

基于混合信号的状态估计方法

莫以为, 萧德云

(清华大学 自动化系, 北京 100084)

摘要: 传统的系统状态估计方法只用到连续信号, 而离散测量信号所包含的信息没有得到利用. 提出一种基于混合信号(包括连续和离散)的系统状态估计方法, 既利用了连续信号, 也用到离散信号的信息. 该方法将离散信号的变化视作系统的离散事件, 提取其准确的信息并参与系统状态估计, 构成具有混合系统特性的新型状态估计器. 还讨论了该估计器的稳定性条件和设计方法. 仿真实验证明这种所提出的状态估计方法可以有效地改善系统的状态估计性能.

关键词: 状态估计; 混合信号; 混合系统; 线性矩阵不等式(LMI)

中图分类号: TP13 **文献标识码:** A

Approach of state estimation based on hybrid signals

MO Yi-wei, XIAO De-yun

(Department of Automation, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract: While only continuous signals are utilized in traditional system states estimation approach, information contained in discrete measurements is ignored. A new approach is proposed, that makes use of these continuous signals and also those discrete signals. In the proposed framework, information contained in these discrete events of system, denoting the changes of discrete signals, is involved in system states estimation as those continuous signals, and then the novel state estimator is constructed. Stability conditions and design procedures for this estimator are also discussed. The simulation experiment demonstrates that the proposed approach based on hybrid signals could improve the performance of system states estimations.

Key words: state estimation; hybrid signals; hybrid system; linear matrix inequality(LMI)

1 引言(Introduction)

在控制工程领域, 系统状态估计是一个倍受关心的问题, 它对系统控制和监测都有重要的作用. 若状态表示的是过程的物理量, 对它的估计将有助于系统操作. 即使它不是过程的物理量, 对系统的控制器设计也是十分有用. 在实际系统中, 出于经济或技术上的考虑, 一部分过程参数可能采用连续传感器检测, 而另一部分参数可能采用离散(如二位式)传感器检测. 这种检测配置在实际应用中是有实用价值的, 因为离散传感器比连续传感器要便宜得多, 而且更为可靠. 在生产系统中经常会遇到这种情形, 连续检测是在每一采样时间都可以得到观测值, 离散传感器得到的是定性离散信号, 表示对应的测量对象处于某个确定范围. 传统的系统状态估计都是利用连续信号在模型的支持下进行, 离散信号仅作为

操作指示或参考. 离散信号大部分是一些定性信号, 所包含的信息在多数情形下是不精确的. 但是, 如果将离散信号的变化看作一个事件的发生, 那么事件本身所包含的信息却是精确的. 如何充分利用这些离散信号的变化(或者说离散事件)所包含的信息是本文所要研究的问题. 如果将传统的状态估计看作是连续系统的话, 那么将离散信号的变化(事件)也包含在状态估计中, 就可将这类既有离散信号又有连续信号的系统视作混合系统. 这里所谓的混合信号是指同时包含了连续信号与离散信号. 本文试图使用混合动态系统的观点来讨论这类系统的状态估计问题, 其中离散信号的变化将视作系统外部的一种离散事件. 类似的问题在文献[1]和文献[2]中曾经受到注意, 文献[1]关心的问题是怎样用离散输出量来更新系统的状态估计, 并给出了观测的稳定性

条件,所用的设计方法是“基于投影的观测器”.本文在此基础上,采用一种与文献[1]不同的、同时包含连续信号和离散信号的观测器反馈.在文献[2]中,Schnabel 利用离散测量来重构连续系统的状态,采取与混合系统验证(verification)相类似的方法,从一个假定的包含初始状态的集合中出发,根据系统模型的输入估计出系统的可能变化范围,当离散事件发生时用事件发生的条件与估计出的范围相交,逐步减小系统状态的可能范围,直至完全确定系统的状态.文献[3]也讨论了类似的问题.

2 问题的表达(Problem formulation)

本文只考虑离散时间线性连续动态系统的情形,而在进行状态估计时同时利用了连续信号和离散信号.不失一般性(若为线性仿射系统,通过变换可得相似表示),这种系统可以分成两部分描述:

系统方程 Σ :

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + Bu(k), \\ y(k) = \begin{bmatrix} y_c(k) \\ y_d(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_c \\ C_d \end{bmatrix} x(k) = Cx(k). \end{cases} \quad (1)$$

测量方程 O :

$$z_c = y_c, \quad z_q = \Gamma(y_d). \quad (2)$$

其中:状态向量 $x \in \mathbb{R}^n$,输入向量 $u \in \mathbb{R}^r$,输出向量

$y = \begin{bmatrix} y_c \\ y_d \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^m$;这里 $y_c \in \mathbb{R}^{m_1}$, $y_d \in \mathbb{R}^{m_2}$, $m_1 + m_2 = m$;对应的矩阵分别为 $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B \in \mathbb{R}^{n \times r}$, $C_c \in$

$\mathbb{R}^{m_1 \times n}$, $C_d \in \mathbb{R}^{m_2 \times n}$, $C = \begin{bmatrix} C_c \\ C_d \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{m \times n}$; $z_c \in \mathbb{R}^{m_1 \times 1}$ 为

连续测量向量; $z_q = (z_q^1, \dots, z_q^{m_2}) \in \tilde{Z}_q = \{1, \dots, n_1\} \times \dots \times \{1, \dots, n_{m_2}\}$ 为量化(离散)测量向量, $\{1, \dots,$

$n_i\}$ 表示第 z_q^i 的量化(定性)输出有限集(因为离散传感器的个数是有限的); $\Gamma: (0, \infty) \times \mathbb{R}^{m_2} \rightarrow (0, \infty) \times I$ 是量化算子函数,它将系统的部分连续输出按规定的关系映射为对应的定性输出(以整数表示).

