文章编号：1000-8152(2005)01-0123-04

广义线性系统的干扰解耦观测器设计

段广仁，吴爱国
(哈尔滨工业大学 控制理论与制导技术研究中心，黑龙江 哈尔滨 150001)

摘要：提出了广义线性系统的Luenberger函数观测器关于干扰解耦的充要条件，并进一步基于广义Sylvester矩阵方程的显式通解给出了干扰解耦观测器的参数化设计方法.这种方法首先给出了观测器增益矩阵的参数表示，然后通过结合观测器增益矩阵的参数表示和提出的干扰解耦条件，给出了设计广义线性系统干扰解耦观测器的算法.数值例子说明了本文设计方法的有效性.

关键词：干扰解耦；Luenberger观测器；广义线性系统
中图分类号：TP13　　**文献标识码**：A

Design of observers with disturbance decoupling in descriptor systems

DUAN Guang-ren, WU Ai-guo
(Center for Control Theory and Guidance Technology, Harbin Institute of Technology, Harbin Heilongjiang 150001, China)

Abstract: A sufficient and necessary condition for Luenberger function observers with disturbance decoupling in descriptor systems is established. Based on this constraint and an explicit general solution to a type of generalized Sylvester matrix equations, a parametric design approach for Luenberger observers with disturbance decoupling is proposed. The proposed approach first gives the parameterizations of all the observer gains and then a design algorithm for the type of observers with disturbance decoupling by combining the parameterizations of the observer gain matrices and the proposed condition for disturbance decoupling. A numerical example illustrates the effect of the proposed approach.

Key words: disturbance decoupling; Luenberger observers; descriptor linear systems

1 引言(Introduction)

自Luenberger观测器提出以来[1]，无论是在常义线性系统理论还是在广义线性系统理论都得到了广泛的研究[2~5]，取得了很好的成果.实际系统常常会受到噪声等未确知输入的干扰，这样按照标称模型设计的观测器一般不能再准确地观测我们要求的信号.如果所设计的观测器在干扰存在的条件下还能观测到我们所要求的信号，则称此观测器关于干扰是解耦的[6].常义线性系统干扰解耦观测器设计已经取得了很好的成果[6~8].文献[9]指出，广义线性系统的解中有微分项存在，这就导致系统对输入的微小变化十分敏感，所以广义线性系统的干扰解耦问题较常义线性系统更重要.对于这个问题的求解，很多作者采用了各种方法，如文献[10]采用了奇异值分解，文献[11,12]采用了矩阵广义逆.但是它们都没有给出解的参数化形式，设计过程复杂，而且都要求系统是C-能观的.本文在系统R-能观的条件下，以文献[13]给出的矩阵Sylvester矩阵方程的显式通解为基础，给出了广义线性系统干扰解耦观测器存在的充要条件，给出了观测器的参数化表示及设计算法.这种设计方法只包含设计参数的选取和一些简单的代数运算，因而非常灵活、简便.另外，此设计方法给出了系统设计中的所有自由度，为进一步考虑其他问题(如鲁棒性等)提供了方便.数值例子说明了本文的设计方法简单有效.

2 问题的提出(Problem formulation)

考虑如下定常广义线性系统：

$$E\dot{x} = Ax + Bu + Dv, \tag{1a}$$

$$y = Cx. \tag{1b}$$

其中 $x \in \mathbb{R}^n, u \in \mathbb{R}^r, y \in \mathbb{R}^m$ 分别为系统的状态向量，输入向量和输出向量；$v \in \mathbb{R}^q$ 为未知的扰动向量；$E \in \mathbb{R}^{n\times n}, A \in \mathbb{R}^{n\times n}, B \in \mathbb{R}^{n\times r}, C \in \mathbb{R}^{m\times n}, D \in$

收稿日期：2003-03-26；收修改稿日期：2003-10-16.
基金项目：国家自然科学基金资助项目(69504002).

