

文章编号: 1000-8152(2005)01-0023-07

基于神经网络 MIMO 非线性系统自适应输出反馈控制

朱永红¹, 姜长生¹, 费树岷²

(1. 南京航空航天大学 自动化学院, 江苏 南京 210016; 2. 东南大学 自动化研究所, 江苏 南京 210096)

摘要: 针对一类具有对象不确定和外部干扰的 MIMO(多输入多输出)非线性系统提出了自适应鲁棒输出跟踪控制方案. 使用了高斯径向基神经网络自适应补偿对象非线性, 高增益观测器被用来估计不能直接测量的输出导数. 此方法所设计的控制器不仅保证闭环系统稳定, 而且所有状态有界以及跟踪误差一致终值有界. 仿真结果充分表明了该方案的有效性和可行性.

关键词: MIMO 非线性系统; 自适应鲁棒控制; 高增益观测器; 神经网络; 输出反馈

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Neural network based adaptive output feedback control for MIMO nonlinear systems

ZHU Yong-hong¹, JIANG Chang-sheng¹, FEI Shu-min²

(1. College of Automation, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing Jiangsu 210016, China;

2. Research Institute of Automation, Southeast University, Nanjing Jiangsu 210096, China)

Abstract: An adaptive robust output feedback control scheme is proposed for a class of multi-input multi-output nonlinear systems with plant uncertainties and external disturbances. The scheme employs a network of Gaussian radial basis functions to adaptively compensate for the plant nonlinearities. A high-gain observer is used to estimate the derivatives of outputs which can not be measured directly. Under mild assumptions, the closed-loop system is proven to be stable. The controller designed can guarantee that all the states in the closed-loop system are bounded and all the tracking errors are uniformly ultimately bounded. Simulation results demonstrate the effectiveness and feasibility of the proposed scheme.

Key words: MIMO nonlinear systems; adaptive robust control; high-gain observer; neural networks; output feedback

1 前言(Introduction)

近年来,对非线性系统自适应输出反馈控制问题的研究已有许多报道^[1~6].另外,由于神经网络良好的非线性函数逼近特性使得神经网络为非线性系统的自适应输出反馈控制提供了一种新的途径,所以出现了许多基于神经网络的非线性不确定系统自适应输出反馈控制的研究成果^[4~6].文献[1]研究了一类含有参数不确定 SISO(单输入单输出)非线性系统自适应输出反馈控制问题,使用高增益观测器估计不可测量的状态,解决了一类非线性系统的自适应输出反馈控制问题.文献[2]研究了可反馈线性化 SISO 非线性系统自适应输出反馈控制问题.文献[3]利用 Backstepping 设计方法研究 SISO 严格反馈含有参数不确定非线性系统的自适应输出反馈控制问题,解决了这类系统自适应输出跟踪控制问题.文

献[4]基于 RBFN(径向基神经网络)方法较好地解决了一类含有对象不确定 SISO 非线性系统自适应输出反馈控制问题.文献[5]研究了基于神经网络 SISO 非仿射非线性系统自适应输出反馈控制问题,文献[6]研究了基于神经网络机械手的自适应输出反馈控制问题,解决一类特殊系统的自适应输出反馈控制问题.

然而,基于神经网络方法对 MIMO 非线性不确定系统自适应鲁棒输出反馈控制的研究报道尚少见.为此,本文在文献[1,4]基础上,基于神经网络方法研究了含有对象不确定和干扰的 MIMO 非线性系统的自适应鲁棒输出反馈控制问题.使用 RBFN^[4,8]逼近对象非线性并采用高增益观测器^[1,3,4]估计不可直接测量的输出导数,提出了自适应鲁棒输出反馈控制律.理论分析证明和仿真结果均

表明了本文方法的有效性和可行性。

2 问题描述 (Problem formulation)

考虑如下不确定 MIMO 非线性系统:

$$y_i^{(n_i)} = f_i(x) + \sum_{j=1}^p g_{ij}(x)u_j + w_i(t), \quad i = 1, \dots, p. \quad (1)$$

其中, $y_i^{(n_i)}$ 为 y_i 的 n_i 阶导数, $x = [y_1, y_1^{(1)}, \dots, y_1^{(n_1-1)}, \dots, y_p, y_p^{(1)}, \dots, y_p^{(n_p-1)}]^T$ 为状态变量, $u = [u_1, \dots, u_p]^T \in \mathbb{R}^p$ 为控制输入, $f_i(x)$ 为未知的光滑非线性函数, 包括未知非线性和不确定, $g_{ij}(x)$ 为已知的光滑函数, $i, j = 1, \dots, p, y = [y_1, \dots, y_p]^T \in \mathbb{R}^p$ 为输出, $w(t) = [w_1(t), \dots, w_p(t)]^T \in \mathbb{R}^p$ 为有界扰动, 设 $\|w(t)\| \leq \epsilon_w$, 系统仅输入 u 和输出 y 可直接测量. 假定不可直接测量的状态可通过观测器估计. 定义给定期望的输出参考信号 $y_r = [y_{r1}, \dots, y_{rp}]^T$, 设信号 y_r 和它的导数是已知的, 记 $y_{ri}^* = [y_{ri}, \dot{y}_{ri}, \dots, y_{ri}^{(n_i-1)}]^T, \bar{y}_r = [y_{r1}^{*T}, \dots, y_{rp}^{*T}]^T, \bar{y}_R = [y_{r1}, \dots, y_{r1}^{(n_1)}, \dots, y_{rp}, \dots, y_{rp}^{(n_p)}]^T, i = 1, \dots, p.$

本文研究的目的是基于神经网络设计自适应鲁棒输出反馈控制器, 使得系统(1)的输出跟踪有界期望信号.

