文章编号：1000-8152(2005)03-0391-04

# 线性时滞系统的时滞相关无源控制

张先明[1,2]，吴 敏[1]
(1.中南大学 信息科学与工程学院，湖南 长沙 410083；2.中南大学 数学科学与计算技术学院，湖南 长沙 410083)

**摘要**：讨论了线性时滞系统的时滞相关无源性及无源控制问题.首先，建立了一个基于二次型项的积分不等式.然后，利用这一不等式，采用Lyapunov-Krasovskii泛函方法，获得了系统基于线性矩阵不等式(LMI)的时滞相关无源条件，不必对系统进行模型变换.利用这一条件，给出了无记忆状态反馈无源控制器的设计方法.最后，用一个数值例子说明了该方法所得结果较已有文献具有较小的保守性.

**关键词**：时滞相关；无源性；无源控制；积分不等式；线性矩阵不等式(LMI)
**中图分类号**：TP13 **文献标识码**：A

# Delay-dependent passive control for linear systems with delay

ZHANG Xian-ming[1,2], WU Min[1]
(1.School of Information Science and Engineering, Central South University, Changsha Hunan 410083, China;
2.School of Mathematical Science and Computing Technology, Central South University, Changsha Hunan 410083, China)

**Abstract**: The delay-dependent passive control for linear system with delay is discussed. First, a new integral inequality based on quadratic terms is established. Secondly, the inequality incorporating with the Lyapunov-Krasovskii functional method is used to derive the delay-dependent sufficient condition based on linear matrix inequality, which ensures that the system is passive. No model transformation is employed. Finally, some numerical examples are given to illustrate that the new results are less conservative than the existing ones.

**Key words**: delay-dependent; passivity; passive control; integral inequality; linear matrix inequality

## 1 引言(Introduction)

正实性是线性系统，电路及控制理论中的一个重要概念.对于一般的系统，常用无源性代替正实性，线性时滞系统的无源性分析及无源控制近几年来已引起人们极大的关注，文献[1,2]讨论了线性时滞系统的无源性条件，该条件与时滞大小无关，因而具有较大的保守性.文献[3]引入Leibniz-Newton公式，将具离散时滞的原系统转化为具分布时滞的新系统，利用Lyapunov-Krasovskii泛函方法，获得了原系统时滞相关无源的充分条件，文献[4]指出，这种模型变换得到的新系统由于含有新的动态而不与原系统等价，因此所得的结果也不能不具有保守性.文献[5]提出一种新的方法——广义模型变换方法，将原系统等价地转化为广义系统，利用广义系统的Lyapunov泛函方法讨论了线性时滞系统的时滞相关无源性，所获得的结果较已有文献均具有较小的保守性.但是，正如文献[6]所指出的，文献[5]的方法没有很好地处理时滞状态 $\dot{x}(t-h)$ 与Leibniz-Newton公式的关系.因此，这一问题需重新考虑.

本文通过建立一个基于二次型项的积分不等式，重新讨论了线性时滞系统的时滞相关无源性，不必对原系统进行模型变换.利用这一不等式以及Lyapunov-Krasovskii泛函方法，获得了基于LMI的时滞相关无源性条件，同时给出了无源控制器的具体的设计方法.数值例子表明，本文方法所获得的时滞相关条件较已有文献[2,3,5]具有较小的保守性.

全文沿用如下记号：$A^{-T}$ 表示矩阵 $A$ 的转置的逆；$A^*$ 表示矩阵 $A$ 的共轭转置；$P=P^T>0$ 表示 $P$ 为对称正定阵；$\mathbb{R}^n$，$\mathbb{R}^{n\times n}$ 分别表示实数域上的 $n$ 维向量空间与 $n\times n$ 矩阵空间；$I$ 表示具有适当维数的单位矩阵；$L_2[0,\infty)$ 表示在$[0,\infty)$上平方可积的全体实值函数的集合；$\begin{bmatrix} X & Y \\ * & Z \end{bmatrix}$ 表示对称矩阵 $\begin{bmatrix} X & Y \\ Y^T & Z \end{bmatrix}$.

收稿日期：2003-09-03；收修改稿日期：2004-07-29.
基金项目：教育部青年教师奖计划基金资助项目(教人[2002]5号)；国家杰出青年基金资助项目(60425310).