定性离散信号(整数)表示对应的测量值处于某个范围,是不精确的,故对系统状态估计的直接贡献是很微弱的.若把离散信号的变化视作一个事件,该事件所包含的信息则是精确的,即该事件的发生表明对应的测量值在事件发生时等于某一确定值,这对状态估计应当是有帮助的.如何通过获得的连续信号 z_c 和离散信号 z_q 来估计系统的状态 $x(t)$,使其均可观并收敛,这是本文所要研究的问题.

问题描述 已知系统方程 Σ 和测量方程 O ,输入 $u(t) (t \in [0, \infty))$ 和连续测量值 $z_c(k)$,以及离

散测量值序列 $z_q^i(k)$,确定系统状态的估计 $\hat{x}(t)$.

定义 1[可检测性(detectability)] 系统(1)称为可检测的(detectable),如果存在一 L ,使得矩阵 $(A - LC)$ 所有特征值位于单位圆中.

定义 2[可观性(observability)] 系统(1)称为可观的(observable),如果存在一 L ,使矩阵 $(A - LC)$ 所有特征值在单位圆中任意配置.

可检测的定义说明系统通过选择 L 使得观测系统是可镇定的;可观性的含义就是观测系统可以通过输出反馈进行极点配置.

假设

a) 系统(1)是可检测的;

b) 对 $\{A, C_c\}$ 不要求是完全可观的.

系统状态估计的设计分成两步,首先设计利用连续信号的状态估计器,然后设计利用离散信号(事件)对所估计的状态进行修正.下面先探讨后一个问题,即基于离散信号(事件)的估计修正方法,然后将其和通常意义上的观测器结合就得到基于混合信号的状态估计器.

3 估计方法(Estimation approach)

3.1 离散测量事件及其所含信息(Discrete measurement event (DME) and information it contains)

首先分析前面测量方程 O 中所提到的映射函数 Γ ,并分析对应的离散测量值事件,以及如何从这些事件中提取有用的信息.由测量方程 O 知道离散测量值

$$z_q = [z_q^1 \quad \dots \quad z_q^{m_2}]^T =$$

$$\Gamma(y_d) = [\Gamma_1(y_d^1) \quad \dots \quad \Gamma_{m_2}(y_d^{m_2})]^T,$$

分析其中一个分量 z_q^i :

$$z_q^i = \Gamma_i(y_d^i) = \begin{cases} 1, & y_d^i \leq \tilde{y}_i^1, \\ 2, & \tilde{y}_i^1 < y_d^i \leq \tilde{y}_i^2, \\ \vdots \\ n_i - 1, & \tilde{y}_i^{n_i-1} < y_d^i \leq \tilde{y}_i^{n_i}, \\ n_i, & y_d^i > \tilde{y}_i^{n_i}. \end{cases} \quad (3)$$

其中: n_i 是第 i 个离散测量所具有的离散传感器个数, $\{\tilde{y}_i^1, \dots, \tilde{y}_i^{n_i}\}$ 将离散测量值 z_q^i 对应的输出 y_d^i 的值域划分为不相交的 $n_i + 1$ 个邻域 $(-\infty, \tilde{y}_i^1], (\tilde{y}_i^1, \tilde{y}_i^2], \dots, (\tilde{y}_i^{n_i}, +\infty)$;映射函数 Γ_i 把处于不同区间的输出 y_d^i 映射为不同的整数 $z_q^i \in \{1, \dots, n_i\}$.

以下给出离散测量事件定义.

离散测量事件 当离散测量值 z_q^i 发生变化时,称该测量发生一个离散测量事件.

将离散测量事件记为 σ , 则

$$\sigma_i = \begin{cases} 0, & \text{if } z_q^i(k) = z_q^i(k-1), \\ 1, & \text{if } z_q^i(k) \neq z_q^i(k-1) \end{cases}$$

在 $\sigma_i = 1$ 时(即发生离散测量事件), 可得到该时刻对应的输出值的精确信息, 如果用 \bar{y}_q^i 来表示该对应的输出值, 则有

$$\bar{y}_q^i = \bar{y}_q^j \text{ if } (z_q^i(k) = j) \wedge (z_q^i(k-1) = j+1) \text{ or } (z_q^i(k) = j+1) \wedge (z_q^i(k-1) = j). \quad (4)$$

其中 $j \in \{1, \dots, n_i - 1\}$. 因此可以用对 (σ_i, \bar{y}_q^i) 来表示 z_q^i 的离散测量事件及其所包含的信息. 将当前时刻发生的 m'_2 个离散测量事件及其包含信息组合在一起, 得到事件矩阵 $K \in \mathbb{R}^{m'_2 \times m'_2}$ 及其信息向量 $\bar{y}_q \in \mathbb{R}^{m'_2}$. 记对应测量矩阵为 C_q :

$$K = \text{diag}[\sigma_1, \dots, \sigma_{m'_2}],$$

$$\bar{y}_q = \Xi(z_q) = [\bar{y}_q^1, \dots, \bar{y}_q^{m'_2}]^T. \quad (5)$$

3.2 基于离散测量事件的信息向量投影估计方法 (Projected estimation method based information vector contained in discrete measurements event)