$\mathbb{R}^{n\times q}$ 为已知的实数矩阵.为保证系统(1)解的唯一性,我们假设矩阵对(E,A)正则,即存在 $s\in\mathbb{C}$ 使得

$$\det(sE-A)\neq 0, \tag{2}$$

且系统(1)是R-能观的,即满足条件

$$\operatorname{rank}\begin{bmatrix} sE-A \\ C \end{bmatrix}=n,\ \forall s\in\mathbb{C}. \tag{3}$$

该系统的 Luenberger 函数观测器具有如下一般形式:

$$\dot z = Fz + Gy + TBu, \tag{4a}$$

$$K\hat x = Mz + Ny. \tag{4b}$$

其中 $z\in\mathbb{R}^p$ 为观测器的动态变量;$K\in\mathbb{R}^{r\times n}$ 为事先指定的适当的状态反馈增益阵;F,G,T,M,N 为适当的实矩阵,它们满足下述条件[12]:

1) $\mathrm{Re}\lambda_i(F)<0, i=1,2,\cdots,p,$ (5)

2) $TA-GC=FTE,$ (6)

3) $K=MTE+NC.$ (7)

当干扰 $v\equiv 0$ 时,对于系统(1),(4)有下述关系成立:

$$\lim_{t\to\infty}(Kx-K\hat x)=0. \tag{8}$$

但是当 $v\neq 0$ 时,式(8)一般不再成立.于是引入下述定义:

定义 对于系统(1),(4),如果对于任何实向量函数 $v(t)$,均有式(8)成立,则称系统(4)为系统(1)的干扰解耦Luenberger观测器,或称 Luenberger 观测器(4)是关于系统(1)中的干扰 v 解耦的.

本文的目的就是考虑系统(1)的干扰解耦 Luenberger 观测器的条件及其设计问题.

3 准备工作(Preliminaries)

作为准备工作,本节给出一类广义 Sylvester 矩阵方程的参数化解和 Luenberger 观测器干扰解耦条件.

引理[13] 对于满足条件(3)的R-能观矩阵组(E,A,C)及对角阵 $\Lambda=\mathrm{diag}\{s_1,s_2,\cdots,s_p\}$,矩阵方程

$$T'A+L'C=\Lambda T'E \tag{9}$$

的通解可表示为

$$T'=[t_1^{\mathrm T}\ \ t_2^{\mathrm T}\ \ \cdots\ \ t_p^{\mathrm T}]^{\mathrm T}, t_i^{\mathrm T}=H(s_i)g_i, \tag{10a}$$

$$L'=[l_1^{\mathrm T}\ \ l_2^{\mathrm T}\ \ \cdots\ \ l_p^{\mathrm T}]^{\mathrm T},\ l_i^{\mathrm T}=L(s_i)g_i. \tag{10b}$$

其中 $g_i\in\mathbb{C}^m, i=1,2,\cdots,p$ 为自由参数.$H(s)\in\mathbb{R}^{n\times m}(s)$ 与 $L[s]\in\mathbb{R}^{m\times m}[s]$ 右互质且满足右互质分解

$$(sE^{\mathrm T}-A^{\mathrm T})^{-1}C^{\mathrm T}=H(s)L^{-1}(s). \tag{11}$$

定理 Luenberger 观测器(4)为系统(1)的干扰解耦观测器的充要条件为

$$M(sI-F)^{-1}TD=0,\ \forall s\in\mathbb{C} \tag{12}$$

或

$$MF^iTD=0,\ i=0,1,\cdots,p-1. \tag{13}$$

证 记 $\varepsilon=z-TEx, e=K\hat x-Kx$,则由(1),(4)~(8)可得控制系统(1),(4)的观测误差方程为

$$\dot\varepsilon=F\varepsilon-TDv, \tag{14a}$$

$$e=M\varepsilon. \tag{14b}$$

于是由式(14)可以得到由干扰到观测误差的传递函数为

$$W(s)=-M(sI-F)^{-1}TD. \tag{15}$$

如果对任何 v 均有 $e\to 0, t\to\infty$,须当且仅当 $W(s)\equiv 0$,因而条件(12)得证.对条件(12)级数展开可得到式(13).

