文章编号: 1000-8152(2005)01-0096-05

基于观测器的非线性不确定离散系统的鲁棒模糊控制

巩长忠[1,2], 王 伟[2], 刘全利[2]
(1.渤海大学 数学系,辽宁 锦州 121000; 2.大连理工大学 信息与控制研究中心,辽宁 大连 116024)

摘要: 研究了参数不确定及状态变量难以获取的非线性系统的鲁棒模糊控制问题.采用离散模糊 T-S 模型对离散非线性系统进行建模并建立了模糊观测器.用矩阵不等式的形式推导出了在 Lyapunov 意义下鲁棒镇定的充分条件.利用线性矩阵不等式(LMI)导出了模糊反馈增益和模糊观测器增益存在的充分条件.

关键词: 离散非线性系统; 模糊控制; 模糊观测器; 线性矩阵不等式; 参数不确定性
中图分类号: TP273 **文献标识码**: A

Observer-based robust fuzzy control of nonlinear discrete systems with parametric uncertainties

GONG Chang-zhong[1,2], WANG Wei[2], LIU Quan-li[2]
(1. Department of Mathematics, Bohai University, Jinzhou Liaoning 121000, China;
2. Research Center of Information and Control, Dalian University of Technology, Dalian Liaoning 116024, China)

Abstract: The robust fuzzy control problem is addressed for nonlinear systems in the presence of parametric uncertainties and the state variables unavailable for measurement. The Tagaki-Sugeno (T-S) discrete fuzzy model system with parametric uncertainties is adopted for modeling the nonlinear system and establishing fuzzy observer. Sufficient conditions are derived for robust stabilization in the sense of Lyapunov asymptotic stability and are formulated in the format of matrix inequalities. Sufficient conditions for the existence of fuzzy state feedback gain and fuzzy observer gain are derived through the numerical solution of a set of coupled linear matrix inequalities (LMI).

Key words: discrete nonlinear system; fuzzy control; fuzzy observer; linear matrix inequality; parametric uncertainty

1 引言(Introduction)

应用常规的非线性控制方法对非线性不确定系统进行控制难以取得好的控制效果.为了克服这种困难,在过去的20年里提出了许多智能控制方法,基于T-S模型的模糊控制是其中的一种有效的方法.由于模糊控制对于复杂的、不确定的被控对象可以提供有效的解决方法,因此,模糊控制的理论研究及应用得到了广泛的关注.近年来,对于基于T-S模型的控制器,已经建立了一些保证控制性能和系统稳定的设计方法[1~4].由于在许多实际非线性系统中,状态变量往往不能获取或难以测量,因此输出反馈或基于观测器的控制就显得十分必要,在这方面的研究已经取得了一些结果[5~7].但是,文献[5,6]对于输出反馈控制器的研究没有考虑参数不确定性,因而在这种情况下不能保证闭环系统的鲁棒性.文献[7]研究了连续的基于模糊观测器的输出反馈问题,但没有考虑不确定离散的模糊观测器的设计.

作者对一类时变的范数有界的参数不确定非线性离散系统的鲁棒镇定问题进行了研究,并考虑了系统的状态变量不能通过测量的情况.用线性矩阵不等式(LMI)的形式给出了闭环系统渐近稳定的充分条件以及控制器和观测器的设计方法.利用线性矩阵不等式(LMI)导出了模糊反馈增益和模糊观测器增益的存在的充分条件.

2 问题描述(Problem statement)

考虑由离散模糊T-S模型描述的不确定非线性系统:

$$
\begin{aligned}
R^i:&\text{IF } z_1(t) \text{ is } M_1^i \text{ and } z_2(t) \text{ is } M_2^i,\cdots,\text{and } z_n(t) \text{ is } M_n^i,\\
&\text{THEN } x(t+1)=[A_i+\Delta A_i]x(t)+[B_i+\Delta B_i]u(t),\\
&y(t)=C_ix(t),(i=1,2,\cdots,q).
\end{aligned}
\tag{1}
$$

收稿日期:2002-10-11;收修改稿日期:2003-12-11.

