快速性增强;当 $\|S\|_\infty$ 增大时,控制器作用减弱,但一定程度上使系统稳定性增强.由此,可间接建立系统性能和 $\|S\|_\infty$ 间对应关系表 2.

表 1 系统性能模糊评价

Table 1 Fuzzy appraisal of system performance

EC	E				
	负大	负小	零	正小	正大
负大	差	差	中	中	中
负小	差	中	中	好	中
零	中	中	好	中	中
正小	中	好	中	中	差
正大	中	中	中	差	差

表 2 对应关系

Table 2 Corresponding relation

校正作用	强	中	标准
$\ S\ _\infty$	小	中	标准

3.4 加权函数的校正 (Modify of weighting function)

综合表 1 和表 2 可得实际控制作用表 3,表中“标准”指选取最保守的 H_∞ 控制器,“强”指选取 H_∞ 范数最小的控制器,“中”指各项性能处于上面两者之间的控制器.

表 3 实际控制作用

Table 3 Control action

EC	E				
	负大	负小	零	正小	正大
负大	强	强	中	中	中
负小	强	中	中	标准	中
零	中	中	标准	中	中
正小	中	标准	中	中	强
正大	中	中	中	强	强

3.5 控制器族选取与模糊优化规则确立 (Selection of controller group and establish of fuzzy optimization rule)

根据上述分析,控制器族可选取为: $K(S)$ 校正作用标准, $K_1(S)$ 校正作用强. 通过再选取加权函数: $W_1(s) = 0.5(s + 0.02)/s$ 和 $W_2(s) = 85 * 1.42s + 0.01$, 得到校正作用中 $K_2(S) = (0.7177s + 0.007177)/(s^2 + 0.835s)$; 系统性能如图 7(1 为灵敏度函数 S ; 2 为受扰灵敏度函数 S_Δ). 此时 $1.8302 < |S_\Delta|_{\max} = 2.0230 < 2.2516$, 由此可建立控制器结构参数模糊优化规则表 4.

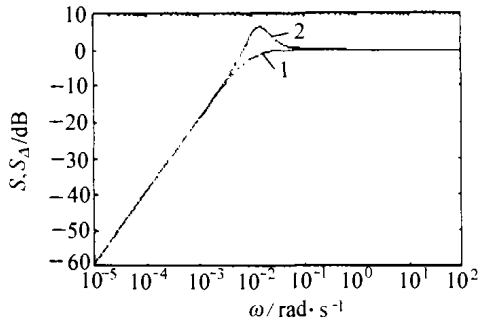


图 7 灵敏度函数和受扰灵敏度函数

Fig. 7 Sensitivity function and perturbations sensitivity function

表 4 控制器结构参数模糊优化规则

Table 4 Fuzzy optimization rule of controller structure parameter

EC	E				
	负大	负小	零	正小	正大
负大	$K_1(S)$	$K_1(S)$	$K_2(S)$	$K_2(S)$	$K_2(S)$
负小	$K_1(S)$	$K_2(S)$	$K_2(S)$	$K(S)$	$K_2(S)$
零	$K_2(S)$	$K_2(S)$	$K(S)$	$K_2(S)$	$K_2(S)$
正小	$K_2(S)$	$K(S)$	$K_2(S)$	$K_2(S)$	$K_1(S)$
正大	$K_2(S)$	$K_2(S)$	$K_2(S)$	$K_1(S)$	$K_1(S)$

4 仿真 (Simulations)

取对象模型为

$$P(s) = \frac{1}{100s + 1} e^{-50s}$$

当 τ (非结构不确定性) 变化 100% 和 T (结构不确定性) 变化 -50% 时, 系统在本文方法、常规 PID、Smith 预估器控制下的单位阶跃响应曲线如图 8~13 所示, 图中, $y(t)$, $u(t)$ 分别为闭环系统输出和控制器输出. 结果表明, 本方法对于对象的结构和非结构不确定性具有较强的适应性和鲁棒性, 而且对提高系统的动态品质是有效的.