定义 $e_1 = y_1 - y_{r1}, \dots, e_p = y_p - y_{rp}, e_i^* = [e_i, \dot{e}_i, \dots, e_i^{(n_i-1)}]^T, e = [e_1^{*T}, \dots, e_p^{*T}]^T, 1 \leq i \leq p, \bar{e}_1 = [e_1, e_2, \dots, e_p]^T$, 那么跟踪误差动态方程可表示为

$$\begin{cases} \dot{e} = A_0 e + B[f(x) + g(x)u + w(t) - Y_r], \\ y_e = C^T e = \bar{e}_1. \end{cases} \quad (2)$$

其中, $Y_r = [y_{r1}^{(n_1)}, \dots, y_{rp}^{(n_p)}]^T$,

$A_0 = \text{diag}\{A_{01}, \dots, A_{0p}\}, B = \text{diag}\{B_1, \dots, B_p\}$,

$$f(x) = \begin{bmatrix} f_1(x) \\ \vdots \\ f_p(x) \end{bmatrix}, g(x) = \begin{bmatrix} g_{11}(x) & \cdots & g_{1p}(x) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{p1}(x) & \cdots & g_{pp}(x) \end{bmatrix},$$

$$A_{0i} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}_{n_i \times n_i}, B_i = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}_{n_i \times 1},$$

$c_i^T = [1, 0, \dots, 0, 0]_{1 \times n_i}$,

$C^T = \text{diag}\{c_1^T, \dots, c_p^T\}, 1 \leq i \leq p, i \in \mathbb{Z}_+$.

显然系统(2)完全是可控的, 选择一个矩阵 K , 使得 $A = A_0 - BK$ 为严格 Hurwitz, 另外, 定义 $F(e, \bar{y}_r) = f(x), G(e, \bar{y}_r) = g(x)$, 式(2)可重写为

$$\begin{cases} \dot{e} = Ae + B[Ke + F(e, \bar{y}_r) + G(e, \bar{y}_r)u + w(t) - Y_r], \\ y_e = C^T e = \bar{e}_1. \end{cases} \quad (3)$$

其中, $A = \text{diag}\{A_1, \dots, A_p\}, K = \text{diag}\{K_1, \dots, K_p\}, K_i = [k_{in_i}, k_{in_i-1}, \dots, k_{i1}], i = 1, \dots, p.$

动态系统(3)中的未知非线性函数向量 $F(e, \bar{y}_r)$ 可采用 RBFN 逼近, 假设模型结构已事先确定, 具有

$M = \sum_{i=1}^p m_i$ 个隐节点, 则对

$$\forall e \in \Omega_e \subset \mathbb{R}^n (n = \sum_{i=1}^p n_i)$$

为一凸紧集, 有

$$F(e, \bar{y}_r) = W^{*T} \Psi(e, \bar{y}_r) + \epsilon(e, \bar{y}_r). \quad (4)$$

其中, W^* 为理想权值矩阵, $W^{*T} = \text{diag}\{W_1^{*T}, \dots, W_p^{*T}\}, W_i^* = [w_{i1}^*, w_{i2}^*, \dots, w_{im_i}^*]^T, \Psi(e, \bar{y}_r) = [\Psi_1^T, \dots, \Psi_p^T]^T, \Psi_i = [\Psi_{i1}, \Psi_{i2}, \dots, \Psi_{im_i}]^T \in \mathbb{R}^{m_i}$, 设 $\|W_i^*\|^2 \leq W_M, i = 1, \dots, p. \epsilon(e, \bar{y}_r)$ 为建模误差, 设 $\|\epsilon(e, \bar{y}_r)\| \leq \epsilon_N$. 设 NN 对 $F(e, \bar{y}_r)$ 的估计为 $\hat{F}(e, \bar{y}_r) = \hat{W}^T \Psi(e, \bar{y}_r)$, 其中 \hat{W} 为由算法调节的权值估计, $\hat{W} = \text{diag}\{\hat{W}_1, \dots, \hat{W}_p\}. \Psi(e, \bar{y}_r)$ 为由如下高斯函数基构成的向量函数:

$$\Psi_{ij}(e, \bar{y}_r) = \exp[-(x - \chi_j)^T(x - \chi_j)/\eta_j^2], \quad i = 1, \dots, p; j = 1, \dots, m_i. \quad (5)$$

其中, $\chi_j = [\chi_{j1}, \dots, \chi_{jn}]^T$.

在设计输出反馈控制器前, 先作如下假设:

假设 1 矩阵 $G(e, \bar{y}_r)$ 可逆.

3 自适应鲁棒控制器设计 (Design of adaptive robust controller)

为了用输出反馈实现状态反馈控制, 需要估计误差系统(2)的状态 e . 对动态系统(2)设计高增益状态观测器^[1,3,4]为:

$$\dot{\hat{e}} = (A_0 - HLC^T)\hat{e} + HLy_e. \quad (6)$$

其中, \hat{e} 表示 e 的估计状态, L 是观测器增益常数矩阵, $L = \text{diag}\{L_1, \dots, L_p\}, L_i = [l_i^1, \dots, l_i^{n_i}]^T, 1 \leq i \leq p$, 使得矩阵 $\hat{A} = A_0 - LC^T$ 的特征多项式为严格的 Hurwitz 多项式, 矩阵 $H = \text{diag}\{H_1, H_2, \dots, H_p\}, H_i =$

$\text{diag}\{\sigma^{-1} \ \sigma^{-2} \ \cdots \ \sigma^{-n_i}\}, 0 < \sigma \leq 1, 1 \leq i \leq p$.

则输出反馈控制律设计为:

$$u_i = v_i^s = v_i^s(\underline{\hat{e}}, \bar{y}_R, \hat{W}_i) = S_{v_i} \cdot \text{sat}(v_i(\underline{\hat{e}}, \bar{y}_R, \hat{W}_i)/S_{v_i}), \quad i = 1, \dots, p, \quad (7)$$

$$v = \underline{v}(\underline{\hat{e}}, \bar{y}_R, \hat{W}) = G^{-1}(\underline{\hat{e}}, \bar{y}_r)(-K\underline{\hat{e}} + \underline{Y}_r - \hat{W}^T \underline{\Psi}(\underline{\hat{e}}, \bar{y}_r) + \underline{u}_r); \quad (8)$$

$$\underline{u}_r = -\frac{\varepsilon^{*2} B^T P \underline{\hat{e}}}{\varepsilon^* \|B^T P \underline{\hat{e}}\| + \alpha_0 e^{-\mu_0 t}}; \quad (9)$$

$$\dot{\hat{W}}_i = \rho_i \text{Proj}(\hat{W}_i, \varphi_i^s(\underline{\hat{e}}, \bar{y}_R)); \quad (10)$$