式中: M_j^i 是模糊集合; $z(t)=[z_1(t),z_2(t),\cdots,z_n(t)]^{\mathrm{T}}$ 是可测量的变量,即前件变量; $x(t)\in\mathbb{R}^n$ 是状态向量; $u(t)\in\mathbb{R}^m$ 是控制输入向量; $y(t)\in\mathbb{R}^l$ 是输出向量; $A_i\in\mathbb{R}^{n\times n}$, $B_i\in\mathbb{R}^{n\times m}$ 和 $C_i\in\mathbb{R}^{l\times n}$ 分别是系统矩阵、输入矩阵和输出矩阵; $\Delta A_i,\Delta B_i$ 是具有适当维数的时变矩阵,表示系统的参数不确定性; q 是模糊规则的个数.

本文中考虑的不确定性假定是范数有界的,且具有以下形式:

$$[\Delta A_i\quad \Delta B_i]=D_iF(t)_i[E_{1i}\quad E_{2i}] \tag{2}$$

式中: D_i,E_{1i},E_{2i} 是适当维数的常数矩阵,它们反映了不确定性的结构; $F_i(t)\in\mathbb{R}^{i\times j}$ 是满足 $F_i^{\mathrm{T}}(t)F_i(t)\leqslant I$ 的时变不确定矩阵,其中 I 表示适当维数的单位矩阵.

全局模糊系统模型为

$$\begin{cases} x(t+1)= \\ \sum_{i=1}^{q}\mu_i(z(t))[A_i+\Delta A_i]x(t)+[B_i+\Delta B_i]u(t)], \\ y(t)=\sum_{i=1}^{q}\mu_i(z(t))C_ix(t). \end{cases} \tag{3}$$

其中

$$\mu_i(z(t))=\frac{w_i(z(t))}{\sum_{i=1}^{q}w_i(z(t))},\ w_i(z(t))=\prod_{j=1}^{n}M_j^i(z(t)),$$

$$w_i(z(t))\geqslant 0,\ \sum_{i=1}^{q}w_i(z(t))>0,\ i=1,2,\cdots,q.$$

对于具有参数不确定离散 T-S 模糊模型定义模糊状态观测器如下:

模糊观测器规则 i 为

IF $z_1(t)$ is M_1^i and $z_2(t)$ is M_2^i, $\cdots$and $z_n(t)$ is M_n^i,

THEN $\hat{x}(t+1)=A_i\hat{x}(t)+B_iu(t)+G_i[y(t)-\hat{y}(t)]$,

$$\hat{y}(t)=C_i\hat{x}(t),(i=1,2,\cdots,q). \tag{4}$$

其中 $G_i\in\mathbb{R}^{n\times l}$ 是要求的观测器增益.

式(4)的模糊化输出表示如下:

$$\begin{cases} \hat{x}(t+1)=\sum_{i=1}^{q}\mu_i(z(t))[A_i\hat{x}(t)+ \\ \qquad B_iu(t)+G_i(y(t)-\hat{y}(t))], \\ \hat{y}(t)=\sum_{i=1}^{q}\mu_i(z(t))C_i\hat{x}(t). \end{cases} \tag{5}$$

3 离散 T-S 模糊模型的输出反馈鲁棒控制(Robust output feedback control of discrete T-S fuzzy models)

对于离散的具有参数不确定的 T-S 模糊系统(3),定义观测误差为

$$e(t)=x(t)-\hat{x}(t). \tag{6}$$

本研究的目的是要根据观测器设计一个模糊状态反馈控制器

$$u(t)=-\sum_{i=1}^{q}\mu_i(z(t))K_i\hat{x}(t), \tag{7}$$

使得系统(3)是稳定的.