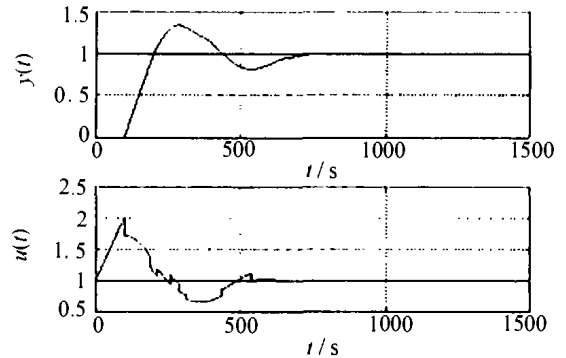


图 8 $\tau = 100, T = 100$ 时本文方法

Fig. 8 Method of this paper when $\tau = 100, T = 100$

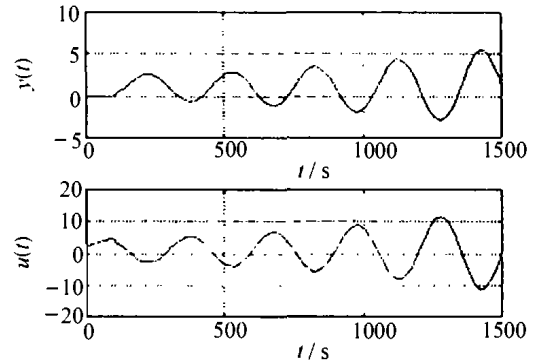


图 9 $\tau = 100, T = 100$ 时常规 PID

Fig. 9 Normal PID when $\tau = 100, T = 100$

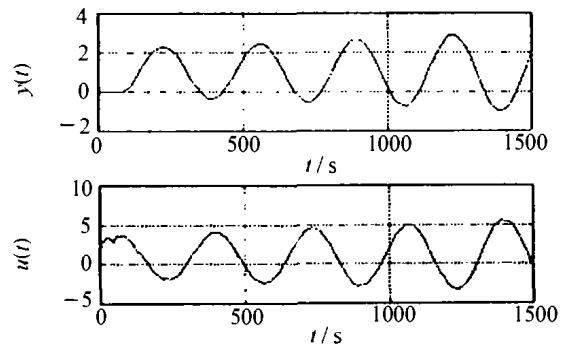
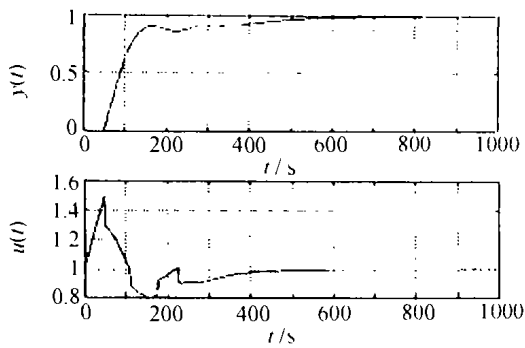
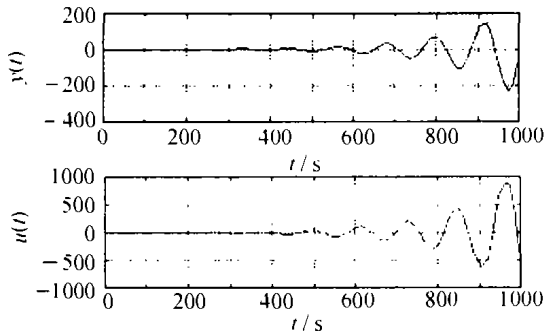
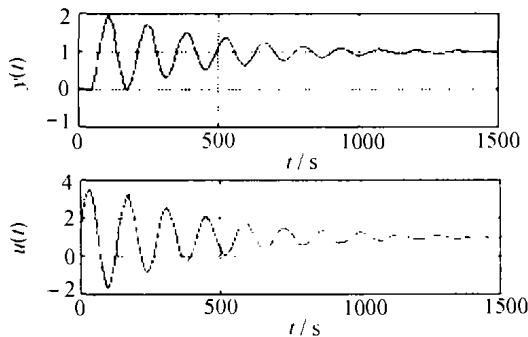


