第 22 卷第 1 期
2005 年 2 月

控 制 理 论 与 应 用
Control Theory & Applications

Vol.22 No.1
Feb. 2005

文章编号: 1000-8152(2005)01-0118-05

广义对称组合系统的结构分析

王 静[1], 张庆灵[1], 刘万泉[2]
(1.东北大学 理学院,辽宁 沈阳 110004; 2.科廷理工大学 计算机学院,澳大利亚)

摘要: 研究了由若干个相同的广义线性子系统以对称的内联方式构成的广义对称组合大系统的性质.首先,通过系统变换,将原广义对称组合大系统转换为两个低阶的修正子系统,然后通过分析得到广义对称组合大系统的稳定性、能控性、能观性、固定模的存在性、分散正常化、Lyapunov 方程和 Riccati 方程的解等性质,均可由这两个低阶的修正子系统的相应性质来描述.

关键词: 广义对称组合系统; 固定模; 分散正常化; 能控性; 能观性
中图分类号: TP13　　**文献标识码**: A

Structure analysis of singular symmetric composite systems

WANG Jing[1], ZHANG Qing-ling[1], LIU Wan-quan[2]
(1. School of Sciences, Northeastern University, Shenyang Liaoning 110004, China;
2. School of Computing, Curtin University of Technology, WA 6102, Australia)

Abstract: A class of singular systems with symmetric interconnected and identical structure was investigated. First, the original singular symmetric composite systems were transformed to two lower-order modified subsystems via system transformation; Then it was found that the characteristics (such as stability, controllability, observability, the existence of fixed modes, decentralized normalization, the solution to the Lyapunov equation and Riccati equation) of this kind of large-scale systems can be determined by the corresponding properties of the two lower-order modified subsystems.

Key words: singular symmetric composite systems; fixed modes; decentralized normalization; controllability; observability

1 引言(Introduction)

在控制系统的研究中,广义分散控制系统由于其广泛的应用背景而越来越受到人们的重视,并取得了诸多结果[1~6].例如 Leontief 的动态投入产出模型[5],Leslie 的人口增长模型,电力系统等[4].但随着系统维数的增大,系统的分析与控制变得越来越复杂.因此,能否及如何使大系统的分析与控制得到简化,是个很有意义的问题,即能否通过维数比较低的系统来刻画整个大系统的性质.广义对称组合系统是一类特殊的广义分散控制系统,它是由若干个相同的子系统以对称的内联方式构成的大系统.本文集中分析了这类大系统的一些重要性质:谱特性、能控性、能观性、固定模的存在性、分散正常化、Lyapunov 方程和 Riccati 方程的解等.结果说明,这类大系统的很多特性可以由两个低阶的修正子系统的相应性质来确定.

2 系统描述(System description)

考虑一类广义大系统 S,它由 N 个子系统 S_i 组成,S_i 由式(1)给出,

$$\begin{cases} E\dot{x}_i = Ax_i + Bu_i + Ds_i,\ x_i(0) = x_{i0}, \\ y_i = Cx_i, \\ z_i = C_z x_i. \end{cases} \tag{1}$$

式中 $x_i \in \mathbb{R}^n, u_i \in \mathbb{R}^m, s_i \in \mathbb{R}^{m_s}, y_i \in \mathbb{R}^q, z_i \in \mathbb{R}^{r_z}$,分别是子系统 S_i 的状态矢量、控制输入、内联输入、控制输出和内联输出($i = 1,2,\cdots,N$);$E \in \mathbb{R}^{n\times n}$,$A \in \mathbb{R}^{n\times n}, B \in \mathbb{R}^{n\times m}, C \in \mathbb{R}^{q\times n}, C_z \in \mathbb{R}^{r_z\times n}, D \in \mathbb{R}^{n\times m_s}$ 均为实矩阵(见图 1).且假设每个子系统 S_i 均正则.当 $s_i = 0$ 时,称式(1)为系统 S 的隔离子系统,记为 $\bar{S}_i$,由于各隔离子系统相同,将 $\bar{S}_i$ 简记为 $\bar{S} = \bar{S}(E,A,B,C)$.另外,各子系统间的内联关系由下式确定