在这一节中要讨论离散测量事件的信息如何用于系统状态估计. 为简单起见, 首先考虑输出均为离散测量时的情形, 参看图 1. 图中状态空间表示为 C 的值域 (range) 和 C^T 的零空间的直和. 选择一个满秩矩阵 Ψ 使得 $R(\Psi) = N(C^T)$. 另外, 令 M 满足离散李雅普诺夫方程 $A^T M A - M = -Q$, 其中 $Q > 0$, 并定义内积 $\langle x, y \rangle_M \equiv x^T M y$. 在该 Hilbert 空间中, 到 $N(C^T)$ 的正交投影矩阵为 $\Psi(\Psi^T M \Psi)^{-1} \Psi^T M$. 相对应 $(C^T)^\perp M = R(M^{-1} C)$ 的投影是 $I - \Psi(\Psi^T M \Psi)^{-1} \Psi^T M$. 测量离散事件发生时, y 数值中被精确知道的是离散事件所包含的信息向量 \bar{y}_q , 即状态满足方程 $\bar{y}_q = Cx$ 并且是在超平面上, 如图中所示. 如果 \hat{x} 是当前状态估计的话, 可用沿 $R(M^{-1} C)$ 到包含 x 的超平面的最近点 (对于 $\langle \cdot, \cdot \rangle_M$) 的投影来修正. 用测量离散事件信息向量 \bar{y}_q 来计算投影, 并修正所得到的估计

$$\hat{x}_{\text{new}} = \hat{x} - M^{-1} C^T (C M^{-1} C^T)^{-1} K (\hat{y} - \bar{y}_q). \quad (6)$$

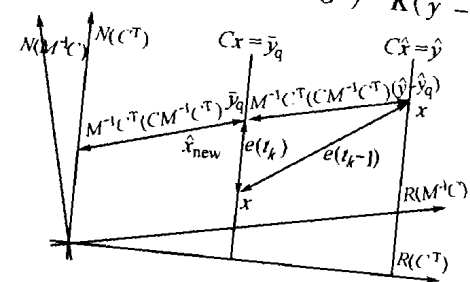


图 1 投影方法图示

Fig. 1 Projected estimation method representation

3.3 基于连续测量值的观测器 (Observer based on continuous measurements)

这个问题早已经被解决, 可根据系统模型构造出系统观测器或者采用龙伯格观测器, 或者卡尔曼滤波器. 这里采用龙伯格观测器 (其结构见图 2), 观测器的方程是

$$\hat{x}(k+1) = A \hat{x}(k) + B u(k) + L (y_c - C_c \hat{x}(k)). \quad (7)$$

利用连续测量值 y_c 能够估计系统中对应于 $\{A, C_c\}$ 可观部分的状态. 因离散测量事件的发生时间不是确定的, 故要求系统是可检测的. 在该假设前提下, 首先设计龙伯格观测器的增益矩阵 L 使得观测器的估计误差的动态特性稳定 (即能够收敛). 有以下定理:

定理 1 假定系统(1)的连续部分 (A, C_c) 是可检测的, 如果对存在一个对称矩阵 P 是以下的代数李雅普诺夫不等式方程的解而言,

$$(A - LC_c)^T P (A - LC_c) - P < 0, \quad (8)$$

那么观测器(7)的估计误差就渐近收敛到零.

证 观测器状态估计误差是 $e(k) = x(k) - \hat{x}(k)$, 当仅考虑系统方程(1)的连续部分, 可得误差动态方程

$$e(k+1) = (A - LC_c) e(k).$$

考虑李雅普诺夫函数 $V(k) = e(k)^T P e(k)$, 其中 P 是一对称正定矩阵, 在下一时刻有

$$V(k+1) = e(k+1)^T P e(k+1) = e(k)^T (A - LC_c)^T P (A - LC_c) e(k),$$

故有

$$V(k+1) - V(k) = e(k)^T [(A - LC_c)^T P (A - LC_c) - P] e(k),$$

且如果满足式(8), 就可以得到 $V(k+1) \leq V(k)$, $\forall e(k) \in \mathbb{R}^n$, 定理得证.