## 2 问题描述(Problem statement)

考虑系统:

$$\begin{cases}\dot{x}(t)=A_0x(t)+A_1x(t-h)+B_1w(t)+B_2u(t),\\ z(t)=Cx(t)+Dw(t)+D_{12}u(t).\end{cases} \tag{1}$$

式中 $x(t)\in\mathbb{R}^n$ 为系统状态, $u(t)\in\mathbb{R}^m$ 为控制输入, $w(t)\in\mathbb{R}^q$ 为扰动输入,且 $w(t)\in L_2[0,\infty)$, $z(t)\in\mathbb{R}^q$ 为系统的输出,时滞 $h\in[0,\bar{h}]$, $\bar{h}>0$ 为常数, $A_0$, $A_1$, $B_1$, $B_2$, $C$, $D$, $D_{12}$ 为具有适当维数的常数实矩阵.为方便起见,本文假设系统(1)的初始状态为零,即

$$x(t)=0,\ \forall t\in[-\bar{h},0].$$

在零初始条件下,系统(1)从 $w$ 到 $z$ 的传递矩阵为

$$G(s)=C[sI-A_0-A_1e^{-sh}]^{-1}B_1+D.$$

引入无记忆状态反馈控制器

$$u(t)=Kx(t). \tag{2}$$

本文的主要目的在于:

1) 寻找系统(1)在 $u(t)\equiv 0$ 的情况下的时滞相关无源性条件;

2) 设计形如式(2)的无记忆状态反馈控制器使得闭环系统是无源的.

为此先引入无源性定义.

**定义 1**[7] 如果

$$2\int_0^{t_1}w^{\mathrm{T}}(t)z(t)\mathrm{d}t\geqslant 0 \tag{3}$$

在零初始条件下,对 $\forall t_1\geqslant 0$ 成立,则称系统(1)是无源的.

文献[8]同时也给出了另一个条件较宽松的无源性定义.

**定义 2**[8] 如果存在 $\gamma\geqslant 0$, 使得

$$2\int_0^{t_1}w^{\mathrm{T}}(t)z(t)\mathrm{d}t\geqslant -\gamma\int_0^{t_1}w^{\mathrm{T}}(\theta)w(\theta)\mathrm{d}\theta \tag{4}$$

在零初始条件下,对 $\forall t_1\geqslant 0$ 成立,则称系统(1)是无源的.

为利用 Lyapunov-Krasovskii 泛函方法讨论系统(1)的时滞相关无源性,首先建立一个积分不等式.

**引理 1** 设 $x(t)$ 为$\mathbb{R}^n$ 上具有连续一阶导数的向量函数,则对 $\forall M_1,M_2,\Delta\in\mathbb{R}^{n\times n}$, $\forall R=R^{\mathrm{T}}>0$, $\forall h\geqslant 0$, 以下不等式成立:

$$-\int_{t-h}^{t}\dot{x}^{\mathrm{T}}(\tau)\Delta^{\mathrm{T}}R\Delta\dot{x}(\tau)\mathrm{d}\tau\leqslant$$

$$\xi^{\mathrm{T}}(t)\begin{bmatrix}M_1^{\mathrm{T}}\Delta+\Delta^{\mathrm{T}}M_1 & -M_1^{\mathrm{T}}\Delta+\Delta^{\mathrm{T}}M_2\\ * & -M_2^{\mathrm{T}}\Delta-\Delta^{\mathrm{T}}M_2\end{bmatrix}\xi(t)+$$

$$h\xi^{\mathrm{T}}(t)\begin{bmatrix}M_1^{\mathrm{T}}\\ M_2^{\mathrm{T}}\end{bmatrix}R^{-1}[M_1\quad M_2]\xi(t). \tag{5}$$

其中 $\xi^{\mathrm{T}}(t)=[x^{\mathrm{T}}(u)\quad x^{\mathrm{T}}(t-h)]$.

**证** 记

$$Y:=[M_1\quad M_2]\in\mathbb{R}^{n\times 2n},$$

$$G:=\begin{bmatrix}R^{1/2}\Delta & R^{-1/2}Y\\ 0_{2n\times n} & 0_{2n\times 2n}\end{bmatrix}\in\mathbb{R}^{3n\times 3n}.$$

则有

$$\begin{bmatrix}\Delta^{\mathrm{T}}R\Delta & \Delta^{\mathrm{T}}Y\\ Y^{\mathrm{T}}\Delta & Y^{\mathrm{T}}R^{-1}Y\end{bmatrix}=G^{\mathrm{T}}G\geqslant 0.$$

于是

$$\int_{t-h}^{t}\begin{bmatrix}\dot{x}(\tau)\\ \xi(t)\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}\begin{bmatrix}\Delta^{\mathrm{T}}R\Delta & \Delta^{\mathrm{T}}Y\\ Y^{\mathrm{T}}\Delta & Y^{\mathrm{T}}R^{-1}Y\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot{x}(\tau)\\ \xi(t)\end{bmatrix}\mathrm{d}\tau\geqslant 0. \tag{6}$$

整理式(6),得到

$$-\int_{t-h}^{t}\dot{x}^{\mathrm{T}}(\tau)\Delta^{\mathrm{T}}R\Delta\dot{x}(\tau)\mathrm{d}\tau\leqslant$$

$$2\xi^{\mathrm{T}}(t)Y^{\mathrm{T}}\Delta\int_{t-h}^{t}\dot{x}(\tau)\mathrm{d}\tau+h\xi^{\mathrm{T}}(t)Y^{\mathrm{T}}R^{-1}Y\xi(t)=$$

$$2\xi^{\mathrm{T}}(t)Y^{\mathrm{T}}\Delta[I\quad -I]\xi(t)+h\xi^{\mathrm{T}}(t)Y^{\mathrm{T}}R^{-1}Y\xi(t),$$

整理上式,即得式(5). 证毕.