由方程(3),(5),(6)及(7),有

$$x(t+1)= \\ \sum_{i=1}^{q}\sum_{j=1}^{q}\mu_i(z(t))\mu_j(z(t))[A_i+\Delta A_i-(B_i+\Delta B_i)K_j]x(t)+ \\ \sum_{i=1}^{q}\sum_{j=1}^{q}\mu_i(z(t))\mu_j(z(t))(B_i+\Delta B_i)e(t), \tag{8}$$

$$e(t)=\sum_{i=1}^{q}\sum_{j=1}^{q}\mu_i(z(t))\mu_j(z(t))(\Delta A_i-\Delta B_iK_j)x(t)+ \\ \sum_{i=1}^{q}\sum_{j=1}^{q}\mu_i(z(t))\mu_j(z(t))(A_i-G_iC_j+\Delta B_iK_j)e(t). \tag{9}$$

定理　如果存在公共的对称正定矩阵 P_1 和 P_2,矩阵 K_i 和 G_i 以及常数 $\varepsilon_{ij}>0,\eta_{ij}>0(i,j=1,2,\cdots,q)$,使得下列线性矩阵不等式成立,则基于观测器(5)的模糊反馈控制器(7),保证模糊系统(3)是渐近稳定的.

$$\begin{bmatrix} -\frac{1}{2}Q & * & 0 & * & 0 \\ A_iQ-B_iM_i & -Q+\varepsilon_{ii}D_iD_i^{\mathrm{T}} & * & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{ii}P_2D_iD_i^{\mathrm{T}} & -P_2 & 0 & 0 \\ E_{1i}Q-E_{2i}M_i & 0 & 0 & -\varepsilon_{ii}I & 0 \\ 0 & 0 & D_i^{\mathrm{T}} & 0 & -\varepsilon_{ii}^{-1}I \end{bmatrix}<0, \tag{10}$$

$$\begin{bmatrix} -2Q & * & 0 & * & * & 0 & 0 \\ (A_iQ-B_iM_j+A_jQ-B_jM_i) & -Q+\varepsilon_{ij}^{-1}(D_iD_i^{\mathrm T}+D_jD_j^{\mathrm T}) & * & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{ij}^{-1}(D_iD_i^{\mathrm T}+D_jD_j^{\mathrm T}) & -P_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ E_{1i}Q-E_{2i}M_j & 0 & 0 & -\varepsilon_{ij}I & 0 & 0 & 0 \\ E_{1j}Q-E_{2j}M_j & 0 & 0 & 0 & -\varepsilon_{ij}I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & D_i^{\mathrm T} & 0 & 0 & -\varepsilon_{ij}^{-1}I & 0 \\ 0 & 0 & D_j^{\mathrm T} & 0 & 0 & 0 & -\varepsilon_{ij}^{-1}I \end{bmatrix} < 0, \tag{11}$$

$$\begin{bmatrix} -\frac{1}{2}P_2 & * & * & * & 0 \\ P_2A_i-N_iC_i & -P_2 & * & 0 & * \\ B_iK_i & \varepsilon_{ii}D_iD_i^{\mathrm T} & -Q+\eta_{ii}D_iD_i^{\mathrm T} & 0 & 0 \\ E_{2i}K_i & 0 & 0 & -\eta_{ii}I & 0 \\ 0 & D_i^{\mathrm T}P_2 & 0 & 0 & -\eta_{ii}^{-1}I \end{bmatrix} < 0, \tag{12}$$

$$\begin{bmatrix} -2P_2 & * & * & * & 0 & 0 & 0 \\ P_2(A_i+A_j)-N_iC_j-N_jC_i & -P_2 & * & 0 & 0 & * & * \\ B_iK_j+B_jK_i & \eta_{ij}(D_iD_i^{\mathrm T}+D_jD_j^{\mathrm T}) & -Q+\eta_{ij}(D_iD_i^{\mathrm T}+D_jD_j^{\mathrm T}) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ E_{2i}K_j & 0 & 0 & -\eta_{ij}I & 0 & 0 & 0 \\ E_{2j}K_i & 0 & 0 & 0 & -\eta_{ij}I & 0 & 0 \\ 0 & D_i^{\mathrm T}P_2 & 0 & 0 & 0 & -\eta_{ij}^{-1}I & 0 \\ 0 & D_j^{\mathrm T}P_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\eta_{ij}^{-1}I \end{bmatrix} < 0. \tag{13}$$

式中 * 表示对称位矩阵的转置，$Q = P_1^{-1}, M_i = K_iQ$，$N_i = P_2G_i$.