收稿日期:2003-06-11; 收修改稿日期:2003-12-17.
基金项目:辽宁省普通高校学科带头人基金资助项目(124210); 辽宁省科技基金资助项目(2001401041).

$$s = Lz. \tag{2}$$

其中

$$s = (s_1^{\mathrm{T}}, s_2^{\mathrm{T}}, \cdots, s_N^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}},$$

$$z = (z_1^{\mathrm{T}}, z_2^{\mathrm{T}}, \cdots, z_N^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}},$$

$$L = \begin{bmatrix} L_d & L_q & \cdots & L_q \\ L_q & L_d & \cdots & L_q \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ L_q & L_q & \cdots & L_d \end{bmatrix}. \tag{3}$$

换句话说,广义大系统 S 是由若干个相同的子系统以对称的内联方式构成的.当 $E = I$ 时,系统 S 即为正常的相似组合系统[7].另外,假设本文中的矩阵均具有相容性.

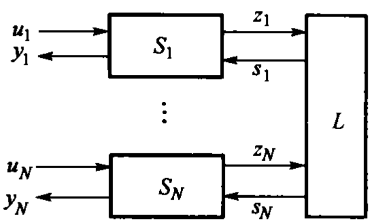

图 1　大系统 S 的结构示意图

Fig. 1　Structure of composite large-scale system S

称系统(1)~(3)为广义对称组合系统.

将系统(1)~(3)写成紧凑的形式如下:

$$E_N\dot{\boldsymbol{x}} = A_N\boldsymbol{x} + B_N\boldsymbol{u} + D_N\boldsymbol{s} = (A_N + D_N L(C_z)_N)\boldsymbol{x} + B_N\boldsymbol{u}.$$

其中 $\boldsymbol{x} = (\boldsymbol{x}_1^{\mathrm{T}}, \boldsymbol{x}_2^{\mathrm{T}}, \cdots, \boldsymbol{x}_N^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}}$, $\boldsymbol{u} = (\boldsymbol{u}_1^{\mathrm{T}}, \boldsymbol{u}_2^{\mathrm{T}}, \cdots, \boldsymbol{u}_N^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}}$, $E_N = \text{block diag}(E \quad E \quad \cdots \quad E)$, E_N 中矩阵 E 出现 N 次,于是系统 S 的状态空间表示为

$$\begin{cases} E_N\dot{\boldsymbol{x}} = \hat{A}\boldsymbol{x} + B_N\boldsymbol{u},\ \boldsymbol{x}(0) = \boldsymbol{x}_0, \\ \boldsymbol{y} = C_N\boldsymbol{x}. \end{cases} \tag{4}$$

其中 $\boldsymbol{x}_0 = (\boldsymbol{x}_{10}^{\mathrm{T}}, \boldsymbol{x}_{20}^{\mathrm{T}}, \cdots, \boldsymbol{x}_{N0}^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}}$, $\boldsymbol{y} = (\boldsymbol{y}_1^{\mathrm{T}}, \boldsymbol{y}_2^{\mathrm{T}}, \cdots, \boldsymbol{y}_N^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}}$, $\hat{A} = A_N + D_N L(C_z)_N$.

由定义知,广义对称组合系统是一类特殊的广义分散控制系统.

3　子系统的瞄述(Subsystem description)

为了更好地研究广义对称组合大系统,考虑对该系统进行如下的相似变换

$$\tilde{\boldsymbol{x}} = T\boldsymbol{x}. \tag{5}$$

其中

$$T = \frac{1}{N}\left[\begin{array}{cccc|c} (N-1)I & -I & \cdots & -I & -I \\ -I & (N-1)I & \cdots & -I & -I \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ -I & -I & \cdots & (N-1)I & -I \\ \hline I & I & \cdots & I & I \end{array}\right],$$

$$T^{-1} = \left[\begin{array}{cccc|c} I & 0 & \cdots & 0 & I \\ 0 & I & \cdots & 0 & I \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & I & I \\ \hline -I & -I & \cdots & -I & I \end{array}\right].$$