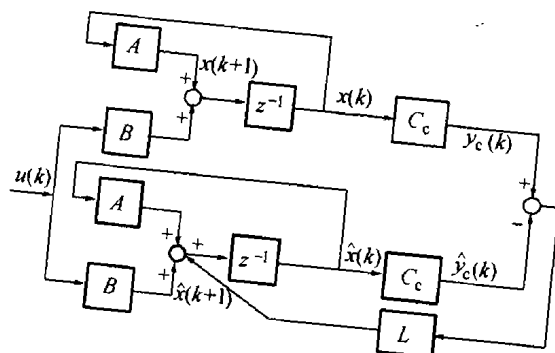


图 2 常规龙伯格观测器

Fig. 2 General luenberger observer

3.4 基于混合信号的状态观测器(Observer based on hybrid signals)

本文所讨论的系统除了包含连续测量信号外,还包含着离散测量信号,其特点是:发生时间不确定,但是比较可靠,抗噪声能力强,受外界干扰小.因此将这类可靠的离散测量信号排除在系统状态估计外对信息的充分应用是一个损失.由前面 3.1 节所讨论的离散测量事件可知它所包含的信息是精确的,应该得到应用.本文就是从该观点出发而提出系统状态的估计方法.因为提出的估计器所利用的信号不仅包括连续信号,也包含了离散测量信号(离散测量事件),可认为是一个混合系统.在上面 3.1 节提出的基于连续测量的状态观测器基础上,本文所提出的基于混合信号的状态观测器如图 3 所示,图中的 Γ 和 Ξ 的含义见 3.1 节的式(5).

对比图 2,所提出的观测器不同部分是 $-M^{-1}C_q^T(C_qM^{-1}C_q^T)^{-1}K(\hat{y}_q - \bar{y}_q)$,式子中 $K \in \Xi^{m'_2 \times m'_2}$,其中 $M \in \Xi^{n \times n}$ 满足李雅普诺夫方程 $(A - LC_c)^T M (A - LC_c) - M < 0$ 的对称正定矩阵.而 $K = \text{diag}[\sigma_1, \dots, \sigma_{m'_2}]$,其中

$$\sigma_i = \begin{cases} 0, & \text{if } z_q^i(k) = z_q^i(k-1), \\ 1, & \text{if } z_q^i(k) \neq z_q^i(k-1), \end{cases} \quad i = 1, \dots, m'_2.$$

具体参看 3.1 节.这一项的含义就是用离散测量事件所包含的信息对系统状态估计进行修正.因为该观测器不仅应用了连续测量信号,也应用了离散测量事件,可以认为是使用了混合信号进行状态观测,因此称为基混合信号的状态观测器,其方程为

$$\begin{aligned} \hat{x}(k+1) = & A\hat{x}(k) + Bu(k) + L(y_c - C_c\hat{x}(k)) - \\ & M^{-1}C_q^T(C_qM^{-1}C_q^T)^{-1}K(\hat{y}_q(k) - y_q(k)). \end{aligned} \quad (9)$$

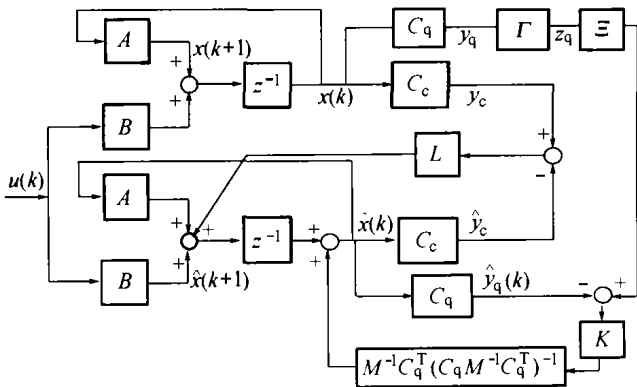


图 3 基于混合信号的状态观测器

Fig. 3 States observer based on hybrid signals

要说明的一点是,离散测量事件可以发生在系统采样时刻间,即有可能 $\bar{y}_q(k) \neq y_q(k)$,但是如果采样周期对于系统的时间常数而言是较小的话,那么可以认为 $\bar{y}_q(k) = y_q(k)$,下文同样处理不再说明.

3.5 基于混合信号的状态观测器性能分析(Analysis of states observer based on hybrid signals)

3.4 节所提出的状态观测器方程(9)可看作两个部分:第一部分是通常的龙伯格观测器 $\hat{x}(k+1) = A\hat{x}(k) + Bu(k) + L(y_c - C_c\hat{x}(k))$,其估计的误差是 $e(k) = x(k) - \hat{x}(k)$;第二部分是利用离散测量事件所包含的信息对所估计的系统状态进行修正项 $\hat{x}^{\text{new}}(k) = \hat{x}(k) - [F_1 \ \dots \ F_{m'_2}]K(\hat{y}_q - \bar{y}_q)$.由于矩阵 K 由发生的离散测量事件构成,因此,这一项体现了离散测量事件对状态估计进行修正作用.

假定估计误差的李雅普诺夫函数为 $V(k) = e(k)^T M e(k)$,那么基于混合信号的观测器的稳定性问题在以下两个子问题解决之后就得到保证:

a) 设计 L 保证基于连续测量值的观测器的稳定性;

b) 分析在出现离散事件的时所进行的状态修正不会使得函数 $V(k)$ 增加.