在证明定理之前,先给出一个矩阵不等式,在定理的证明过程中都需要此不等式.

引理[8] 对于具有适当维数的矩阵 Q,F,E 和 R,其中 Q 和 R 对称且 $R>0$,则对所有满足 $F^{\mathrm T}F \leqslant R$ 的矩阵 F 有

$$Q + HFE + E^{\mathrm T}F^{\mathrm T}H^{\mathrm T} < 0,$$

当且仅当存在某个常数 ε,使得

$$Q + \varepsilon^2HH^{\mathrm T} + \varepsilon^{-2}E^{\mathrm T}RE < 0.$$

证 考虑 Lyapunov 函数

$$V(x(t)) = x^{\mathrm T}(t)P_1x(t) + e^{\mathrm T}(t)P_2e(t), \tag{14}$$

其中 P_1 和 P_2 是时不变对称正定矩阵.令

$$V_1(x(t)) = x^{\mathrm T}(t)P_1x(t),$$
$$V_2(e(t)) = e^{\mathrm T}(t)P_2e(t).$$

则 $V_1(x(t))$ 的差分为

$$\begin{aligned}\Delta V_1(x(t)) &= x^{\mathrm T}(t+1)P_1x(t+1) - x^{\mathrm T}(t)P_1x(t) = \\ &\sum_{i=1}^q\sum_{j=1}^q\sum_{k=1}^q\sum_{l=1}^q \mu_i\mu_j\mu_k\mu_l x^{\mathrm T}(t)\{[A_i+\Delta A_i-(B_i+\Delta B_i)K_j]^{\mathrm T}P_1[A_k+\Delta A_k-(B_k+\Delta B_k)K_l\}x(t) + \\ &2\sum_{i=1}^q\sum_{j=1}^q\sum_{k=1}^q\sum_{l=1}^q \mu_i\mu_j\mu_k\mu_l x^{\mathrm T}(t)[A_i+\Delta A_i-(B_i+\Delta B_i)K_j]^{\mathrm T}P_1(B_k+\Delta B_k)K_le(t) + \\ &\sum_{i=1}^q\sum_{j=1}^q\sum_{k=1}^q\sum_{l=1}^q \mu_i\mu_j\mu_k\mu_l e^{\mathrm T}(t)[(B_i+\Delta B_i)K_j]^{\mathrm T}P_1(B_k+\Delta B_k)K_le(t) - x^{\mathrm T}(t)P_1x(t).\end{aligned} \tag{15}$$

记 $H_{ij} = A_i + \Delta A_i - (B_i + \Delta B_i)K_j$, 则

$$\begin{aligned}\Delta V_1(x(t)) &\leqslant \\ &\frac{1}{4}\sum_{i=1}^q\sum_{j=1}^q \mu_i\mu_j x^{\mathrm T}(t)\{(H_{ij}+H_{ji})^{\mathrm T}P_1(H_{ij}+H_{ji})-4P_1\}x(t) + \\ &\frac{1}{4}\sum_{i=1}^q\sum_{j=1}^q \mu_i\mu_j e^{\mathrm T}(t)\{[(B_i+\Delta B_i)K_j]+(B_j+\Delta B_j)K_i]^{\mathrm T}P_1[B_i+\Delta B_i)K_j]+(B_j+\Delta B_j)K_i]\} +\end{aligned}$$

$$\frac{1}{4}\sum_{i=1}^{q}\sum_{j=1}^{q}\mu_i\mu_j x^{\mathrm{T}}(t)\{(H_{ij}+H_{ji})^{\mathrm{T}}P_1(H_{ij}+H_{ji})x(t)+$$