$$\varphi_{ij}^s(\underline{\hat{e}}, \bar{y}_r) = S_{\varphi_{ij}} \cdot \text{sat}(\varphi_{ij}(\underline{\hat{e}}, \bar{y}_r)/S_{\varphi_{ij}}), \quad 1 \leq i \leq p, 1 \leq j \leq m_i; \quad (11)$$

$$\text{Proj}(\hat{W}_i, \varphi_i) = \begin{cases} \varphi_i - \frac{(\|\hat{W}_i\|^2 - W_M) \varphi_i^T \hat{W}_i}{\delta_w \|\hat{W}_i\|^2} \hat{W}_i, \\ \text{if } \|\hat{W}_i\|^2 > W_M, \varphi_i^T \hat{W}_i > 0. \\ \varphi_i, \quad \text{otherwise}, 1 \leq i \leq p; \end{cases} \quad (12)$$

$$\varphi_i = \varphi_i(\underline{\hat{e}}, \bar{y}_r) = \underline{\Psi}_i(\underline{\hat{e}}, \bar{y}_r) \underline{\hat{e}}_i^{*T} P_i B_i, 1 \leq i \leq p. \quad (13)$$

其中, $S_{v_i} \geq \max |v_i(\underline{\hat{e}}, \bar{y}_R, \hat{W}_i)|$, $S_{\varphi_{ij}} \geq \max |\varphi_{ij}(\underline{\hat{e}}, \bar{y}_r)|$, $\text{sat}(\cdot)$ 为饱和函数, $\varepsilon^* = \varepsilon_w + \varepsilon_N > 0$, 设计常参数 $\rho_i, \delta_w, \alpha_0, \mu_0 > 0$, $\underline{\hat{e}}_i^*$ 为 \underline{e}_i^* 的估计, $\varphi_i^s = [\varphi_{i1}^s, \dots, \varphi_{im_i}^s]^T$, $\varphi_i = [\varphi_{i1}, \dots, \varphi_{im_i}]^T$, $1 \leq i \leq p$, $v = [v_1, \dots, v_p]^T$, $\underline{u} = \underline{v}^s = [v_1^s, \dots, v_p^s]^T$, 参数投影算子 $\text{Proj}(\hat{W}_i, \varphi_i)^{[1,4]}$ 是为了保证参数估计 \hat{W} 在一紧集内, 设凸紧集 $\Omega_{W^*+\delta} = \{W^* \mid \|W_i^*\|^2 \leq W_M + \delta, 1 \leq i \leq p\}$, 可以证明^[7] $\forall t \geq 0, \forall \hat{W}(0) \in \Omega_{W^*}$, 有 $\begin{cases} \hat{W}(t) \in \Omega_{W^*+\delta}, \\ \|(W_i^* - \hat{W}_i) \varphi_i \leq (W_i^* - \hat{W}_i) \text{Proj}(\hat{W}_i, \varphi_i), 1 \leq i \leq p, \end{cases} \quad (14)$

另外, P_i 为对称正定阵, 满足如下 Lyapunov 方程的解:

$$P_i A_i + A_i^T P_i = -Q_i \quad (15)$$

其中, $Q_i = Q_i^T > 0, i = 1, \dots, p$,

记 $P = \text{diag}\{P_1, \dots, P_p\}$, $Q = \text{diag}\{Q_1, \dots, Q_p\}$.

记 $\underline{\tilde{e}} = \underline{e} - \underline{\hat{e}}$, 由式(3)减(6)得:

$$\begin{aligned} \dot{\underline{\tilde{e}}} &= (A_0 - HLC^T) \underline{\tilde{e}} + B[W^*{}^T \underline{\Psi}(\underline{e}, \bar{y}_r) + \\ &G(\underline{e}, \bar{y}_r) \underline{v}^s(\underline{\hat{e}}, \bar{y}_R, \hat{W}) + \underline{w}(t) + \underline{\varepsilon}(\underline{e}, \bar{y}_r) - \underline{Y}_r]. \end{aligned} \quad (16)$$

定义变量代换为:

$$\underline{\zeta} = \Lambda H^{-1} \underline{\tilde{e}}. \quad (17)$$

其中,

$$\Lambda = \text{diag}\{\sigma^{-n_1} I_{n_1 \times n_1}, \dots, \sigma^{-n_p} I_{n_p \times n_p}\}, I_{n_i \times n_i} \in \mathbb{R}^{n_i \times n_i}$$

为单位阵, $1 \leq i \leq p$.

则式(16)可重写为^[1,3,4]:

$$\begin{aligned} \dot{\underline{\zeta}} &= \hat{A} \underline{\zeta} + \sigma B[W^*{}^T \underline{\Psi}(\underline{e}, \bar{y}_r) + G(\underline{e}, \bar{y}_r) \underline{v}^s(\underline{e} - \\ &\Lambda^{-1} H \underline{\zeta}, \bar{y}_R, \hat{W}) + \underline{w}(t) + \underline{\varepsilon} - \underline{Y}_r]. \end{aligned} \quad (18)$$

闭环系统的状态方程为:

$$\begin{aligned} \dot{\underline{e}} &= A \underline{e} + B[K \underline{e} + W^*{}^T \underline{\Psi}(\underline{e}, \bar{y}_r) + G(\underline{e}, \bar{y}_r) \underline{v}^s(\underline{e} - \\ &\Lambda^{-1} H \underline{\zeta}, \bar{y}_R, \hat{W}) + \underline{w}(t) + \underline{\varepsilon} - \underline{Y}_r]. \end{aligned} \quad (19)$$

定义 $E_0 = \{\underline{e}(0) \mid \|\underline{e}(0)\| \leq \delta_{e0}\}$, δ_{e0} 为一正常数. 那么对由式(7)~(13), (18)和(19)组成的闭环系统 Σ 有下面结论:

定理 1 若 $\hat{W}(0) \in \Omega_{W^*}$, $\underline{e}(0) \in E_0$, $\sigma^{-1} H^{-1} \underline{\hat{e}}(0)$ 有界, 则 $\exists \sigma^*$, 使得 $\forall 0 < \sigma \leq \sigma^*$, 闭环系统 Σ 中的所有状态变量是有界的, 且跟踪误差一致终值有界.