I 为 n 阶单位阵,T 是 N 块矩阵,于是系统 S 化为

$$TE_N T^{-1}\dot{\tilde{\boldsymbol{x}}} = T\hat{A}T^{-1}\tilde{\boldsymbol{x}} + TB_N\boldsymbol{u},$$

$$\tilde{\boldsymbol{x}}(0) = T\boldsymbol{x}_0,$$

$$\boldsymbol{y} = C_N T^{-1}\tilde{\boldsymbol{x}},$$

即

$$E_N\dot{\tilde{\boldsymbol{x}}} = \left[\begin{array}{cccc|c} A_s & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & A_s & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & A_s & 0 \\ \hline 0 & 0 & \cdots & 0 & A_0 \end{array}\right]\tilde{\boldsymbol{x}} + \frac{1}{N}\left[\begin{array}{cccc|c} (N-1)B & -B & \cdots & -B & -B \\ -B & (N-1)B & \cdots & -B & -B \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ -B & -B & \cdots & (N-1)B & -B \\ \hline B & B & \cdots & B & B \end{array}\right]\boldsymbol{u}, \tag{6}$$

$$\boldsymbol{y} = \left[\begin{array}{cccc|c} C & 0 & \cdots & 0 & C \\ 0 & C & \cdots & 0 & C \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & C & C \\ \hline -C & -C & \cdots & -C & C \end{array}\right]\tilde{\boldsymbol{x}},\ \tilde{\boldsymbol{x}}(0) = T\boldsymbol{x}_0.$$

其中

$$\begin{cases} A_s = A + D(L_d - L_q)C_z, \\ A_0 = A + DL_dC_z + (N-1)DL_qC_z. \end{cases} \tag{7}$$

称 n 阶系统 (E, A_s, B, C) 和 (E, A_0, B, C) 为系统 S 的修正子系统,分别将其记为 S_{A_s} 和 S_{A_0}.于是显然有下面的引理成立.

由于篇幅有限,本文所得结论均将证明略去.

引理 1　系统 S 是正则的当且仅当它的修正子系统 S_{A_s} 和 S_{A_0} 均正则.

下面的讨论均假设修正子系统 S_{A_s} 和 S_{A_0} 是正则的.

令 $\tilde{\boldsymbol{x}} = (\tilde{\boldsymbol{x}}_1^{\mathrm{T}}, \tilde{\boldsymbol{x}}_2^{\mathrm{T}}, \cdots, \tilde{\boldsymbol{x}}_N^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}}$,于是由矩阵 T 的结构可知

$$\tilde{\boldsymbol{x}}_N = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\boldsymbol{x}_i, \tag{8}$$

即实际上,$\tilde{\boldsymbol{x}}_N$ 是各个子系统 S_i 状态向量的平均值.

由式(6)可知,子系统 S_i 的输出轨迹 $\boldsymbol{y}_i$ 可由下

式描述:

$$\begin{cases}\begin{bmatrix}E&0\\0&E\end{bmatrix}\dot{\bar{x}}_i = \\ \begin{bmatrix}A_s&0\\0&A_0\end{bmatrix}\bar{x}_i + \begin{bmatrix}\frac{N-1}{N}B\\ \frac{1}{N}B\end{bmatrix}u_i + \begin{bmatrix}-\frac{1}{N}B\\ \frac{1}{N}B\end{bmatrix}\sum\limits_{j=1,j\neq i}^{N} u_j,\\ y_i = (C\quad C)\bar{x}_i,\\ \bar{x}_i(0)=\begin{bmatrix}\frac{N-1}{N}x_{i0}+\frac{1}{N}\sum\limits_{j=1,j\neq i}^{N} x_{j0}\\ \sum\limits_{j=1}^{N} x_{j0}\end{bmatrix},\\ i=1,2,\cdots,N-1.\end{cases}\tag{9}$$

其中 $\bar{x}_i = \begin{pmatrix}\tilde{x}_i\\ \tilde{x}_N\end{pmatrix}$.

显然,式(9)表达了子系统 S_i 的输入输出行为.这说明大系统 S 中的每个子系统均可用一个阶数最多为 $2n$ 阶的系统确切地表示,且阶数与 N 无关.当 N 较大时,$2n$ 远小于 Nn,这为研究子系统 S_i 提供了方便.另外,由文献[8]中的判别条件可知,如果修正子系统都是能观的,则式(9)所表示的子系统 S_i 亦是能观的.

