

进化粒子滤波算法及其应用

莫以为, 萧德云

(清华大学 自动化系, 北京 100084)

摘要: 样本贫化现象是应用粒子滤波算法的一个主要障碍, 对估计长时间维持不变量的影响尤为严重. 通过分析产生该现象的原因, 本文引入进化规划算子构成进化粒子滤波算法, 增加样本集的多样性而缓解样本贫化现象的影响, 改善其估计与跟踪能力, 仿真结果显示所提出的算法是可行的.

关键词: 粒子滤波算法; 样本贫化; 进化规划; 状态估计

中图分类号: TP13 **文献标识码:** A

Evolutionary particle filter and its application

MO Yi-wei, XIAO De-yun

(Department of Automation, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract: Sample impoverishment phenomenon is a main handicap to particle filter application, especially in those cases to estimate the parameter that remains constant for a long time. Based on the analysis of the causes of sample impoverishment, the evolutionary particle filter is proposed, in which evolutionary programming is introduced. The improved approach relieves the effect caused by samples impoverishment through ameliorating the diversity of samples set. Simulation results demonstrate the feasibility of proposed evolutionary particle filter.

Key words: particle filter; samples impoverishment; evolutionary programming; state estimation

1 引言(Introduction)

近年, 粒子滤波(Particle Filter, 简称 PF)备受关注, 与传统滤波方法相比, 它具有简单易行、适用于非线性及非高斯噪声环境的优点, 因此被广泛应用于诸多工业领域, 如计算机视觉、航空导航及过程监控等. 除计算负担较大外, 样本贫化现象是 PF 的最大缺点, 尤其对较长时间内维持不变的量(如受故障影响的模型参数)进行估计时影响尤为突出, 更易导致 PF 算法退化, 极端情形会导致算法发散, 这对将 PF 应用于故障诊断影响很大^[1,2]. 减轻样本贫化影响的最简单方法是加大样本集, 但一般难以做到. 其他方法还有, 先验编辑^[3]: 抽样时拒绝加权太小的粒子; 先验增加^[4]: 预测阶段用更多粒子数; 重抽样移动算法^[5]: 增加马尔科夫链蒙特卡罗移动(MCMC)使粒子群在后验分布上更分散; 模拟退火粒子滤波^[6]: 引入退火重要性抽样和中间分布概念, 改善出现先验尾部的观测值时的算法性能; 辅助粒子滤波器^[7]: 使高似然度区域的粒子在重抽样被选中; 但它们并没解决估计长时间不变量问题. 本文将进化

规划引入 PF 算法以改善样本集的多样性, 提出进化粒子滤波算法以解决该类估计问题. 这类似于 Higuchi 所提方法^[8], 但它使用二进制表示, 不适用于多维高精度问题. 本文最后给出所提算法在参数在线估计的应用框架.

2 粒子滤波算法与存在问题分析(Particle filter and analysis of existing issue)

一般认为, PF 由 Gordon 等人提出^[9], 具体算法及收敛性可参看文献^[10]. PF 可看作一种搜索算法, 其工作过程大致如下: 由先验分布抽取出状态空间中一组样本表示被估量分布, 根据测量数据用模型计算每一样本的似然度, 并以此作为概率, 引入重抽样由原样本集抽样出一定数目(常为恒定)的等加权样本作为被估量后验分布的近似, 从而留下有希望的样本, 如此反复, 使样本集逐渐接近真实状态.

考虑样本大小为 N 的 SIR 滤波算法, 迭代 $k-1$ 次后, 从 $p(x_{k-1} | Y_{1:k-1})$ 得到近似样本集 $\{x_{k-1}^i\}_{i=1}^N$, 其中 x 为未知状态, $Y_{1:k-1}$ 表示至 $k-1$ 为止的测量, 密度 $p(x_k | Y_{1:k-1})$ 近似为