对于观测器条件(12),(13)有如下说明:

1) 当 $\mathrm{rank}M=p$ 时,条件(12),(13)可化为

$$TD=0; \tag{16}$$

2) 当条件(12)或(13)不满足时,可以通过适当增加观测器的阶次 p 来获得较多的自由度.

4 观测器设计的参数方法(Parametric design approach)

1) 矩阵 F,T,G 的参数表示.

不失普遍性,可将 F 取为非退化结构,即

$$F=W\Lambda W^{-1},\ \Lambda=\mathrm{diag}\{s_1,s_2,\cdots,s_p\}, \tag{17}$$

其中 Λ 与 $W=[w_1\ \ w_2\ \ \cdots\ \ w_p]$ 分别为 F 阵的Jordan标准型和特征向量矩阵,它们满足如下约束条件:

约束C1: $s_i, i=1,2,\cdots,p$ 复封闭,

且 $\mathrm{Re}s_i<0, i=1,2,\cdots,p.$

约束C2: $s_i=\bar s_j$ 时有 $w_i=\bar w_j$,且 $\det W\neq 0$.

将式(17)代入式(6),并令 $T=WT', G=WL'$,于是可得下述矩阵方程

$$T'A-L'C=\Lambda T'E. \tag{18}$$

于是由引理可得矩阵 T,G 的参数表示如下:

$$T=W[t_1^{\mathrm T}\ \ t_2^{\mathrm T}\ \ \cdots\ \ t_p^{\mathrm T}]^{\mathrm T},\ t_i^{\mathrm T}=H(s_i)g_i, \tag{19a}$$

$$G=W[l_1^{\mathrm T}\ \ l_2^{\mathrm T}\ \ \cdots\ \ l_p^{\mathrm T}]^{\mathrm T},\ l_i^{\mathrm T}=-L(s_i)g_i, \tag{19b}$$

其中 $H(s)$ 与 $L(s)$ 为满足式(11)的右互质多项式,$g_i\in\mathbb{C}^m, i=1,2,\cdots,p$ 为自由参数.为保证 T,G 为实矩阵还应满足如下约束条件:

约束C3:当 $s_i=\bar s_j$ 时有 $g_i=\bar g_j$.

2) 矩阵 M,N 的参数表示.

从式(7)容易看出 M,N 有解的充要条件为

$$\mathrm{rank}\begin{bmatrix} TE \\ C \end{bmatrix} = \mathrm{rank}\begin{bmatrix} TE \\ C \\ K \end{bmatrix}, \tag{20}$$

可以通过限定矩阵 T 的参量使得式(20)成立.对矩阵$[(TE)^{\mathrm{T}} \quad C^{\mathrm{T}} \quad K^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$实施初等变换可以得到矩阵 P,Q 满足

$$P\begin{bmatrix} TE \\ C \end{bmatrix}Q = \begin{bmatrix} T_0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},\ KQ = [K_0 \quad 0], \tag{21}$$

其中 T_0 为 r^* 阶可逆实矩阵,$K_0 \in \mathbb{R}^{r\times r^*}$,$r^*$ 为$[(TE)^{\mathrm{T}} \quad C^{\mathrm{T}}]$的秩.这样$[M \quad N]$的参数表示形式为

$$[M \quad N] = [K_0 T_0^{-1} \quad N']P. \tag{22}$$

其中 $N' \in \mathbb{R}^{r\times(m+p-r^*)}$ 为无约束实参数矩阵.