对于第一个问题,3.3 节的定理 1 已经解决了这个问题,假设定理 1 中所求得的对称正定矩阵 P 就是本节中要求的矩阵 M .这里要解决的是第二个问题,假设进行一个离散修正前后的估计误差分别是 $e(k)$ 和 $e^{\text{new}}(k)$,对应的李雅普诺夫函数分别是 $e(k)^T M e(k)$ 和 $e^{\text{new}}(k)^T M e^{\text{new}}(k)$,以下对两者进行比较:

$$\begin{aligned} & e^{\text{new}}(k)^T M e^{\text{new}}(k) - e(k)^T M e(k) = \\ & e(k) - M^{-1}C_q^T(C_qM^{-1}C_q^T)^{-1}KC_q e(k))^T M (e(k) - \\ & M^{-1}C_q^T(C_qM^{-1}C_q^T)^{-1}KC_q e(k)) - e(k)^T M e(k) = \\ & - e(k)^T C_q^T K^T ((C_qM^{-1}C_q^T)^{-1})^T C_q (M^{-1}) M e(k) - \\ & e(k)^T M M^{-1} C_q^T (C_qM^{-1}C_q^T)^{-1} K C_q e(k) + \\ & e(k)^T C_q^T K^T ((C_qM^{-1}C_q^T)^{-1})^T C_q (M^{-1})^T M M^{-1} \cdot \\ & C_q^T (C_qM^{-1}C_q^T)^{-1} K C_q e(k) = \\ & - e(k)^T C_q^T K^T ((C_qM^{-1}C_q^T)^{-1})^T (I - K) C_q e(k) - \\ & e(k)^T C_q^T (C_qM^{-1}C_q^T)^{-1} K C_q e(k) = \\ & - e(k)^T C_q^T (C_qM^{-1}C_q^T)^{-1} K C_q e(k) = \\ & - (y_q - \hat{y}_q)^T (C_q^T M^{-1} C_q)^{-1} K (\bar{y}_q - \hat{y}_q) \leq 0. \end{aligned}$$

这里利用了 K 的结构特点(对角等幂矩阵),并由 $(C_qM^{-1}C_q^T)^{-1}K$ 的结构可知是非负定的.因此得到

结论,即利用离散测量事件所包含的信息对原有的龙伯格观测器进行修正不会使得观测器的李雅普诺夫函数增大,由此可以得到以下的定理.

定理 2 假定系统(1)的连续部分 (A, C_c) 是可检测的,如果对存在一个对称矩阵 M 是以下的代数李雅普诺夫不等式方程的解而言,

$$(A - LC_c)^T M (A - LC_c) - M < 0, \quad (10)$$

那么在 3.4 节所提出的基于混合信号的状态观测器(9)所产生的误差渐近收敛到零.

定理 2 的证明可以结合定理 1 和本节的分析很容易给出,这里不再赘述.这是对于 (A, C_c) 是可检测的情形下的观测器设计,如果不满足该条件的话,即 $(A - LC_c)$ 有不稳定的极点下,那么如果离散事件发生的间隔 ΔT 和 $(A - LC_c)$ 满足一定条件,那么观测器的误差仍然得到保证收敛到零.

定理 3 观测器(8)是指数收敛的,如果存在矩阵 $P_2 \in \mathbb{R}^{n \times n}, \lambda > 0$ 及 $\Delta T > 0$ 使得下式成立:

$$e^{(A-LC_c)^T \Delta t_k} (I - P_2)^T M (I - P_2) e^{(A-LC_c) \Delta t_k} - e^{-\lambda \Delta t_k} M < 0, \forall \Delta t_k \leq \Delta T.$$

其中 $P_2 = L_2 C_q = M^{-1} C_q^T (C_q M^{-1} C_q^T)^{-1} K C_q \in \mathbb{R}^{n \times n}$, 而 Δt_k 是两次离散测量事件发生的间隔.

证 令 $e = x(k) - \hat{x}(k)$ 为状态误差,把式(8)解释如下

$$\begin{cases} e(k) = (A - LC_c) e(k)_t, \quad \forall k, \\ e^{\text{new}}(k) \leftarrow (I - L_2) e_t(k), \quad \forall k \in \{k_s\}_{s=0}^{\infty}. \end{cases}$$

这个方程的解为 $e(k) = e^{(A-LC_c) \Delta t_k} \prod_{i=1}^s (I - L_2) e^{(A-LC_c) \Delta t_i} e_0, \Delta t_k = t_{k+1} - t_k$. 令 $V(k, e) = e(k)^T M e(k)$ 为误差方程的李雅普诺夫函数.那么在 $k + 1$ 时刻的李雅普诺夫函数表示为

$$V(k+1, e) = e(k+1)^T M e(k+1) = e(k)^T e^{(A-LC_c)^T \Delta t_k} (I - L_2)^T M (I - L_2) e^{(A-LC_c) \Delta t_k} e(k).$$

假定定理中的条件满足的话,即

$$e^{(A-LC_c)^T \Delta t_k} (I - L_2)^T M (I - L_2) e^{(A-LC_c) \Delta t_k} - e^{-\lambda \Delta t_k} M < 0,$$

就有

$$e^{(A-LC_c)^T \Delta t_k} (I - L_2)^T M (I - L_2) e^{(A-LC_c) \Delta t_k} < e^{-\lambda \Delta t_k} M,$$

$$e(k)^T e^{(A-LC_c)^T \Delta t_k} (I - L_2)^T M (I - L_2) e^{(A-LC_c) \Delta t_k} e(k) <$$

$$e^{-\lambda \Delta t_k} e(k)^T M e(k),$$

$$V(k+1, e) < e^{-\lambda \Delta t_k} V(k, e),$$

$$\frac{V(k+1, e)}{V(k, e)} < e^{-\lambda \Delta t_k}, \forall k \in \mathbb{Z}.$$

那么 $V(k, e) = e(k)^T M e(k)$, 当 $s \rightarrow \infty$ 时,误差就

指数收敛于零.