$$\frac{1}{4}\sum_{i=1}^{q}\sum_{j=1}^{q}\mu_i\mu_j e^{\mathrm{T}}(t)\{[(B_i+\Delta B_i)K_j]+(B_j+\Delta B_j)K_i]^{\mathrm{T}}P_1[B_i+\Delta B_i)K_j]+(B_j+\Delta B_j)K_i]\}e(t)=$$

$$\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{q}\sum_{j=1}^{q}\mu_i\mu_j x^{\mathrm{T}}(t)[(H_{ij}+H_{ji})^{\mathrm{T}}P_1(H_{ij}+H_{ji})-2P_1]x(t)+$$

$$\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{q}\sum_{j=1}^{q}\mu_i\mu_j e^{\mathrm{T}}(t)[(B_i+\Delta B_i)K_j]+(B_j+\Delta B_j)K_i]^{\mathrm{T}}P_1[(B_i+\Delta B_i)K_j]+(B_j+\Delta B_j)K_i]e(t). \tag{16}$$

记 $\Sigma_{ij}=A_i-G_iC_j+\Delta B_iK_j$，则有

$$\Delta V(e(t))=e^{\mathrm{T}}(t+1)P_2e(t+1)-e^{\mathrm{T}}(t)P_2e(t)\leqslant$$

$$\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{q}\sum_{j=1}^{q}\mu_i\mu_j x^{\mathrm{T}}(t)(\Delta A_i-\Delta B_iK_j+\Delta A_j-\Delta B_jK_i)^{\mathrm{T}}P_2(\Delta A_i-\Delta B_iK_j+\Delta A_j-\Delta B_jK_i)x(t)+$$

$$\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{q}\sum_{j=1}^{q}\mu_i\mu_j e^{\mathrm{T}}(t)[(\Sigma_{ij}+\Sigma_{ji})^{\mathrm{T}}P_2(\Sigma_{ij}+\Sigma_{ji})-2P_2]e(t). \tag{17}$$

将式(16),(17)结合起来，$V(x(t))$ 的差分可以表示为

$$V(x(t))\leqslant 2\sum_{i=1}^{q}\mu_i^2x^{\mathrm{T}}(t)[H_{ii}^{\mathrm{T}}P_1H_{ii}-\frac{1}{2}P_1+(\Delta A_i-\Delta B_iK_i)^{\mathrm{T}}P_2(\Delta A_i-\Delta B_iK_i)]x(t)+$$

$$\sum_{i<j}^{q}\mu_i\mu_j x^{\mathrm{T}}(t)[(H_{ij}+H_{ji})^{\mathrm{T}}P_1(H_{ij}+H_{ji})-2P_1+(\Delta A_i-\Delta B_iK_j+\Delta A_j-\Delta B_jK_i)^{\mathrm{T}}P_2(\Delta A_i-\Delta B_iK_j+\Delta A_j-\Delta B_jK_i)]x(t)+$$

$$2\sum_{i=1}^{q}\mu_i^2e^{\mathrm{T}}(t)\{[(B_i+\Delta B_i)K_i]^{\mathrm{T}}P_1[(B_i+\Delta B_i)K_i]+\Sigma_{ii}^{\mathrm{T}}P_2\Sigma_{ii}-\frac{1}{2}P_2\}e(t)+$$

$$\sum_{i<j}^{q}\mu_i\mu_j e^{\mathrm{T}}(t)\{(\Sigma_{ij}+\Sigma_{ji})^{\mathrm{T}}P_2(\Sigma_{ij}+\Sigma_{ji})-2P_2+[(B_i+\Delta B_i)K_j+(B_j+\Delta B_i)K_i]^{\mathrm{T}}P_1[(B_i+\Delta B_i)K_j+(B_j+\Delta B_j)K_i]\}e(t). \tag{18}$$

除了在 $x(t)=0$ 和 $e(t)=0$ 外,若对所有的 $x(t),e(t),V(x(t))$ 的差分是一致负定的,则被控系统(3)在其零平衡点是渐近稳定的.因此,如果能够分别假定式(18)中的每一个和项是负定的,则被控的离散 T-S 模糊系统是渐近稳定的.