其次,式(9)给出了内联项是如何影响子系统 S_i 的动力学行为的.由式(9)可以看出,子系统 S_i 由两部分组成,且每一部分都是 n 阶系统(E,A,B,C,D,C_z)(即隔离子系统 $\bar{S}$)的带有反馈项的闭环系统,即"内联项"是以内联输出对内联输入的静态反馈的形式出现的(见图2).

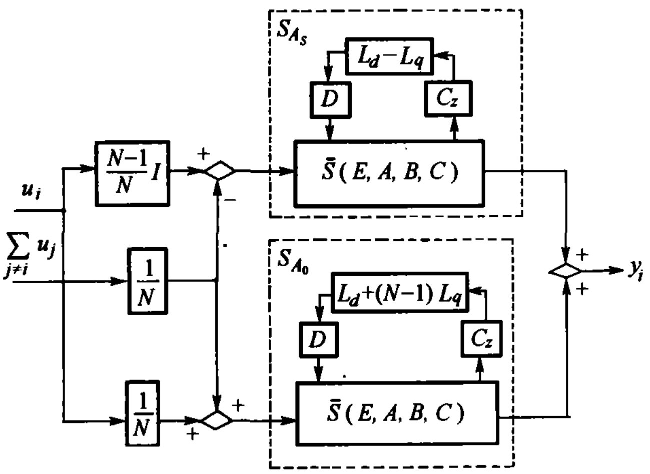

图2 第 i 个子系统的结构示意图

Fig. 2 Structure of the ith-subsystem model

此外,由式(9)还可以看出,输出向量 y_i 仅依赖于子系统状态向量 $\tilde{x}_i$ 和"平均状态"$\tilde{x}_N$.考虑下面的 n 阶系统

$$\begin{cases}E\dot{\hat{x}} = A_s\hat{x}_i + Bu_i,\ \hat{x}_i(0) = x_{i0},\\ \hat{y}_i = C\hat{x}_i.\end{cases}\tag{10}$$

式(10)与式(9)的误差系统由下式给出:

$$\begin{cases}\begin{bmatrix}E&0\\0&E\end{bmatrix}\dot{\bar{\bar{x}}}_i = \begin{bmatrix}A_s&0\\0&A_0\end{bmatrix}\bar{\bar{x}}_i + \begin{bmatrix}-\frac{1}{N}B\\ \frac{1}{N}B\end{bmatrix}\sum\limits_{j=1}^{N} u_j,\\ y_i-\hat{y}_i = (C\quad C)\bar{\bar{x}}_i,\\ \bar{\bar{x}}_i(0)=\begin{bmatrix}\frac{1}{N}\sum\limits_{j\neq i}^{N} x_{j0}-\frac{1}{N}x_{i0}\\ \frac{1}{N}\sum\limits_{j=1}^{N} x_{j0}\end{bmatrix}.\end{cases}\tag{11}$$

其中 $\bar{\bar{x}} = \begin{pmatrix}\tilde{x}_i-\hat{x}_i\\ \tilde{x}_N\end{pmatrix}$.于是若系统(11)稳定,$L_q$ 和 L_d 均与 N 无关,且是输出无脉冲的,则 $\|y_i-\hat{y}_i\|_2$ 将随着 N 的增加而减小.于是,当 N 较大时,可以用系统(10)代替子系统 S_i.

注 在设计分散控制系统的分散控制器时,人们有时用隔离子系统 $\bar{S}$ 代替子系统 S_i.但由上面的分析知,这样做的前提应该是大系统的联接是"弱"的,否则会引起误差.此外,若对隔离子系统 $\bar{S}$ 稍加改动,改为用系统(10)代替子系统 S_i 将会降低误差.且若 $L_q=L_d$,即没有内联项,则隔离子系统 $\bar{S}$ 与子系统 S_i 一致.