证 构造 Lyapunov 函数 $V(\underline{e}, \tilde{W})$ 为:

$$V(\underline{e}, \tilde{W}) = \frac{1}{2} \underline{e}^T P \underline{e} + \frac{1}{2} \text{tr}(\tilde{W}^T \Gamma^{-1} \tilde{W}). \quad (20)$$

其中, $\tilde{W} = W^* - \hat{W}$, $\Gamma = \text{diag}\{\rho_1 I_{m_1 \times m_1}, \dots, \rho_p I_{m_p \times m_p}\}$.

由于当初始条件 $\hat{W}(0) \in \Omega_{W^*}$, $\underline{e}(0) \in E_0$ 时, $\underline{v}^s(\underline{e} - \Lambda^{-1} H \underline{\zeta}, \bar{y}_R, \hat{W})$ 对 σ 是一致有界的(因为 $\underline{v}^s(\underline{e} - \Lambda^{-1} H \underline{\zeta}, \bar{y}_R, \hat{W})$ 是饱和函数定义的全局有界函数), 所以必存在一与 σ 无关的有限时间 t_2 , 使得 $t \geq t_2$, 有 $\underline{e}(t) \in E$ (E 为一有界紧集, 见后面).

记式(18)的右边 $[W^*{}^T \underline{\Psi}(\underline{e}, \bar{y}_r) + G(\underline{e}, \bar{y}_r) \underline{v}^s(\underline{e} - \Lambda^{-1} H \underline{\zeta}, \bar{y}_R, \hat{W}) + \underline{w}(t) + \underline{\varepsilon} - \underline{Y}_r]$ 为 $\gamma(t)$, 则式(18)的解 $\underline{\zeta}(t)$ 为:

$$\underline{\zeta}(t) = e^{\frac{1}{\sigma} \hat{A} t} \underline{\zeta}(0) + \int_0^t e^{\frac{1}{\sigma} (\hat{A} t - \tau)} B \gamma(\tau) d\tau. \quad (21)$$

令 $V(\underline{\zeta}) = \underline{\zeta}^T P_o \underline{\zeta}$, $P_o = P_o^T = \text{diag}\{P_{o1}, \dots, P_{op}\} > 0$, $P_{oi} \in \mathbb{R}^{n_i \times n_i}, 1 \leq i \leq p$, P_o 为下面 Lyapunov 方程的解:

$$P_o \hat{A} + \hat{A}^T P_o = -I_{n \times n}. \quad (22)$$

因为 $\forall 0 \leq t \leq t_2$, $\gamma(t)$ 是有界的, 且矩阵 \hat{A} 是 Hurwitz 矩阵, 所以 $\forall t_1 \in (0, (1/2)t_2]$, $\exists \sigma^* > 0$ 使得 $\forall \sigma \in (0, \sigma^*]$, $t \in [t_1, t_3]$, 有 $\underline{\zeta}(t)$ 衰减到 $O(\sigma)$, 即 $\|\underline{\zeta}(t)\| \leq \sigma$, $V(\underline{\zeta}) \leq a_1 \sigma^2$, $a_1 > 0$ 成

立,其中 $t_3 \geq t_2, t_3$ 也许趋于无穷. 时间 t_1 是 σ 的函数, 当 $\sigma \rightarrow 0$ 时, $t_1(\sigma) \rightarrow 0$.

考虑 $t \in [t_1, t_3)$ 时闭环系统 Σ 的状态. 由于当 $t \in [t_1, t_3)$ 时, $t_3 \geq t_2, \zeta(t)$ 是 $O(\sigma)$ 的, $\gamma_4 \geq \gamma_0$, 所以, $\hat{e} = e - H\Lambda^{-1}\zeta \rightarrow e \in E$, 饱和函数不再有效, 于是有

$$v^s(e - \Lambda^{-1}H\zeta, \bar{y}_R, \hat{W}_i) = v(e - \Lambda^{-1}H\zeta, \bar{y}_R, \hat{W}_i), \quad (23)$$

$$\varphi_i^s(e - \Lambda^{-1}H\zeta, \bar{y}_r) = \varphi_i(e - \Lambda^{-1}H\zeta, \bar{y}_r), 1 \leq i \leq p. \quad (24)$$

则对式(20)定义的 Lyapunov 函数 $V(e, \tilde{W})$ 的时间导数为

$$\begin{aligned} \dot{V}(e, \tilde{W}) = & -\frac{1}{2}e^T Q e + e^T P B [K e + W^{*T} \Psi(e, \bar{y}_r) + \\ & G(e, \bar{y}_r) v(\hat{e}, \bar{y}_R, \hat{W}) + \varepsilon + w(t) - \\ & Y_r] - \text{tr}[\tilde{W}^T \Gamma^{-1} \dot{\hat{W}}]. \end{aligned} \quad (25)$$

将式(8)代入上式, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}(e, \tilde{W}) = & -\frac{1}{2}e^T Q e + e^T P B [K e + \\ & W^{*T} \Psi(e, \bar{y}_r) + G(e, \bar{y}_r) G^{-1}(\hat{e}, \bar{y}_r) \times \\ & (-K \hat{e} + Y_r - \hat{W}^T \Psi(\hat{e}, \bar{y}_r) + u_r) + \\ & \varepsilon + w(t) - Y_r] - \text{tr}[\tilde{W}^T \Gamma^{-1} \dot{\hat{W}}] = \\ & -\frac{1}{2}e^T Q e + e^T P B \{ [G(\hat{e}, \bar{y}_r) - \\ & G(e, \bar{y}_r)] G^{-1}(\hat{e}, \bar{y}_r) K e + G(e, \bar{y}_r) \times \\ & G^{-1}(\hat{e}, \bar{y}_r) K (e - \hat{e}) \} + e^T P B [G(e, \bar{y}_r) - \\ & G(\hat{e}, \bar{y}_r)] G^{-1}(\hat{e}, \bar{y}_r) Y_r + e^T P B \{ [G(\hat{e}, \bar{y}_r) - \\ & G(e, \bar{y}_r)] G^{-1}(\hat{e}, \bar{y}_r) W^{*T} \Psi(e, \bar{y}_r) + \\ & G(e, \bar{y}_r) G^{-1}(\hat{e}, \bar{y}_r) W^{*T} \Psi(e, \bar{y}_r) - \\ & G(e, \bar{y}_r) G^{-1}(\hat{e}, \bar{y}_r) \hat{W}^T \Psi(e, \bar{y}_r) + \\ & G(e, \bar{y}_r) G^{-1}(\hat{e}, \bar{y}_r) \hat{W}^T [\Psi(e, \bar{y}_r) - \\ & \Psi(\hat{e}, \bar{y}_r)] \} + e^T P B [\varepsilon + w(t) + \\ & G(e, \bar{y}_r) \hat{G}^{-1}(\hat{e}, \bar{y}_r) u_r] - \text{tr}[\hat{W}^T \Gamma^{-1} \dot{\hat{W}}], \end{aligned} \quad (26)$$