首先,假定式(18)中的第一项是负定的,即

$$H_{ii}^{\mathrm{T}}P_1H_{ii}-\frac{1}{2}P_1+(\Delta A_i-\Delta B_iK_i)^{\mathrm{T}}P_2(\Delta A_i-\Delta B_iK_i)<0, \tag{19}$$

应用 Schur 定理及引理,式(19)等价于

$$\Omega_{ii}+\begin{bmatrix}0\\D_i\\D_i\end{bmatrix}F_i[E_{1i}-E_{2i}K_i\quad 0\quad 0]+[E_{1i}-E_{2i}K_i\quad 0\quad 0]^{\mathrm{T}}F_i^{\mathrm{T}}\begin{bmatrix}0\\D_i\\D_i\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}<0. \tag{20}$$

其中

$$\Omega_{ii}=\begin{bmatrix}-\frac{1}{2}P_1 & (A_i-B_iK_i)^{\mathrm{T}} & 0\\ (A_i-B_iK_i) & -P_1^{-1} & 0\\ 0 & 0 & -P^{-1}\end{bmatrix}.$$

根据引理,矩阵不等式(20)对所有满足 $F_i^{\mathrm{T}}(t)\cdot F_i(t)\leqslant I$ 的 $F_i(t)$ 成立当且仅当存在常数 $\varepsilon_{ii}^{1/2}>0$ 存在常数使得矩阵不等式(21)成立,即

$$\Omega_{ii}+\begin{bmatrix}(E_{1i}-E_{2i}K_i)^{\mathrm{T}} & 0\\ 0 & D_i\\ 0 & D_i\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}\varepsilon_{ii}^{-1}I & 0\\ 0 & \varepsilon_{ii}I\end{bmatrix}\begin{bmatrix}E_{1i}-E_{2i}K_i & 0 & 0\\ 0 & D_i^{\mathrm{T}} & D_i^{\mathrm{T}}\end{bmatrix}<0. \tag{21}$$

对式(21)应用 Schur 定理,得到

$$\begin{bmatrix}-\frac{1}{2}P_1 & * & 0 & * & 0\\ A_i-B_iK_i & -P_1^{-1}+\varepsilon_{ii}D_iD_i^{\mathrm{T}} & * & 0 & 0\\ 0 & \varepsilon_{ii}D_iD_i^{\mathrm{T}} & -P_2^{-1} & 0 & *\\ E_{1i}-E_{2i}K_i & 0 & 0 & -\varepsilon_{ii}I & 0\\ 0 & 0 & D_i^{\mathrm{T}} & 0 & -\varepsilon_{ii}^{-1}I\end{bmatrix}<0. \tag{22}$$

令 $Q=P_1^{-1},M_i=K_iQ$,用 $\mathrm{diag}\{P_1^{-1}\quad I\quad P_2\quad I\quad I\}$ 左、右乘式(22),得到第一个线性矩阵不等式.

其次,假定式(18)中第二项是负定的,即

$$\sum_{i<j}^{q}\mu_i\mu_j x^{\mathrm{T}}(t)[(H_{ij}+H_{ji})^{\mathrm{T}}P_1(H_{ij}+H_{ji})-2P_1+(\Delta A_i-\Delta B_iK_j+\Delta A_j-\Delta B_jK_i)^{\mathrm{T}}P_2(\Delta A_i-\Delta B_iK_j+\Delta A_j-\Delta B_jK_i)]x(t)<0,$$

它等价于

$$\Omega_{ij}+\begin{bmatrix}0 & 0\\ D_i & D_j\\ D_i & D_j\end{bmatrix}\begin{bmatrix}F_i(t) & 0\\ 0 & F_j(t)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}E_{1i}-E_{2i}K_j & 0 & 0\\ E_{1j}-E_{2j}K_i & 0 & 0\end{bmatrix}+$$

$$\begin{bmatrix} E_{1i}-E_{2i}K_j & 0 & 0 \\ E_{1j}-E_{2j}K_i & 0 & 0 \end{bmatrix}^{\mathrm T}\begin{bmatrix} F_i(t) & 0 \\ 0 & F_j(t) \end{bmatrix}^{\mathrm T}\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ D_i & D_j \\ D_i & D_j \end{bmatrix}^{\mathrm T} < 0. \tag{23}$$