4 用低维系统描述大系统的性质(Characters of overall systems via lower-order subsystems)

4.1 基本性质(Basic characters)

设 $\sigma(E,A)=\{\lambda\mid\det(\lambda E-A)=0\}$,当 $E=I$ 时,简记为 $\sigma(A)$.

于是,广义对称组合大系统 S 显然具有下列性质:

定理2 $\sigma(S)=\sigma(E,A_0)\cup\{\bigcup\limits^{N-1}\sigma(E,A_s)\}$,其中 $\bigcup\limits^{N-1}\sigma(E,A_s)=\sigma(E,A_s)\cup\sigma(E,A_s)\cup\cdots\cup\sigma(E,A_s)$,$\sigma(S)$ 表示系统 S 的特征值集合.

由此定理可以看出,$\sigma(S)$ 由 n 阶修正子系统 S_{A_s},S_{A_0} 的特征值组成,于是可以通过 n 阶系统特征值的分布来判断原大系统的一些性质,如稳定性等,使得分析大大简化,且其中 $\sigma(E,A_0)$ 依赖于子系统的个数 N,而 $\sigma(E,A_s)$ 并不依赖于 N.

类似地可得到下面的定理:

定理3 系统 S 是R-能控(R-能观)的当且仅当修正子系统 S_{A_s}, S_{A_0} 均是R-能控(R-能观)的.

定理4 系统 S 是I-能控(I-能观)的当且仅当修正子系统 S_{A_s}, S_{A_0} 均是I-能控(I-能观)的.

定理5 系统 S 是能控能观的当且仅当修正子系统 S_{A_s}, S_{A_0} 均是能控能观的.

4.2 固定模(Fixed modes)

广义分散控制系统的可稳性和极点可配置性等性质与系统固定模的存在与否有着密切关系.关于广义分散控制系统的固定模已有很多的研究[1~4,6,10,11].下面主要讨论大系统 S 的固定模问题.

考虑广义系统(E,A),若 $E\in\mathbb{R}^{n\times n}$, $\mathrm{rank}E=r$, $q=\deg\det(sE-A)$,则该系统有 $n-r$ 个静态模,r 个动态模,其中包括 q 个有穷动态模,$r-q$ 个脉冲模或无穷远动态模.而无穷远固定模的概念目前有两种,一种是基于分散输出反馈控制,此时称之为脉冲分散固定模;一种是基于分散输出导数反馈控制,此时称之为无穷分散固定模.其相关概念可参阅文献[3].下面就讨论大系统 S 固定模存在的充要条件.

定理6 系统 S 没有有穷固定模当且仅当它是R-能控且R-能观的,即两个修正子系统 S_{A_s}, S_{A_0} 均R-能控且R-能观的.

由文献[3]知,在"强联接"[9]的前提条件下,广义分散控制系统R-分散能控且R-分散能观与没有有穷固定模是等价的.但一般来说,对于广义分散控制系统,R-分散能控(能观)的系统一定是R-能控(能观)的,而R-能控(能观)的系统不一定是R-分散能控(能观)的.可从上面的定理6知,对于广义相似组合系统来说,R-分散能控且R-分散能观与R-能控且R-能观是等价的.

定理7 系统 S 没有脉冲分散固定模当且仅当它是I-能控且I-能观的,即它的修正子系统均是I-能控且I-能观的.

类似R-能控(能观)的情形,对于广义对称组合系统来说,I-分散能控且I-分散能观与I-能控且I-能观是等价的.

另外,显然有下面的定理.

定理8 系统 S 存在无穷分散固定模的充要条件是

$$\mathrm{rank}[E\quad B]<n,\ \mathrm{rank}[E^{\mathrm{T}}\quad C^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}<n,$$

至少有一个成立.

由文献[2]知,不能分散正常化的概念与存在无穷分散固定模是一致的,于是有下面的推论.

定理9 系统 S 不能分散正常化的充要条件是

$$\mathrm{rank}[E\quad B]<n,\ \mathrm{rank}[E^{\mathrm{T}}\quad C^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}<n,$$

至少有一个成立.