令

$$\begin{aligned} \Delta_1(e, \hat{e}, \bar{y}_R) = & \\ [G(e, \bar{y}_r) - G(\hat{e}, \bar{y}_r)] G^{-1}(\hat{e}, \bar{y}_r) Y_r, \\ \Delta_2(e, \hat{e}, \bar{y}_R) = & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & [G(\hat{e}, \bar{y}_r) - G(e, \bar{y}_r)] G^{-1}(\hat{e}, \bar{y}_r) K e + \\ & G(e, \bar{y}_r) G^{-1}(\hat{e}, \bar{y}_r) K (e - \hat{e}), \\ \Delta_3(e, \hat{e}, \bar{y}_R) = & \\ [G(\hat{e}, \bar{y}_r) - G(e, \bar{y}_r)] G^{-1}(\hat{e}, \bar{y}_r) W^{*T} \Psi(e, \bar{y}_r) + \\ & G(e, \bar{y}_r) G^{-1}(\hat{e}, \bar{y}_r) \hat{W}^T [\Psi(e, \bar{y}_r) - \Psi(\hat{e}, \bar{y}_r)], \\ \Delta_5(e, \hat{e}, \bar{y}_R) = & \\ e^T P B [\varepsilon + w(t) + G(e, \bar{y}_r) \hat{G}^{-1}(\hat{e}, \bar{y}_r) u_r], \end{aligned}$$

那么, 由式(26) 并利用不等式(14), 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}(e, \tilde{W}) = & -\frac{1}{2}e^T Q e + e^T P B (\Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3) + \Delta_5 + e^T P B \times \\ & G(e, \bar{y}_r) G^{-1}(\hat{e}, \bar{y}_r) \tilde{W}^T \Psi(e, \bar{y}_r) - \text{tr}[\tilde{W}^T \text{Proj}(\hat{W}, \varphi)] \leq \\ & -\frac{1}{2}e^T Q e + e^T P B (\Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3) + \Delta_5 + e^T P B \times \\ & G(e, \bar{y}_r) G^{-1}(\hat{e}, \bar{y}_r) \tilde{W}^T \Psi(e, \bar{y}_r) - \text{tr}(\tilde{W}^T \varphi) = \\ & -\frac{1}{2}e^T Q e + e^T P B (\Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3) + \Delta_4 + \\ & e^T P B \tilde{W}^T \Psi(e, \bar{y}_r) - \text{tr}(\tilde{W}^T \varphi) + \Delta_5 = \\ & -\frac{1}{2}e^T Q e + e^T P B (\Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3) + \Delta_4 + \Delta_5. \end{aligned} \quad (27)$$

其中, $\dot{\hat{W}} = \Gamma \text{Proj}(\hat{W}, \varphi) = \Gamma \text{diag}\{\text{Proj}(\hat{W}_1, \varphi_1), \dots, \text{Proj}(\hat{W}_p, \varphi_p)\}$,

$$\varphi = \text{diag}\{\varphi_1, \dots, \varphi_p\},$$

$$\hat{e}^T P B \tilde{W}^T \Psi(e, \bar{y}_r) - \text{tr}(\tilde{W}^T \varphi) = 0,$$

$$\Delta_4(e, \hat{e}, \bar{y}_R) =$$

$$\begin{aligned} & (e - \hat{e})^T P B G(e, \bar{y}_r) G^{-1}(\hat{e}, \bar{y}_r) \tilde{W}^T \Psi(e, \bar{y}_r) + \\ & \hat{e}^T P B G(e, \bar{y}_r) G^{-1}(\hat{e}, \bar{y}_r) \tilde{W}^T [\Psi(e, \bar{y}_r) - \\ & \Psi(\hat{e}, \bar{y}_r)] + \hat{e}^T P B [G(e, \bar{y}_r) - G(\hat{e}, \bar{y}_r)] \times \\ & G^{-1}(\hat{e}, \bar{y}_r) \tilde{W}^T \Psi(e, \bar{y}_r). \end{aligned}$$

由于矩阵函数 $G(\cdot, \bar{y}_r)$ 和向量函数 $\Psi(\cdot, \bar{y}_r)$ 是光滑的, 所以它们及其导数在紧集上是有界的, 因此存在正常数 $\mu_i, i = 1, \dots, 6$, 使得

$$\begin{cases} \|\Delta_i(e, \hat{e}, \bar{y}_R)\| \leq \mu_i \|e - \hat{e}\| = \\ \mu_i \|\Lambda^{-1} H \zeta\| \leq \mu_i \sigma, i = 1, \dots, 4, \\ \|\Delta_5(e, \hat{e}, \bar{y}_R)\| \leq \mu_5 \|e - \hat{e}\| + \\ \mu_6 \leq \mu_5 \|\Lambda^{-1} H \zeta\| + \mu_6 \leq \mu_5 \sigma + \mu_6. \end{cases} \quad (28)$$

设 $a_4 = (2\lambda_{\max}(P)\sqrt{pa_2\sigma})/\lambda_{\min}(Q)$, 因此对 $\forall \sigma \leq \sigma_0$, 总存在正常数 $a_2 \geq \sum_{i=1}^3 \mu_3$ 和正常数 $a_3 \geq \mu_4 + \mu_5$, 使得式(27)满足:

$$\begin{aligned} \dot{V}(\underline{e}, \tilde{W}) &\leq -\frac{1}{2}\lambda_{\min}(Q)\|\underline{e}\|^2 + \\ \lambda_{\max}(P)\sqrt{pa_2\sigma}\|\underline{e}\| + a_3\sigma + \mu_6 &\leq \\ -\frac{1}{2}\lambda_{\min}(Q)[(\|\underline{e}\| - \frac{a_4}{2})^2 - \frac{a_4^2}{4}] + a_3\sigma + \mu_6. \end{aligned} \quad (29)$$

显然, 当 $\|\underline{e}\| \geq \frac{a_4}{2} + \sqrt{\frac{a_4^2}{4} + \frac{2(a_3\sigma + \mu_6)}{\lambda_{\min}(Q)}}$ 时, $\dot{V}(\underline{e}, \tilde{W}) \leq 0$.