有了上面的准备工作,我们可以得到如下干扰解耦观测器设计算法:

1) 求解分解式(11),并置 $p = 1$;

2) 求取 T 阵的参数表达式;

3) 检验是否存在参数 $s_i, g_i, i = 1,2,\cdots,p$ 使得式(20)成立,若否置 $p := p + 1$ 后转入 2);

4) 求取满足式(21)的矩阵 P, T_0, K_0,进而得到 F, M, T 的参数表达式;

5) 将 F, M, T 的参数表达式代入式(12)或(13)确定出参数 $s_i, g_i, w_i, i = 1,2,\cdots,p$,若满足式(12)或(13)的参数不存在,置 $p := p + 1$ 后转入 2);

6) 将求得的参数代入式(17),(19),(22)得到具体的干扰解耦 Luenberger 观测器参数.

对于上面的算法作如下说明.

说明 1　由于系统满足可观性条件(3),则存在单位模阵 $P(s), Q(s)$ 使得

$$P(s)[(A - sE)^{\mathrm{T}} \quad C^{\mathrm{T}}]Q(s) = [0 \quad I], \tag{23}$$

则 $H(s), L(s)$ 由下式给出

$$Q(s) = \begin{bmatrix} H(s) & * \\ L(s) & * \end{bmatrix}. \tag{24}$$

说明 2　为获取方程(6)的实数解,只须将 T, G 阵列中相互共轭的列分别换为它们的实部与虚部.

说明 3　如果满足约束的参数不存在时,需要增加观测器的阶数 p 来获得较多的自由度.

5　算例(Example)

考虑具有如下参数的系统[12]

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},\ A = \begin{bmatrix} -5 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},\ B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix},\ D = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix},\ K = \begin{bmatrix} 1 & & \\ & 1 & \\ & & 1 \end{bmatrix}.$$

可以设计一阶干扰解耦 Luenberger 观测器,即 $p = 1$. 可以得到

$$H(s) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ s & 0 \end{bmatrix},\ L(s) = \begin{bmatrix} 0 & 5+s \\ -1 & 0 \end{bmatrix}.$$

令 $F = s$,则有

$$T = [g_2 \quad g_1 \quad sg_1],\ G = -[(5+s)g_2 \quad -g_1],$$

$$M = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1/g_1 \end{bmatrix},\ N = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ -g_2/g_1 & 0 \end{bmatrix}.$$

显然 $\mathrm{rank}M = p$,于是干扰解耦条件为 $TD = 0$,即 $g_2 - sg_1 = 0$.

如果取 $s = -2, g_1 = 1/2$,则可得该干扰解耦 Luenberger 观测器的系数矩阵为

$$F = -2,\ T = [-1 \quad 1/2 \quad -1],\ G = [3 \quad 1/2],$$

$$M = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix},\ N = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}.$$

本例表明本文的设计方法可以提供所有的设计自由度,并且简单有效.

参考文献(References):

[1] LUENBERGER D G. An introduction to observers [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1971, 16(6): 596 - 602.

[2] TSUI Chia-chi. What is the minimum function observer order? [J]. *J of The Franklin Institute*, 1998, 335B(4): 623 - 628.

[3] ALDEEN M, TRINH H. Reduced-order linear functional observer for linear systems [J]. *IEE Proc of Control Theory and Applications*, 1999, 146(5): 399 - 405.

[4] HOU M, MULLER P C. Observer design for descriptor systems [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1999, 44(1): 164 - 169.

[5] HOU M, MULLER P C. Design of a class of Luenberger observers for descriptor systems [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1995, 40(1): 133 - 136.

[6] 段广仁,强文义.线性系统的干扰解耦观测器设计[J].自动化学报,1994,20(5):548 - 552.
(DUAN Guangren, QIANG Wenyi. Design of Luenberger function observers with disturbance decoupling [J]. *Acta Automatica Sinica*, 1994, 20(5): 548 - 552.)

[7] CHU Delin. Disturbance decoupled observer design for linear time-invariant systems: A matrix pencil approach [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2000, 45(8): 1569 - 1575.

[8] YANG Fuyu, WILDE R W. Observers for linear systems with un-

known inputs [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1988, 33(7): 677 - 681.

[9] COMPBELL S L. *Singular Systems of Differential Equations* [M]. Vol. II. London: Pit-man, 1982.