4.3 广义Lyapunov方程和广义Riccati方程的解(Solutions to generalized Lyapunov equations and generalized Riccati equations)

在控制系统的实践和理论中,Lyapunov方程和Riccati方程的解的存在性及其结构,对于研究系统的稳定性及相关控制问题(如鲁棒控制、镇定控制等)都有着很重要的作用.研究表明,对于广义相似组合系统,它们的解可由低阶系统相应的方程的解构造出来.下面的定理给出了这两种解的具体构造.

定理10 考虑大系统 S,设 $\sigma(E,A_s)\subset C^-$, $\sigma(E,A_0)\subset C^-$,其中 C^- 为左半开平面且不包括无穷远点,且 $P_s=P_s^{\mathrm{T}}>0, P_0=P_0^{\mathrm{T}}>0$,分别表示下列Lyapunov方程的正定解

$$E^{\mathrm{T}}P_sA_s+A_s^{\mathrm{T}}P_sE=-E^{\mathrm{T}}WE,$$

$$E^{\mathrm{T}}P_0A_0+A_0^{\mathrm{T}}P_0E=-E^{\mathrm{T}}WE.$$

其中 $W=W^{\mathrm{T}}>0$.令 $\hat{W}=W_N$,则大系统 S 的Lyapunov方程

$$(E_N)^{\mathrm{T}}P\hat{A}+\hat{A}^{\mathrm{T}}PE_N=-(E_N)^{\mathrm{T}}\hat{W}E_N$$

的唯一正定解 $P\in\mathbb{R}^{Nn\times Nn}$ 具有结构

$$P=\begin{bmatrix}P_1 & P_2 & \cdots & P_2\\ P_2 & P_1 & \cdots & P_2\\ \vdots & \vdots & & \vdots\\ P_2 & P_2 & \cdots & P_1\end{bmatrix}.$$

其中 $P_1\in\mathbb{R}^{n\times n}$ 及 $P_2\in\mathbb{R}^{n\times n}$ 由下式给出:

$$P_1=\frac{1}{N}[P_0+(N-1)P_s],$$

$$P_2=\frac{1}{N}(P_0-P_s).$$

对于Riccati方程,有类似的结论:

定理11 考虑大系统 S,设 $P_s=P_s^{\mathrm{T}}>0, P_0=P_0^{\mathrm{T}}>0$,分别表示下列Riccati方程:

$$E^{\mathrm{T}}P_sA_s+A_sP_sE-E^{\mathrm{T}}P_sBR^{-1}BP_0E+E^{\mathrm{T}}WE=0,$$

$$E^{\mathrm{T}}P_0A_0+A_0P_0E-E^{\mathrm{T}}P_0BR^{-1}BP_0E+E^{\mathrm{T}}WE=0$$

的正定解,其中 $W=W^{\mathrm{T}}>0, R=R^{\mathrm{T}}>0$.令 $\hat{W}=W_N, \hat{R}=R_N$,则

$$P=\begin{bmatrix}P_1 & P_2 & \cdots & P_2\\ P_2 & P_1 & \cdots & P_2\\ \vdots & \vdots & & \vdots\\ P_2 & P_2 & \cdots & P_1\end{bmatrix}$$

是下面大系统 S 的 Riccati 方程

$$(E_N)^{\mathrm{T}}PA + APE_N - (E_N)^{\mathrm{T}}P(B_N)(R_N)^{-1}B_NPE_N + (E_N)^{\mathrm{T}}W_NE_N = 0$$

的正定解,其中 $P_1 \in \mathbb{R}^{n\times n}$ 和 $P_2 \in \mathbb{R}^{n\times n}$ 由下式给出:

$$P_1 = \frac{1}{N}[P_0 + (N-1)P_s],$$

$$P_2 = \frac{1}{N}(P_0 - P_s).$$

5 结论(Conclusion)

Nn 阶的广义相似组合系统的性质如稳定性、能控性、能观性、固定模的存在性、分散正常化、Lyapunov 方程和 Riccati 方程的解等,均可由两个 n 阶的修正子系统来描述.由此可见,相似结构可以使广义大规模相似组合系统的分析大大简化.尤其是当 N 较大时这种优势更加明显,且为进一步研究这类系统提供了理论基础.关于这类系统的控制问题及模型化简问题,作者将另文详述.