4 状态观测器设计(Design of state observer)

从以上对基于混合信号的观测器的分析可以看到,它的设计的核心问题是对称正定矩阵 P (或者 M) 的寻找,以及连续测量值的增益矩阵 L 和离散信号的反馈矩阵 L_2 的设计.首先要给出以下的命题来将定理 1 中的存在问题进行转化.

命题 1 给定一对称正定矩阵 P , 那么不等式 $(A - LC_c)^T P (A - LC_c) - P < 0$ 等价于

$$\begin{pmatrix} P & PA - YC_c \\ (PA - YC_c)^T & P \end{pmatrix} > 0. \quad (11)$$

其中 $L = P^{-1} Y$.

证 利用 Schur 补充式 $\begin{pmatrix} Q & S \\ S^T & R \end{pmatrix} > 0 \Leftrightarrow Q - SR^{-1}S^T > 0 \Leftrightarrow Q > 0, R - S^T Q^{-1} S > 0$, 其中 R, S, Q 有相应的维数.令 $Q = P, S = P(A - LC_c)$ 而 $R = P$, 很容易得到如果 $L = P^{-1} Y$, 那么上面的两个式子是等价的.

由此,式(8)就等价地转化为一个矩阵不等式的求解.这是适合用 LMI 来解决的问题(见文献[6]).因此,所提出的基于混合信号观测器的设计就如下进行:

a) 首先是利用 LMI 技术解矩阵不等式 $\begin{pmatrix} P & PA - YC_c \\ (PA - YC_c)^T & P \end{pmatrix} > 0$, 得到 P 和 Y , 且令 $M = P$;

b) 续测量值的增益矩阵 L 和离散信号的反馈矩阵 L_2 分别为

$$L = P^{-1} Y,$$

$$L_2 = M^{-1} C_q^T (C_q M^{-1} C_q^T)^{-1} K,$$

就可以得到观测器方程

$$\hat{x}(k+1) = A \hat{x}(k) + Bu(k) + L(y_c - C_c \hat{x}(k)) - L_2(\hat{y}_q(k) - y_q(q)).$$

5 仿真例子(Simulation example)

例 3 罐系统.

系统由 3 个罐构成,如图 4 所示.罐 3 总是往外流出液体,而罐 1 的流入量是 $f_{in} = 0.01 u_c \text{ m}^3/\text{s}$, 控制律是

$$u_c = \begin{cases} 1, & x_1 \leq H_{1l}, \\ 0, & x_1 \geq H_{1h}. \end{cases}$$

3 个罐的液位高度 x_1, x_2 和 x_3 是系统的状态,罐 3 流出的是可测的连续测量输出,而罐 2 和 1 分别安装了 3 个液位传感器是离散测量值.

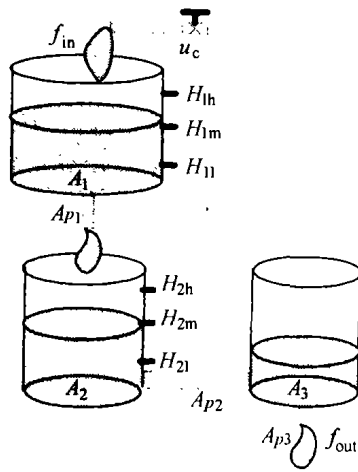


图4 3罐系统

Fig.4 Three tanks system

经过线性化后得到系统方程(系统参数及转换结果见附录)

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t),$$

$$y = \begin{bmatrix} y_c \\ y_q \end{bmatrix} = Cx(t) + Du(t).$$

其中

$$A = \begin{bmatrix} -0.01253 & 0 & 0 \\ 0.0089488 & -0.012178 & 0.012178 \\ 0 & 0.014207 & -0.028159 \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} 2 & -0.0062642 \\ 0 & 0.0011864 \\ 0 & -0.0000704 \end{bmatrix},$$

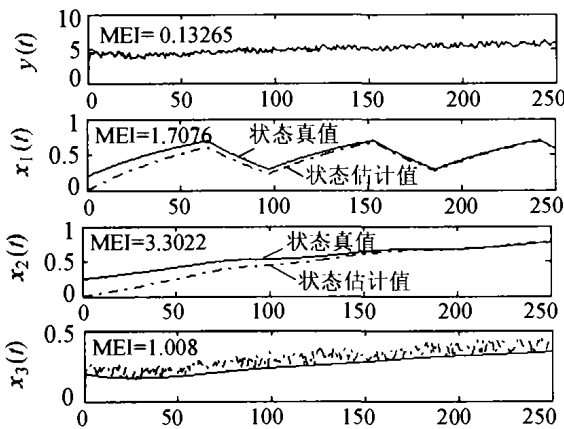


图5 无离散测量修正情形

Fig.5 Results without discrete measurements modification

$$u(t) = [u_c f_{in} \ 1]^T, \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 8.3709 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix},$$

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 2.3438 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad K = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 \\ 0 & \sigma_2 \end{bmatrix},$$