由式(14)可知, 当初始条件 $\hat{W}(0) \in \Omega_{W^*}$, 时, $\forall t \geq 0, \hat{W}(t) \in \Omega_{W^*+\delta}$, 所以 $\exists \gamma_3 > 0$, 使得 $\frac{1}{2}\text{tr}(W^* - \hat{W})^T \Gamma^{-1}(W^* - \hat{W}) \leq \gamma_3 =$

$\max_{W^* \in \Omega_{W^*}, \hat{W} \in \Omega_{W^*+\delta}} \frac{1}{2}\text{tr}(W^* - \hat{W})^T \Gamma^{-1}(W^* - \hat{W})$, 另设

$$\gamma_1 = \max_{e(0) \in E_0} \frac{1}{2}e^T P e, \gamma_2 = \frac{1}{2}\lambda_{\max}(P)\left(\frac{a_4}{2} + \sqrt{\frac{a_4^2}{4} + \frac{2(a_3\sigma + \mu_6)}{\lambda_{\min}(Q)}}\right)^2, \gamma_0 = \max\{\gamma_1, \gamma_2\},$$

设 γ_4 严格大于 $\gamma_1 + \gamma_3$, 所以有 $\frac{1}{2}e^T P e \leq V(\underline{e}, \tilde{W}) \leq \gamma_0 + \gamma_3 < \gamma_4$, 定义 $E = \{e | e^T P e \leq 2\gamma_4\}$. 当 $\gamma_1 \geq \gamma_2$, 即

$$\|\underline{e}\| \geq \frac{a_4}{2} + \sqrt{\frac{a_4^2}{4} + \frac{2(a_3\sigma + \mu_6)}{\lambda_{\min}(Q)}},$$

由式(29)显然有 $\dot{V}(\underline{e}, \tilde{W}) \leq 0$, 可使得 $\underline{e}(t) \rightarrow \|\underline{e}(t)\| \leq \gamma_2$. 由于本文采用了高增益观测器观测不可测量的系统状态, σ 值一般是很小的, 从而使得 γ_2 很小, 因此 $\underline{e}(t)$ 可以收敛到很小的零域, 闭环系统稳定. 综上所述, 若 $\hat{W}(0) \in \Omega_{W^*}$, $e(0) \in E_0$, $\sigma^{-1}H^{-1}\underline{e}(0)$ 有界, $\exists \sigma^*$, 使得 $\forall 0 < \sigma \leq \sigma^*$, 闭环系统所有状态变量有界, 跟踪误差一致终值有界.

注 1 系统的跟踪误差受到神经网络对非线性函数的逼近精度的影响, 收敛到一个误差界. 逼近精度越高, 即 ϵ_N 越小, 则跟踪误差界越小. 当网络结构已经确定时, 这种影响可以通过设计矩阵 K , 将 A 的特征值配置到左半平面更加远离虚轴的位置来使之减小. 但是这样会使系统对噪声或扰动敏感, 造成未建模动态, 而且实际实现的代价也较昂贵. 因此, 在式(8)中加入了鲁棒项 u_r , 这样既在不用重新配置 A 的特征值情况下减小了网络重构误差带来的不利影响, 而且消除了由外部干扰对稳定性造成的影响.

注 2 从文中可以看到, MIMO 非线性系统的状态反

馈与状态观测器设计的“分离”可以通过一高增益观测器来得到的. 如果 $\sigma \rightarrow 0$, 则基于观测器的输出反馈控制的性能几乎等于状态反馈控制的性能; 另外, 有界的控制器是通过饱和函数得到的, 如何设计饱和界是一个值得研究的问题. 一般饱和界的确定与实际的实现条件有关, 可能是保守的. 这就需要在观测器中使用非常小的 σ . 然而, 在实际中, σ 的取值要受到各种因素限制, 如采样频率、计算机的有限字长、未建模高频动态等. 因此, 如何估计饱和界和选取观测器中的 σ 是需要继续研究的问题.

注 3 神经网络权值学习是在线进行的, 不需要离线训练, 也不需要持续激励假设条件.

4 仿真结果 (Simulation Results)

考虑如下 2 输入 2 输出非线性系统:

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = y_1^2 y_2^3 + \dot{y}_1 y_2^2 + (1 + y_1^2 + y_1^2)u_1 + \\ \quad 0.5y_2 \cos y_1 u_2 + w_1, \\ \dot{y}_2 = (1 - y_2^2)\dot{y}_2 + y_2^2 y_1 + (1 + y_2^2 + y_2^2)u_1 + w_2. \end{cases} \quad (30)$$

选取矩阵 $K_1 = [6, 5]$, $K_2 = [20, 9]$ 使得 $A = A_0 - BK$ 的特征值为 $-2, -3, -4$ 和 -5 , 则 P 为 $PA + A^T P + I_{4 \times 4} = 0$ 的解, 解之得:

$$P = \text{diag}\{P_1, P_2\}, \quad P_1 = \begin{bmatrix} 1.1167 & 0.0833 \\ 0.0833 & 0.1167 \end{bmatrix},$$