参考文献(References):

[1] 王恩平,刘万泉.广义分散控制系统的有穷固定模[J].自动化学报,1990,16(4):358-362.
(WANG Enping, LIU Wanquan. Finite fixed modes in singular decentralized control systems [J]. *Acta Automatica Sinica*, 1990, 16(4): 358-362.)

[2] 赵植武.广义分散控制系统的正常化[J].天津理工学院学报,1996,12(1):19-23.
(ZHAO Zhiwu. Normalization in general decentral control systems [J]. *J of Tianjin Institute of Technology*, 1996, 12(1):19-23.)

[3] 张庆灵.广义大系统的分散控制与鲁棒控制[M].西安:西北工业大学出版社,1997.
(ZHANG Qingling. *Decentral Control and Robust Control of Singular Large-scale Systems* [M]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University Press, 1997.)

[4] 王朝珠,王恩平.广义分散控制系统的无穷远固定模[J].系统科学与数学,1988,8(2):142-150.
(WANG Chaozhu, WANG Enping. Infinite fixed modes in singular decentralized control systems[J]. *J of Systems Science & Mathematical Scisences*, 1988, 8(2):142-150.)

[5] 赵新良.动态投入产出模型[M].沈阳:辽宁人民出版社,1991.
(ZHAO Xinliang. *Dynamic Input-Output Model* [M]. Shenyang: Liaoning People's Publishing House, 1991.)

[6] 高志伟,李光泉,王江.广义线性系统的分散控制[J].控制理论与应用,1995,12(2):236-239.
(GAO Zhiwei, LI Guangquan, WANG Jiang. Decentralized control for generalized linear systems[J]. *Control Theory & Applications*, 1995, 12(2): 236-239.)

[7] 姜斌,刘晓平,张嗣瀛.线性相似组合系统的特性分析[J].控制理论与应用,1994,11(4):497-501.
(JIANG Bin, LIU Xiaoping, ZHANG Siying. Character analysis for linear composite systems with similarity [J]. *Control Theory & Applications*, 1994, 11(4):497-501.)

[8] Dai L. *Singular Control Systems* [M]. Berlin: Springer-Verlag, 1989.

[9] 张国山,谢绪恺.广义分散控制系统的 DR-能控制性[J].控制理论与应用,1995,12(6):704-711.
(ZHANG Guoshan, XIE Xukai. DR-controllability of descriptor decentralized control systems [J]. *Control Theory & Applications*, 1995, 12(6):704-711.)

[10] 储德林.广义分散控制系统脉冲固定模[J].自动化学报,1993,19(3):332-334.
(CHU Delin. Impulsive fixed modes of singular decentralized control systems [J]. *Acta Automatica Sinica*, 1993, 19(3):332-334.)

[11] 高志伟,李光泉.广义分散前馈控制系统固定模的进一步研究[J].自动化学报,1996,22(2):240-245.
(GAO Zhiwei, LI Guangquan. Further research on fixed modes in singular decentralize feedlforward control systems [J]. *Acta Automatica Sinica*, 1996, 22(2):240-245.)

作者简介:

王 静 (1975—),女,东北大学控制理论与控制工程专业博士研究生,研究兴趣为广义系统的模型降阶、控制器降阶和广义系统的分散控制,E-mail: wj-and-zhang@163.com;

张庆灵 (1956—),男,东北大学理学院院长,教授,博士生导师,主要研究方向为广义系统的分散控制与容错控制、广义系统的模糊控制与鲁棒控制,E-mail: qlzhang@mail.neu.edu.cn.

刘万泉 (1965—),男,澳大利亚Curtin科技大学计算系 ARC Fellow;IEEE 高级会员,1985 年毕业于山东曲阜师范学院应用数学系,1988 年取得中科院系统科学研究运筹学与控制论专业硕士学位,1993 年获上海交通大学电气工程专业博士学位,曾先后在西澳大利亚大学数学系、Curtin科技大学数学与统计学院、悉尼大学电气信息工程学院工作.主要研究方向包括小波与图像处理、计算机网络系统和动态系统与控制等,在国际学术论文和主要学术会议上发表学术论文 150 余篇,主持科研课题 14 项.