σ_1 和 σ_2 分别是测量 x_1 与 x_2 的传感器的离散测量事件,定义如前.采样时间为 1 s 将方程离散化后,用 LMI 技术计算出对应式(11)的矩阵不等式方程得到

$$P = \begin{bmatrix} 0.6121 & -0.0021848 & 0.00002044 \\ -0.0021848 & 0.61194 & -0.0057248 \\ 0.000020439 & -0.0057248 & 1.0099 \end{bmatrix},$$

$$L = \begin{bmatrix} -1.0292 \times 10^{-21} \\ 0.0014548 \\ 0.1161 \end{bmatrix},$$

$$L_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 4.3368 \times 10^{-19} & 1 \\ -0.000020238 & 0.0056686 \end{bmatrix} K.$$

然后构成观测器(9).仿真结果见图5和图6.图中 MEI(mean error integration)为平均误差积累.试验的结果表明利用离散事件对于系统的状态估计是有效的,图中的性能指标是进行 100 次仿真统计出的误差累积 $\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \sum_0^T e^2(k)$, 实验中测量噪声条件为 $N(0,1)$.

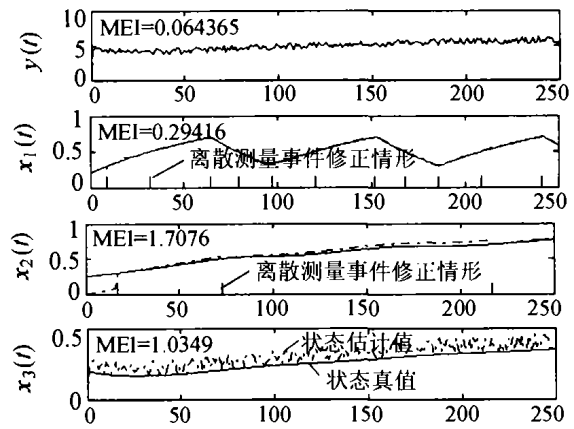


图6 有离散测量修正情形

Fig.6 Results with discrete measurements modification

6 结论及讨论(Conclusion and discussions)

本文研究的是如何利用得到的离散测量信号中所包含的信息对系统状态估计进行修正的方法.首先是定义了离散测量事件,分析了该事件所包含的精确信息,并设法将它应用到系统状态估计中.文中提出了具体的基于混合信号的观测器,由于所提出

的观测器是在利用连续测量信号进行系统状态估计的基础上,利用离散测量事件所包含的精确的信息对其进行修正,因此该观测器可以看作是一种混合系统.文中给出观测器误差渐近收敛的条件,通过试验仿真证明所提出的方法是有效的.

这里对所提出的方法进行以下讨论:其一,由于

离散传感器本身的优点(可靠、经济、强抗噪声)被广泛应用,但是在一般情形下对系统状态估计中所用的都是连续测量信号,而离散测量信号并没有得到充分的应用,这里所关心的正是这个缺陷,期望所得到的离散信号对状态估计有所帮助,仿真说明了该想法是可行的.在仿真例子中,离散信号是精确的,不受噪声干扰,这也是离散传感器的优点所在.

其二,仿真例子采用的是由非线性系统经过线性化得到的模型,即使基于这样的模型,仿真结果显示文中所提出的方法还是很有效.该方法在混合系统中的研究中应有所应用,它可以利用系统中存在的离散信号帮助分析系统的连续信号.该方法的有效程度取决于离散事件发生的频率,也就是说依赖于离散传感器安装的个数、所安装位置以及所测量对象的变化幅度与频度.另一方面,所提方法也应该可以在其他可获得零星测量值的场合中应用,例如定时监测系统某些状态(如 pH 值、浓度等).

参考文献(References):

[1] SUR J, PADEN B E. State observer for linear time-invariant systems with quantized output [J]. *J of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 1998, 120(3): 423 - 426.

[2] SCHNABEL M K, KREBS V G. State reconstruction for a class of discrete-continuous dynamical systems based on discrete measurements [C]// *Proc of the 4th Conf on Automation of Mixed Processes: Hybrid Dynamic Systems ADPM'2000*. Aachen: Shaker Verlag, 2000: 18 - 19.

[3] SCHLEGL T, SCHNABEL M K, BUSS M, et al. State reconstruction and error compensation in discrete-continuous control systems [J]. *In at-Automatisierungstechnik*, 2000, 9(48): 438 - 447.

[4] PATRICK P H H. *Philips modelling, control and fault detection of discretely-observed systems* [D]. The Netherlands: Technische Universiteit Eindhoven, ISBN 90 - 386 - 1729 - 1, 2001.

[5] ALESSANDRI A, COLETTA P. Design of Luenberger observers for a class of hybrid linear systems [C]// *dI BENEDETTO M D, SANGIOVANNI-VINCENTELLI A. Hybrid Systems: Computation and Control (HSCC)'2001, the 4th Int Workshop Lecture Notes in Computer Science (LNCS) 2034*. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2001: 7 - 18.

[6] BOYD S, EL GHAOU L, FERON E, et al. *Linear matrix inequalities in system and control theory volume 15 of studies in applied mathematics* [D]. Philadelphia, PA: Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM), ISBN 0 - 89871 - 334 - X, 1994.