$$P_2 = \begin{bmatrix} 1.3917 & 0.0250 \\ 0.0250 & 0.0583 \end{bmatrix}.$$

选观测器增益矩阵, $L_1 = [4, 5]^T$, $L_2 = [6, 7]^T$, $\sigma = 0.01$, 很容易验证 $\hat{A} = A_0 - LC^T$ 很容易验证是严格 Hurwitz 矩阵. 设定期望跟踪的轨迹为 $y_r = [\cos t, \sin t]^T$, 采用两个 MISO (多输入单输出) 高斯径向基神经网络逼近 $f_1(x) = y_1^2 y_2^3 + \dot{y}_1 y_2^2$ 和 $f_2(x) = (1 - y_2^2)\dot{y}_2 + y_2^2 y_1$, 隐节点数取 $m_1 = m_2 = 225$. RBF 的中心和宽度的选取对所设计的控制器性能有很大的影响, 按照文献[8], 在所规定的 RBFN 输入变量区域内按网格方式均匀选取中心可使得 RBFN 能够一致逼近光滑的函数在闭的有界的紧集内, 这里中心的选取将采用此方式. 高斯基函数的宽度均取为 $\eta_j = 1.5, j = 1, \dots, m_i, i = 1, 2$, 中心均匀分布在 $[-2, 2] \times [-2, 2] \times [-2, 2] \times [-2, 2]$, 矩阵 $\Gamma = 60I_{50 \times 50}$, 权值估计 $\hat{W}(0) = 0$, 初始估计状态为 $e(0) = 0$, 系统(30)在初始时刻的状态 $[y_1(0), \dot{y}_1(0), y_2(0), \dot{y}_2(0)]^T = [0.5, 1, 0.5, 1]^T$, 误差系统(3)的初始状态为 $e(0) = [-0.5, 1, 0.5, 0]^T$. 设 $W_M = 1$, 取 $\delta = 0.1$, 则 $\|\hat{W}_i\|^2 \leq 1.1, i = 1, 2$. 外部干扰信号 $w_1(t) = 0.3 \sin 5t, w_2(t) = 0.4 \cos 4t$, 取 $\epsilon_w = 1, \alpha_0 = 0.1, \mu_0 = 10$. 控制的饱和值为 $S_{vi} = 20, S_{pij} =$

10, $i = 1, 2, j = 1, \dots, 25$. 仿真结果如图1~8. 从图1, 2可以看出输出能够跟踪期望的轨迹, 跟踪误差一致终值有界. 图3~6为各误差状态和误差估计, 从图中可以看出, 高增益观测器很快估计出系统的

误差状态, 因而使得输出反馈控制的收敛速度没有受到大的影响. 图7为权值估计, 图8为有界的控制输入. 以上结果充分表明本文方案的有效性和可行性.