图 10 $\tau = 100, T = 100$ 时 Smith 预估器

Fig. 10 Smith predictor when $\tau = 100, T = 100$

图 11 $\tau = 50, T = 50$ 时本文方法 DFig. 11 Method of this paper when $\tau = 50, T = 50$ 图 12 $\tau = 50, T = 50$ 时常规 PIDFig. 12 Normal PID when $\tau = 50, T = 50$ 图 13 $\tau = 50, T = 50$ 时 Smith 预估器Fig. 13 Smith predictor when $\tau = 50, T = 50$

5 结论 (Conclusions)

1) 在标准混合灵敏度加权函数选择基础上,适当调整加权函数高频段的特性,并根据式(3)将 W_1' , W_2' 考虑提高一定的倍数,就可满足式(4),这样既可减少其保守性,又使系统具有一定的鲁棒性能。

2) 针对 H_∞ 设计的保守性,给出了一种系统性能模糊评价方法,根据评价结果,建立了系统性能与 H_∞ 范数间模糊关系,并提出一种模糊优化鲁棒控制规则,即 H_∞ 控制器结构参数校正方法。

3) 仿真证明,本文方法设计的控制器,对于对象模型存在的不确定性 (τ, T),既有良好的鲁棒适

应性,又使系统动态品质有了明显的提高,整体性能优于常规 H_∞ 控制和 PID, Smith 预估方法。

参考文献 (References):

- [1] 吴敏, 桂卫华. 现代鲁棒控制 [M]. 长沙: 中南工业大学出版社, 1998.
(WU Min, GUI Weihua, *Modern Robustness Control* [M]. Changsha: Zhongnan Industry University Press, 1988.)
- [2] POSTLETHWAITE I, KOULER M, SAROUCH J Y. Weighting function selection in H_∞ design [C] // *Proc of IFAC Conf Tallinn*. Estonia: [s. n.], 1992: 104 - 109.
- [3] 吴敏, 桂卫华, 沈德耀. 不确定性线性变量系统的鲁棒控制新方法 [J]. 计算技术与自动化, 1993, 12(1): 1 - 9.
(WU Min, GUI Weihua, SHEN Deyao. A new method of robustness control for uncertainty linearity variable system [J]. *Calculation Technology and Automatization*, 1993, 12(1): 1 - 9.)
- [4] DOYLE J C. A review of H_∞ for case study in robust control [C] // *Proc of IFAC 10th Triennial World Congress*. Englewood Cliffs: Birkhause, 1987: 365 - 372.
- [5] ZAMES G. Feedback and optimal sensitivity: model reference transformations, multiplicative seminorms, and approximate inverse [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1981, 26(2): 301 - 320.
- [6] SAMPEI M, MITA T, NAKAMICHI M. An algebraic approach to H_∞ output feedback control problems [J]. *Systems and Control Letters*, 1990, 14(1): 13 - 24.
- [7] McFARLANE D, GLOVER K. A loop shaping design procedure using H_∞ synthesis [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1992, 37(6): 759 - 769.
- [8] 解学书, 钟宜生. H_∞ 控制理论 [M]. 北京: 清华大学出版社, 1994.
(XIE Xueshu, ZHONG Yisheng. *H_\infty Control Theory* [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1994.)
- [9] 李士勇. 模糊控制、神经控制和智能控制论 [M]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 1998.
(LI Shiyong. *Fuzzy Control, Neural Control and Intelligence Cybernetics* [M]. Harbin: Harbin Industry University Press, 1998.)

作者简介:

李大中 (1961—), 男, 华北电力大学自动化系教授, 研究生导师. 研究领域包括: 鲁棒控制策略与方法, 智能控制理论与应用, 先进控制策略在复杂系统控制中的应用, 电力监控系统集成设计开发. E-mail: dazhongli2002@163.com;

金洪亮 (1978—), 男, 华北电力大学硕士研究生. 研究方向为鲁棒优化控制理论与方法;

刘淑平 (1960—), 男, 华北电力大学信息与网络管理中心副教授. 研究领域包括: 智能控制理论与应用, 电力监控系统集成与软件设计.