附录(Appendix):

3 罐系统.

a) 文中 3 罐系统的非线性方程可以表示为

系统方程:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} -\frac{A_{p1}}{A_1} \sqrt{2gx_1} \\ \frac{A_{p1}}{A_2} \sqrt{2gx_1} - \frac{A_{p2}}{A_2} \operatorname{sgn}(x_2 - x_3) \sqrt{2g|x_2 - x_3|} \\ \frac{A_{p2}}{A_3} \operatorname{sgn}(x_2 - x_3) \sqrt{2g|x_2 - x_3|} - \frac{A_{p3}}{A_3} \sqrt{2gx_3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{u_c}{A_1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} f_{in}$$

输出方程:

$$y = \begin{bmatrix} y_c \\ y_q^1 \\ y_q^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{p3} \sqrt{2gx_3} \\ x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

测量方程:

$$z_c = y_c, z_q = \Gamma(y_d),$$

$$z_q^1 = \begin{cases} H_{1h}, & \text{if } y_q^1 = 0.6, \\ H_{1m}, & \text{if } y_q^1 = 0.5, \\ H_{1l}, & \text{if } y_q^1 = 0.4, \\ \text{none}, & \text{else.} \end{cases}$$

$$z_q^2 = \begin{cases} H_{2h}, & \text{if } y_q^2 = 0.6, \\ H_{2m}, & \text{if } y_q^2 = 0.5, \\ H_{2l}, & \text{if } y_q^2 = 0.4, \\ \text{none}, & \text{else.} \end{cases}$$

其中,各罐的导出管的截面积: $A_{p1} = 0.002 \text{ m}^2, A_{p2} = 0.002 \text{ m}^2, A_{p3} = 0.002 \text{ m}^2$; 各罐的横截面的面积: $A_1 = 0.5 \text{ m}^2, A_2 = 0.7 \text{ m}^2, A_3 = 0.6 \text{ m}^2$; 离散传感器安装位置: $H_{1h} = 0.7, H_{1m} = 0.5, H_{1l} = 0.3, H_{2h} = 0.7, H_{2m} = 0.5, H_{2l} = 0.3$.

阀门的控制律:

$$u_c = \begin{cases} 0, & \text{if } x_1 \geq H_{1h}, \\ 1, & \text{if } x_1 \leq H_{1l}, \\ \text{unchange}, & \text{else.} \end{cases}$$

代入参数,得到系统方程为

$$\begin{cases} \dot{x} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.01772 \sqrt{x_1} + 2u_c f_{in} \\ 0.01265 \sqrt{x_1} - 0.01265 \sqrt{x_2 - x_3} \\ 0.014765 \sqrt{x_2 - x_3} - 0.014765 \sqrt{x_3} \end{bmatrix}, \\ y_c = f_{out} = 8.8589 \sqrt{x_3} (L/s), \\ y_q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} x. \end{cases}$$

b) 线性化后的方程.

函数 $f(x)$ 在 x_0 处的 Taylor 级数展开为一阶近似表达式 $f(x) \approx f(x_0) + f'(\xi) |_{\xi=x_0} (x - x_0)$, 这里 $\sqrt{x} \approx \sqrt{x_0} + \frac{1}{2\sqrt{x_0}} (x - x_0) = \frac{\sqrt{x_0}}{2} + \frac{x}{2\sqrt{x_0}}$, 并以点 $x = [0.5, 0.55,$

0.28] 点附近展开可得到系统方程.

究, E-mail: moyw@263.net;

作者简介:

莫以为 (1966—), 男, 清华大学自动化系博士研究生, 主要从事流程工业 CIMS 体系结构, 混合动态系统, 故障诊断等方面的研

究, E-mail: moyw@263.net;
 萧德云 (1945—), 男, 清华大学自动化系教授, 博士生导师, 1970年毕业于清华大学, 长期从事辨识建模, 故障诊断, 混合动态系统, 多传感器融合理论, 计算机应用和大型连续过程工业 CIMS 等领域的教学和科研, E-mail: xiaody@mail.tsinghua.edu.cn.

下 期 要 目

- 非线性离散系统的伴随辨识法 刘则毅, 喻文焕
 含模型不确定性移动机器人路径跟踪的分层模糊控制 孙多青, 霍伟, 杨泉
 混沌系统的混合遗传神经网络控制 谭文, 王耀南, 黄丹, 曾照福, 周少武, 刘祖润
 基于 Kalman 滤波的通用的和统一的白噪声估计方法 邓自立, 许燕
 采用免疫进化算法优化设计 RBF 模糊神经网络控制器 左兴权, 李士勇
 时变不确定广义系统的鲁棒无源控制 董心壮, 张庆灵
 具有异常波动市场的消费与投资策略 郭子君, 吴让泉
 一类基于多 Agent 和分布式规则的敏捷生产调度 王艳红, 尹朝万
 不确定串联非线性系统 H_∞ 鲁棒自适应控制(英文) 朱永红, 姜长生, 胡鸿豪, 罗贤海
 基于成本车流模型的城市交叉路口优化控制 宋春跃, 王慧, 李平
 非线性动态系统神经模糊建模与内模/PID 双重控制系统设计 刘士荣, 林卫星, 俞金寿, 杨先一
 非线性无源控制原理及在电力电子变换器中的应用 王江, 曾启明
 离散区间系统的二次稳定性及其稳定裕度分析 毛维杰
 不确定离散时间马尔可夫切换时滞系统的保成本控制 陈武华, 关治洪, 卢小梅
 多时变状态和控制时滞系统的绝对稳定性 何勇, 吴敏