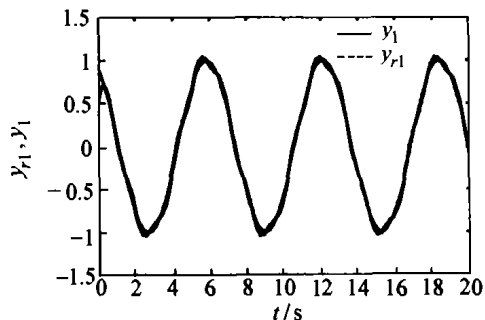


图1 输出 y_1 和期望输出 y_{r1}

Fig. 1 Output y_1 and desired output y_{r1}

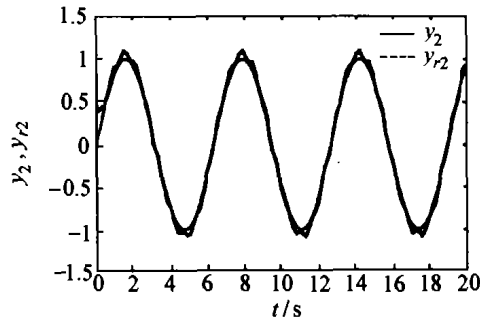


图2 输出 y_2 和期望输出 y_{r2}

Fig. 2 Output y_2 and desired output y_{r2}

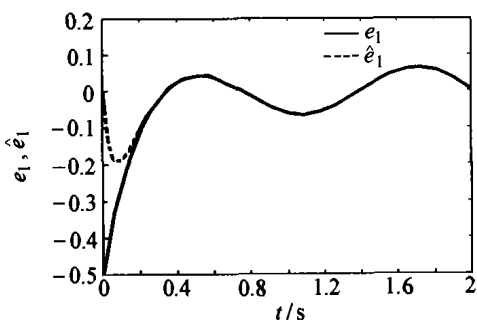


图3 跟踪误差 e_1 和误差估计 \hat{e}_1

Fig. 3 Tracking error e_1 and its estimate \hat{e}_1

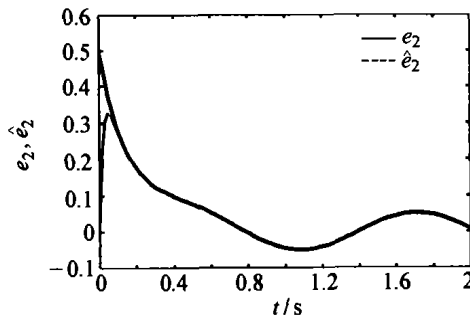


图4 跟踪误差 e_2 和误差估计 \hat{e}_2

Fig. 4 Tracking error e_2 and its estimate \hat{e}_2

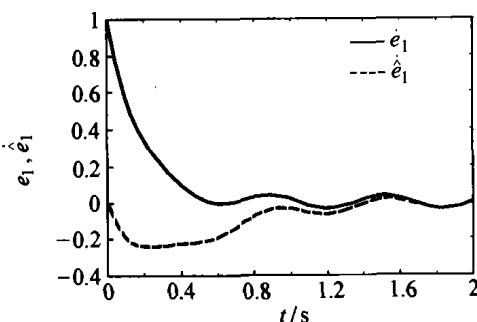


图5 跟踪误差 e_1 和误差估计 \hat{e}_1

Fig. 5 Tracking error e_1 and its estimate \hat{e}_1

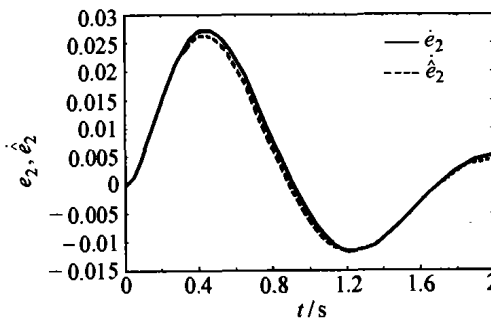


图6 跟踪误差 e_2 和误差估计 \hat{e}_2

Fig. 6 Tracking error e_2 and its estimate \hat{e}_2

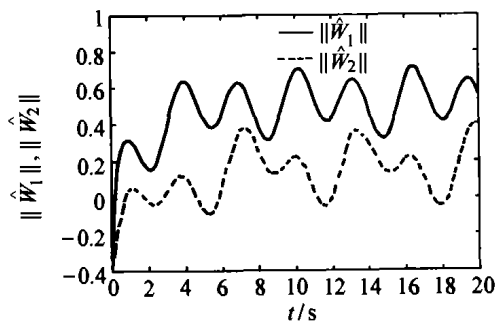


图7 权值估计 $\|\hat{W}_1\|$ 和 $\|\hat{W}_2\|$

Fig. 7 Weight estimate $\|\hat{W}_1\|$ and $\|\hat{W}_2\|$

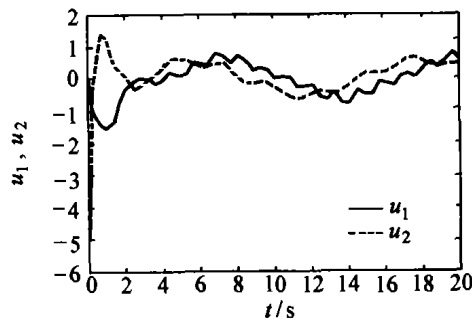


图8 控制输入 u_1, u_2

Fig. 8 Control input u_1, u_2

参考文献(References):

- [1] GE S S, WANG C. Direct adaptive NN control of a class of nonlinear systems [J]. *IEEE Trans on Neural Networks*, 2002, 13(1): 214 - 221.
- [2] LI Y, SUNDARAJAN N, SARATCHANDRAN P. Neuro-controller design for nonlinear fighter aircraft maneuver using fully tuned RBF networks [J]. *Automatica*, 2001, 37(8): 1293 - 1301.
- [3] ROVITHAKIS G A. Tracking control of multi-input affine nonlinear dynamical systems with unknown nonlinearities using dynamical neural networks [J]. *IEEE Trans on Systems, Man, and Cybernetics*, 1999, 29(2): 179 - 189.
- [4] LI C, LEE C Y. Self-organizing neuro-fuzzy system for control of unknown plants [J]. *IEEE Trans on Fuzzy Systems*, 2003, 11(1): 135 - 150.
- [5] LU Yingwei, SUNDARAJAN N, SARATCHANDRAN P. Performance evolution of a sequential minimal RBF neural network learning algorithm [J]. *IEEE Trans on Neural Networks*, 1998, 9(2): 308 - 318.

- [6] ROJAS I, GONZALEZ J, CANAS A, et al. Short-term prediction of chaotic time series by using network with regression weights [J]. *Int J of Neural Systems*, 2000, 10(5): 353 - 364.
- [7] STINCHCOMBE M, WHITE H. Approximation and learning unknown mappings using multilayer feedforward network with bounded weights [C] // *Proc of Int Joint Conf on Neural Networks*. Piscataway, NJ: IEEE Press, 1990, 3: 7 - 16.
- [8] KIM Y H, LEWIS F L. *High Level Feedback Control with Neural Networks* [M]. New Jersey: World Scientific, 1998: 451 - 452.

作者简介:

刘亚 (1975—), 女, 博士, 1996年毕业于合肥工业大学电气工程系, 主要研究方向模糊系统、神经网络及可靠控制, E-mail: liuyaly@263.net;

侯震 (1974—), 女, 南京航空航天大学自动化学院博士生, 2000年获新疆大学数学系应用数学硕士学位, 主要研究方向为小波分析、神经网络及故障检测;

胡寿松 (1937—), 男, 南京航空航天大学自动化学院教授, 博士生导师, 1960年毕业于北京航空航天大学自控系, 主要研究方向为故障诊断、自修复控制和复杂系统控制。

(上接第28页)

5 结论(Conclusion)

本文针对一类含有对象不确定和干扰的MIMO非线性系统提出了一种基于径向基神经网络的自适应鲁棒输出反馈控制方案, 使用了高增益观测器重构系统状态, 在控制项中加入了鲁棒项从而克服了神经网络重构系统未知非线性所带来的误差和系统外部干扰对闭环系统稳定性的影响. 在所设计的控制器的作用下闭环系统所有状态有界并且跟踪误差一致终值有界. 本文实际上是文献[4]的结果的拓展, 如何研究含有零动态的MIMO不确定非线性系统的自适应鲁棒输出反馈控制将是下一步继续研究的课题.

参考文献(References):

- [1] KHALIL H K. Adaptive output feedback control of nonlinear systems represented by input-output models [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1996, 36(8): 1241 - 1253.
- [2] JANKOVIC M. Adaptive output feedback control of nonlinear feedback linearizable systems [J]. *Int J of Adaptive Control & Signal Processing*, 1996, 10(1): 1 - 18.
- [3] JANKOVIC M. Adaptive nonlinear output feedback tracking with a partial high-gain observer and backstepping [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1997, 42(1): 106 - 113.
- [4] SESHAGIRI S, KHALIL H K. Output feedback control of nonlinear

systems using RBF neural networks [J]. *IEEE Trans on Neural Network*, 2000, 11(1): 69 - 79.

- [5] CALISE A J, HOVAKIMYAN N, IDAN M. Adaptive output feedback control of nonlinear systems using neural networks [J]. *Automatica*, 2001, 37(8): 1201 - 1211.
- [6] SUN F, SUN Z, WOO P. Neural network - based adaptive controller design of robotic manipulator with an observer [J]. *IEEE Trans on Neural network*, 2001, 1(1): 54 - 67.
- [7] POMET J B, PRALY L. Adaptive nonlinear regulation: estimation from the Lyapunov equation [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1992, 37(6): 729 - 740.
- [8] SCANNER R M, SLOTINE J-J E. Gaussian networks for direct adaptive control [J]. *IEEE Trans on Neural Networks*, 1992, 3(6): 837 - 863.

作者简介:

朱永红 (1965—), 男, 副教授, 1989年获江西工业大学(现南昌大学)硕士学位, 2004年3月获南京航空航天大学博士学位. 主要研究方向: 鲁棒控制、自适应控制、智能控制等, E-mail: zyh_patrick@tom.com;

姜长生 (1942—), 男, 南京航空航天大学自动化学院教授、博士生导师, 1968年南京航空航天大学自控理论专业研究生毕业, 主要研究方向为鲁棒控制、自适应控制、智能控制、飞行器控制等;

费树岷 (1961—), 男, 1985年获安徽大学理学硕士学位, 1995年获北京航空航天大学博士学位. 现为东南大学自动化所教授、博士生导师. 主要研究方向: 非线性控制系统设计与综合、鲁棒控制、自适应控制等.