$$\hat{p}(x_k | Y_{1:k-1}) = 1/N \sum_{i=1}^N p_i(x_k). \quad (1)$$

假设时刻 k 状态密度是 $p_i(x_k)$, 由贝叶斯定理, 密度 $p(x_k | Y_{1:k})$ 近似为

$$\hat{p}(x_k | Y_{1:k}) \propto \sum_{i=1}^N p_i(x_k) p(y_k | x_k). \quad (2)$$

SIR 算法的目标是由上式给出其密度, 根据重要性进行抽样得到真正后验的近似集. 这里存在两个近似: 由于非线性和非高斯需要重要性抽样产生一近似样本集, 当似然度特别窄或与式(1)间重叠很小时, 近似结果更糟, 仅有一小部分具有明显比重, 重抽样结果仅包含很少的相异样本. 此外, 后一密度也只是时刻 k 后验的近似. 因此应用 SIR 时会出现问题, 首先是样本贫化问题, PF 用稀疏样本集表示先验分布, 当抽样样本足够多时概率分布是精确的, 但实用中粒子数总是有限的. 因此会引起退化现象, 即若干循环后粒子集中相异样本数目急剧减少甚至是单一样本, 有可能失去重要粒子(好的假设). 其次, 遇到较偏观测(即在先验分布尾部)时也产生问题, 由先验产生的粒子仅有小部分位于高似然度区域, 重抽样的后验仅由相异很少的粒子集表示. 以上诸多因素严重贫化了样本支撑集, 极大影响估计结果, 不利于状态估计与跟踪, 在估计那些在很长时间维持不变的量时(如故障导致参数变化), 退化现象尤为突出, 这正是本文要解决的问题.

3 进化粒子滤波算法 (Evolutionary particle filter)

如前分析, 样本集“多样性”变差导致 PF 出现退化现象, 以下借助遗传算法的“变异”概念以改善样本集的多样性, 使最好样本被保留, 以提高 PF 的估计与跟踪能力.

3.1 进化规划 (Evolutionary programming)

基于对生物进化机制的模仿, 有 3 种典型优化计算模型(遗传算法、进化策略及进化规划), 其中进化规划是一种在实数空间优化搜索算法, 以可行解作为表现形式, 无需编码, 只用变异算子, 注重个体间竞争和物种进化过程, 主要步骤包括:

- 1) 个体表示. 用搜索空间的 n 维向量表示个体, 即 $Z = z \in \mathbb{R}^n$;
- 2) 适应度. 计算个体目标函数(如似然度) $F(z)$;
- 3) 变异. 每一个体 $Z = \{z_i\}_{i=1}^n$ 变异得到新个体 $Z' = \{z'_i\}_{i=1}^n$, 其中 $z'_i = z_i + \sigma_i \cdot N_i(0, 1)$, $\sigma_i = \sqrt{\beta_i \cdot F(z) + \gamma_i}$, $N_i(0, 1)$ 表示正态分布, β_i, γ_i 是待定参数, 一般取 $\beta_i = 1, \gamma_i = 0$;

4) 选择算子. 由父代 $M(k)$ 和变异 $M'(k)$ 合并为候选集 $\{M(k) \cup M'(k)\}$, 随机选取 $q (q \geq 1)$ 个竞争样本, 与每一个体 $Z_i \in \{M(k) \cup M'(k)\}$ 比较适应度, 将胜过 Z_i 的个数作为其得分 W_i , 按 W_i 降序排列, 选择前一半作为下一代群体 $M(k+1)$.

3.2 进化粒子滤波算法 (Evolutionary particle filter)

将进化规划引入 PF 构成进化粒子滤波算法. 假定系统为

$$\begin{cases} z(k) = f(z(k-1), w(k)), \\ y(k) = g(z(k)) + \xi(k). \end{cases} \quad (3)$$

其中, z 是待估量, y 是测量, w 和 ξ 分别是系统与测量噪声, 以 SIR 为例说明如下:

a) 初始化. 在 0 时刻, 从被估量先验 $p(z_0)$ 抽样一大大小为 N 的样本集 $\{z_0^i\}_{i=1}^N$, 令 $k = 1$;

b) 预测. 由 w_k 抽样 N 个样本 $\{w_k^i\}_{i=1}^N$, 通过 $z_{k|k-1}^i = f(z_{k-1}^i, w_k^i)$, 产生新点群 $\{z_{k|k-1}^i\}_{i=1}^N$;

c) 进化选择:

· 变异. 由样本集 $M(k) = \{z_{k|k-1}^i\}_{i=1}^N$ 变异得到新样本集 $M'(k) = \{z'_{k|k-1}^i\}_{i=1}^N$, 合并为候选集 $M(k) \cup M'(k)$;

· 计算适应值. 根据测量 y_k 计算样本 $z^k \in M(k) \cup M'(k)$ 的似然度, 得到其加权值

$$q_k^i = \text{likelihood}(y_k | z^k) / \sum_{j=1}^{2N} \text{likelihood}(y_k | \tilde{z}^j);$$

· 竞争选择. 随机选择 q 个样本, 计算每一样本 $z^k \in M(k) \cup M'(k)$ 的竞争得分 W_k , 按 W_k 降序排列所有粒子, 取前一半作为选择结果, 归一化加权得到 $\{\tilde{z}_{k|k-1}^i, \tilde{q}_k^i\}_{i=1}^N$;

d) 重采样. 根据 \tilde{q}_k^i 独立重抽样 N 次得到粒子集 $\{z_k^i\}_{i=1}^N$ 构成 $p(z_k | Y_{1:k})$ 的近似样本, 以此作为下一循环先验. 令 $k = k + 1$, 进入 b).