[10] EL-TOHAMI E, LOVASS-NAGY, MUKUNDAN R. On the design of observers for generalized state space systems using singular value decompotision [J]. *Int J of Control*, 1983, 38(3): 673 - 683.

[11] KAWAJI S, HWAN S K. Full order observer for linear descriptor systems with unknown-inputs [C]// *Proc of the 34th IEEE Conf on Decision and Control*. New Orleans, LA USA: IEEE Press, 1995, 2366 - 2368.

[12] KAWAJI S, SAWADA K. Observer design for linear descriptor systems with unknown inputs [C]// *Proc of Int Conf on Industrial Electronics, Control and Instrumentation*, 1991. Kobe, Japan: IEEE Press, 1991, 2285 - 2288.

[13] DUAN Guangren. On the solution to the Sylvester matrix equation $AV + BW = EVF$ [J]. *IEEE Trans on Automatic control*, 1996, 41 (4): 2490 - 2494.

作者简介：

段广仁 (1962—)，男，国家杰出青年基金获得者，现为哈尔滨工业大学博士生导师，控制理论与制导技术研究中心主任，长江学者奖励计划特聘教授，1989年9月获哈尔滨工业大学一般力学专业博士学位，1991年8月结束哈尔滨工业大学机械工程学科博士后流动站科研工作，目前主要研究兴趣为特征结构配置理论、鲁棒控制理论、广义线性系统理论等，E-mail: grduan@21cn.com；

吴爱国 (1980—)，男，2002年7月毕业于哈尔滨工业大学自动化专业，获工学学士学位，2004年7月毕业于哈尔滨工业大学导航、制导与控制专业，获工学硕士学位，现为哈尔滨工业大学控制理论与控制工程专业博士研究生，目前感兴趣的方向有线性系统观测器和估计理论，E-mail: agwu@163.com.

Call for Papers on Special Issue
Recent Advances and New Directions in Switched Control Systems

Recently, switched control systems have been attracting much attention in the control community because the problems are not only academically challenging for the inherent complexity, but also of practical importance due to its wide ranges of applications in nature, engineering, and social sciences.

For survival, natural biological systems switch in strategies in accordance to environmental changes. For improved performance, switching has been extensively utilized/exploited in many engineering systems such as electronics, power systems, and traffic control, among others. In addition, switched behaviors exhibit in social systems.

Through the simple nonlinear switching mechanism, much more complicated behaviors/dynamics and fundamentally new properties appear, even for switched linear systems, not to mention the much more complicated switched nonlinear systems. Despite the theoretical complexity and difficulty, switching brings an additional degree of freedom in control system design for better performance in reality as an added advantage.

Recently, rapid progress in the community has generated many new results and powerful tools. It is high time for us to have a special issue to consolidate on the recent advances and to move on to the next level for future development.

The special issue welcomes contributions in fundamental theoretical developments, novel applications, as well as survey and future directions. Papers are solicited from, but not limited to, the following areas through feedback/switching:

- Robust Stabilization;
- Controllability and Observability;
- Disturbance Decoupling;
- Optimal Control;
- Physical Applications.

Submission Details:

All the submissions will be subject to peer review in accordance with the standard review procedures of the Journal of Control Theory and Applications. Submissions have to be made electronically in either postscript or pdf format. Prospective authors are invited to submit manuscripts no later than July 1, 2005 to one of the three guest editors listed below.

Guest Editors:

Professor Daizhan Cheng
Institute of Systems Sciences
Chinese Academy of Sciences
Beijing 100080, P.R. China
E-mail: dcheng@iss.ac.cn

Professor Wijesuriya P. Dayawansa
Dept. of Mathematics
Texas Tech University
Lubbock, TX 79409, USA
E-mail: wdayawansa@yahoo.com

Professor Shuzhi Sam Ge
Department of Electrical & Computer Engineering
The National University of Singapore
Singapore 117576
E-mail: elegesz@nus.edu.sg