根据引理,矩阵不等式(23)对所有满足 $F_i^{\mathrm T}(t)\cdot F_i(t)\leqslant I$ 的 $F_i(t)$ 成立当且仅当存在常数 $\varepsilon_{ij}>0$ 使得矩阵不等式(24)成立,即

$$\Omega_{ij}+\varepsilon_{ij}^{-1}\begin{bmatrix} E_{1i}-E_{2i}K_j & 0 & 0 \\ E_{1j}-E_{2j}K_i & 0 & 0 \end{bmatrix}^{\mathrm T}\begin{bmatrix} E_{1i}-E_{2i}K_j & 0 & 0 \\ E_{1j}-E_{2j}K_i & 0 & 0 \end{bmatrix}+$$

$$\varepsilon_{ij}\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ D_i & D_j \\ D_i & D_j \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ D_i & D_j \\ D_i & D_j \end{bmatrix}^{\mathrm T} < 0. \tag{24}$$

其中

$$\Omega_{ij}=\begin{bmatrix} -2P_1 & * & 0 \\ (A_i-B_iK_j+A_j-B_jK_i) & -P_1^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & -P_2^{-1} \end{bmatrix}.$$

对式(24)应用 Schur 定理,然后用 $\mathrm{diag}\{P_1^{-1}\ \ I\ \ P_2\ \ I\ \ I\ \ I\ \ I\}$ 矩阵左、右乘,得到线性矩阵不等式(11).

应用类似的方法,可以得到线性矩阵不等式(12),(13). 证毕.

参考文献(References):

[1] TAKAGI T, SUGENO M. Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control [J]. *IEEE Trans on Systems Man Cybernet*, 1985, 15(1), (1985): 116 - 132.

[2] TANAKA K, IKEDA T, WANG H O. A unified approach to controlling chaos via an LMI-based fuzzy control system design: Fundamental Theory and Applications [J]. *IEEE Trans on Circuit and Systems-*I, 1998, 45(10): 1021 - 1040.

[3] TANAKA K, SUGENO M. Stability analysis and design of fuzzy control systems [J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 1992, 45(2): 135 - 156.

[4] TANAKA K, IKEDA T, WANG H O. Robust stabilization of a class of uncertain nonlinear systems via fuzzy control: quadratic stabilizability, H_∞ control theory and linear matrix inequalities [J]. *IEEE Trans on Fuzzy Systems*, 1996, 4(1): 1 - 13.

[5] TANAKA K, IKEDA T, WANG H O. Fuzzy regulators and fuzzy observers: relaxed stability conditions and LMI-based designs [J]. *IEEE Trans on Fuzzy Systems*, 1998, 4(2): 250 - 265.

[6] MA X J, SUN Z Q. Analysis and design of fuzzy controller and fuzzy observer [J]. *IEEE Trans on Fuzzy Systems*, 1998, 6(1): 41 - 51.

[7] TONG Shaocheng. Observer-based robust fuzzy control of nonlinear systems with parametric uncertainties [J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2002, 131(2): 165 - 184.

[8] XIE Lihua. Output feedback H_∞ control of systems with parameter uncertainty [J]. *Int J of Control*, 1996, 63(4): 741 - 750.

作者简介:

巩长忠 (1959—),男,教授,博士,研究方向为非线性控制和模糊控制,E-mail: g_chzh@163.com;

刘全利 (1976—),男,大连理工大学博士生,研究方向为复杂系统的建模与控制、复杂工业过程的生产调度等;

王 伟 (1955—),男,教授,博士生导师,研究方向为自适应控制、模糊预测控制、计算机控制及其工业应用等.