算法参数包括样本集大小 N 、竞争样本数 q 和变异量大小. 选择 q 使加权较低样本有生存机会, 变异量与动态特性相关. 计算量有所增加, 但可使样本集保持一定多样性, 减轻样本贫化的影响, 保证最好粒子被保留, 使算法有较好的跟踪性能. 进化粒子滤波算法有不同使用方案, 或定时运行, 或在预测出现一定偏差时调用.

4 进化粒子滤波应用框架 (Application framework of evolutionary particle filter)

前一节讨论的进化粒子滤波算法有较好跟踪能力, 适用于参数估计, 如模型参数在某时刻因故障发生变化并在较长时间内维持不变. 作为一个应用, 这里给出实现混合系统的参数与状态同时估计的框架. 假定给出混合系统模型及输出测量与控制序列,

在线估计混合状态 (s, x) (s 为系统模式, x 为连续状态), 并对参数 θ (相当于前述 z) 进行监控. 混合系统是一类复杂的非线性系统, 当使用混合自动机 (划分为不同模式, 对应不同动态特性) 建模后, 很适用 Rao-Blackwell 定理^[11]简化的 PF 来估计混合状态^[2], 它用了参数 θ , 而参数估计利用了混合估计结果, 将两者结合起来得到一个应用框架见图 1. 它由混合状态和参数估计器组成, 并由监督器协调控制参数估计算法的调用: 当输出预测与测量之差超过阈值 ϵ 时, 启动参数估计算法, 假定此时混合估计为 (\hat{s}_t, \hat{x}_t) , 可推断它与实际混合状态的差别不大 (与 ϵ 有关), 故可用于进化粒子滤波算法的模型参数估计, 两个算法的结果互为下一步估计的前提, 同时实现混合状态与参数的估计. PF 在粒子数趋向无穷时能收敛到真值^[10], 因此从理论上说, 当所用样本数趋于无穷时, 该框架可分别收敛到混合状态与参数的真值.

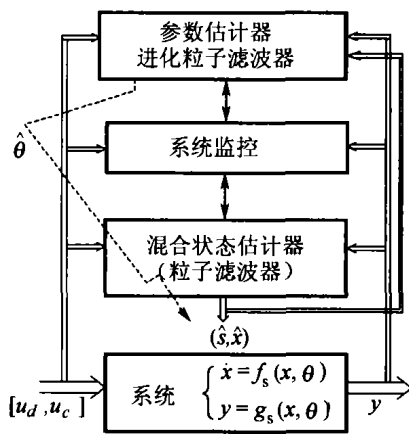


图 1 混合状态与参数估计框架

Fig. 1 Framework of hybrid state and parameter estimation

5 仿真例子与结果分析 (Simulation examples and results analysis)

5.1 仿真例子 (Simulation examples)

这里给出两个例子, 例 1 是一简单估计问题, 用于说明进化粒子滤波算法的有效性; 例 2 给出进化粒子滤波算法用于混合系统状态与参数同时估计时的应用.

例 1 分时恒定值的估计问题.

假设所估计的状态变化规律是

$$x(t) = \begin{cases} 5, & 0 \leq t < T/3, \\ 10, & T/3 \leq t < 2T/3, \\ 3, & 2T/3 \leq t \leq T, \end{cases}$$

$$y(t) = x(t) + N(0, Q).$$

其中: $T = 100, Q = 5$. 这里采用定时运行方式, 间隔为 5s, 变异量方差 $0.5 * Q$, 竞争样本个数为 8, 粒

子滤波的样本个数为 50, 初始样本方差为 5. 使用一般粒子滤波算法和进化粒子滤波算法的估计结果分别如图 2, 3 所示.

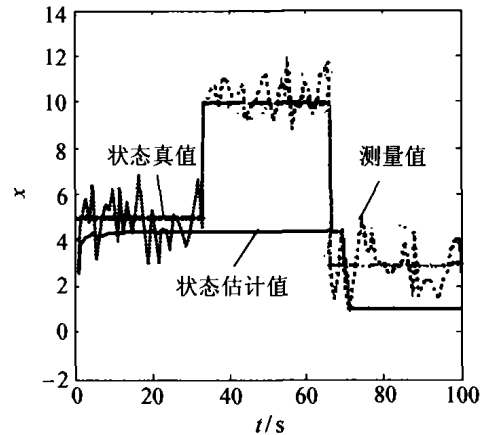


图 2 使用一般粒子滤波算法的估计结果

Fig. 2 Estimation result with generic PF

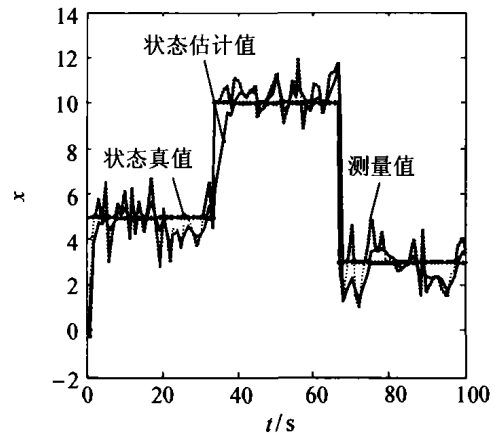


图 3 使用进化粒子滤波算法的估计结果

Fig. 3 Estimation result with evolutionary PF

例 2 双容系统的状态与参数估计.

系统如图 4 所示, 阀门 V_2 的关闭开启与两个状态 (液位) x_1 和 x_2 与直通管的高度 H 间的关系变化会改变系统动态特性, 可看作混合系统, 包含 8 个模式 ($0 \sim 7$), 每一模式对应不同动态特性 $f_i (i \in \{0, 7\})$, 系统输出测量 $y_{out}(k) = 1000ps_0 \sqrt{gx_1(k)} + \xi(k)$, 其中 $\xi(k) \sim N(0, 0.1)$, s_0 是罐 1 流出管道的横截面积, g 是重力加速度, p 是与罐中液体及阀门 V_1 相关的参数. 流入流量为 $f_{in}(k) = 6.8 \text{ L/s}$, 通过控制阀门 V_c 使得罐 1 的液位在 $0.1 \sim 0.8$ 之间. 混合估计问题就是同时估计出系统的模式与连续状态^[2]. 假定参数原为 0.6, 在时间为 1300s 时变化为 0.5, 在时间为 1400s 变化为 0.4, 当输出的估计与预测间出现偏差时, 利用在第 4 节所提出的框架同时估计出参数 p 、状态 x_1 和 x_2 , 其中混合状态估计所用粒子数是 100, 参数估计所用粒子数是 300, q 取 80, 仿真结果如图 5, 6 所示.

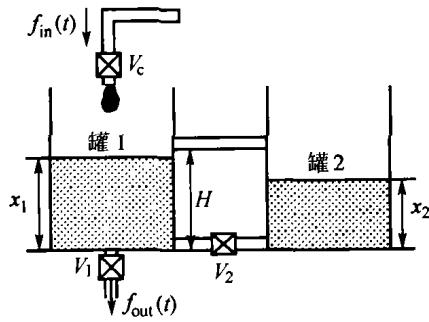


图4 双容系统
Fig. 4 Two-tanks system

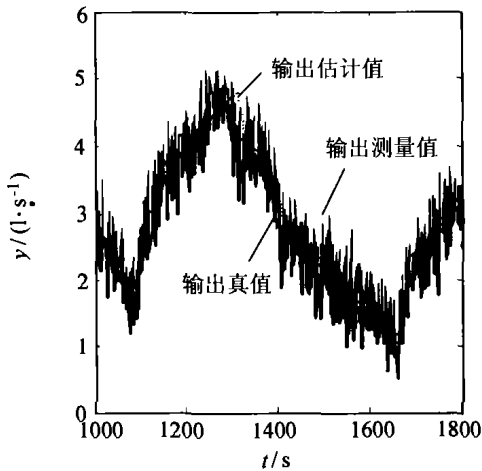


图5 系统输出估计结果
Fig. 5 Estimation result of system output

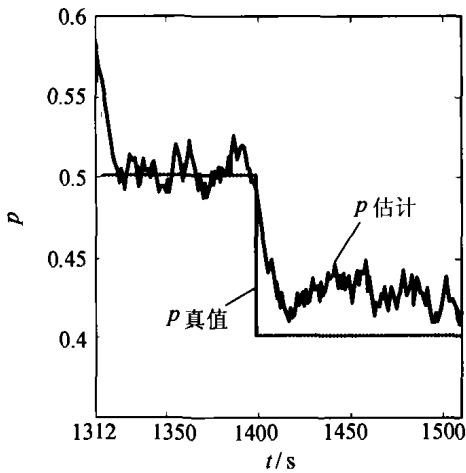


图6 参数 \$p\$ 的估计结果
Fig. 6 Estimation result of parameter \$p\$

5.2 仿真结果分析 (Simulation result and its analysis)

由图2和3可看到,一般PF不能准确跟踪所要估计状态的变化,这是由于样本贫化造成,而进化规划算子改善了粒子集多样性,减轻了样本贫化现象的影响,因此进化粒子滤波算法有较好的跟踪能力,估计误差与测量噪声以及变异幅度相关.例2给出进化粒子滤波算法在参数估计中的应用,由仿真结果可看到参数估计基本是准确的.该框架不仅在线估计混

合状态,还可监测系统参数变化.两个仿真例子显示,所提出的进化粒子滤波算法改善了PF的跟踪能力是可行的,可用于对长时间维持不变的量的估计.

6 结论 (Conclusion)

PF在实际应用中样本集不能太大,使其易受到样本贫化现象影响.通过分析一般PF存在该问题的原因,本文提出引入进化规划(EP)改善样本集合的多样性,构造出进化粒子滤波算法,减轻样本贫化现象的影响,提高算法的跟踪估计能力.本文给出进化粒子滤波算法在混合状态与参数估计中的一个应用框架.仿真结果表明,所提进化粒子滤波算法是有效的.

参考文献 (References):

- [1] VERMA V, LANGFORD J, SIMMONS R. Non-parametric fault identification for space rovers [C]// *Proc of the 6th Int Symposium on Artificial Intelligence, Robotics and Automation in Space*. [s. l.]: [s. n.], 2001.
- [2] MO Y W, XIAO D Y. Hybrid system monitoring and diagnosing based on particle filter algorithm [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2003, 29(5): 641 - 648.
- [3] GORDON N, SALMOND D, EWING C. Bayesian state estimation for tracking and guidance using the bootstrap filter [J]. *J of Guidance Control and Dynamics*, 1995, 18(6): 1434 - 1443.
- [4] RUBIN D. Comment on 'The calculation of posterior distributions by data augmentation' by TANNER M A WONG W H [J]. *J of the American Statistical Association*, 1987, 82: 543 - 546.
- [5] GILKS W R, BERZUINI C. Following a moving target-monte carlo inference for dynamic Bayesian models [J]. *J of the Royal Statistical Society B*, 2001, 63(1): 127 - 146.
- [6] CLAPP T C. *December statistical methods for the processing of communications data* [D]. Cambridge, UK: University of Cambridge, 2000.
- [7] PITT M, SHEPHARD N. Filtering via simulation: Auxiliary particle filters [J]. *J of the American Statistical Association*, 1999, 94(446): 590 - 599.
- [8] HIGUCHI T. Monte Carlo filtering using genetics algorithm operators [J]. *J of Statistical Computation and Simulation*, 1997, 59(1): 1 - 23.
- [9] GORDON N, SALMOND D, SMITH A F M. Novel approach to non-linear/non-Gaussian Bayesian state estimation [J]. *IEEE proceedings-F*, 1993, 140(2): 107 - 113.
- [10] CRISAN D, DOUCET A. A survey of convergence results on particle filtering methods for practitioners [J]. *IEEE Trans on Signal Processing*, 2002, 50(3): 736 - 746.
- [11] CASELLA G, ROBERT C. Rao-Blackwellisation of sampling schemes [J]. *Biometrika*, 1996, 83(1): 81 - 94.

作者简介:

莫以为 (1966—),男,清华大学自动化系博士研究生,研究领域包括混合动态系统、故障诊断、流程工业 CIMS 体系结构等;

萧德云 (1945—),男,清华大学自动化系教授,博士生导师,主要从事辨识建模、故障诊断、混合动态系统、多传感器融合理论、计算机应用和大型连续过程工业 CIMS 等领域的教学和科研, E-mail: xiaody@mail. tsinghua. edu. cn.