**注 1** 式(5)称为基于二次型项的积分不等式,取 $\Delta=I$ 即得文献[9]的引理2.

## 3 主要结果(Main results)

这一节,讨论系统(1)在定义1与定义2的意义下的时滞相关无源性条件以及无源控制问题.为此,设 $B_1$ 的左零化因子集合为

$$\Gamma=\{\Delta\in\mathbb{R}^{n\times n}:\Delta B_1=0\}.$$

取 Lyapunov-Krasovskii 泛函:

$$V(t)=x^{\mathrm{T}}(t)Px(t)+\int_{-h}^{0}\int_{t+\theta}^{t}\dot{x}^{\mathrm{T}}(\tau)\Delta^{\mathrm{T}}R\Delta\dot{x}(\tau)\mathrm{d}\tau\mathrm{d}\theta+\int_{t-h}^{t}x^{\mathrm{T}}(\tau)Qx(\tau)\mathrm{d}\tau, \tag{7}$$

其中 $\Delta\in\Gamma$.

### 3.1 时滞相关无源性分析(Analysis of delay-dependent passivity)

这一节,讨论系统(1)在 $u(t)\equiv 0$ 时的时滞相关无源性条件,得到如下结论.

**定理 1** 给定 $\Delta\in\Gamma$, $\bar{h}>0$.如果存在 $P=P^{\mathrm{T}}>0$, $R=R^{\mathrm{T}}>0$, $Q=Q^{\mathrm{T}}>0$, 以及 $M_1,M_2\in\mathbb{R}^{n\times n}$, 使得 LMI 成立:

$$\begin{bmatrix} \vartheta_{11} & \vartheta_{12} & \vartheta_{13} & \bar{h}A_0^{\mathrm{T}}\Delta^{\mathrm{T}}R & \bar{h}M_1^{\mathrm{T}} \\ * & \vartheta_{22} & 0 & \bar{h}A_1^{\mathrm{T}}\Delta^{\mathrm{T}}R & \bar{h}M_2^{\mathrm{T}} \\ * & * & \vartheta_{33} & 0 & 0 \\ * & * & * & -\bar{h}R & 0 \\ * & * & * & * & -\bar{h}R \end{bmatrix} \leqslant 0. \quad (8)$$

其中

$$\begin{aligned} \vartheta_{11} &= PA_0 + A_0^{\mathrm{T}}P + Q + M_1^{\mathrm{T}}\Delta + \Delta^{\mathrm{T}}M_1, \\ \vartheta_{12} &= PA_1 - M_1^{\mathrm{T}}\Delta + \Delta^{\mathrm{T}}M_2, \\ \vartheta_{13} &= PB_1 - C^{\mathrm{T}}, \\ \vartheta_{22} &= -Q - M_2^{\mathrm{T}}\Delta - \Delta^{\mathrm{T}}M_2, \\ \vartheta_{33} &= -\gamma I - D - D^{\mathrm{T}}. \end{aligned} \quad (9)$$

则

i) 系统(1)在定义2的意义下对 $\forall h \in [0,\bar{h}]$ 是无源的;

ii) $\gamma = 0$ 时,对所有满足

$$\det[\mathrm{i}\omega I - A_0 - A_1 \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega h}] \neq 0 \quad (10)$$

的 $\omega \in \mathbb{R}$,系统(1)从 $w$ 到 $z$ 的传递矩阵 $G$ 是正实的,即

$$G(\mathrm{i}\omega)^* + G(\mathrm{i}\omega) \geqslant 0.$$

**证**　i) $V(t)$ 沿系统(1)的导数为

$$\begin{aligned} &\dot{V}(t) = \\ &2x^{\mathrm{T}}(t)P\dot{x}(t) + h\dot{x}^{\mathrm{T}}(t)\Delta^{\mathrm{T}}R\Delta\dot{x}(t) + \\ &x^{\mathrm{T}}(t)Qx(t) - x^{\mathrm{T}}(t-h)Qx(t-h) - \\ &\int_{t-h}^{t} \dot{x}^{\mathrm{T}}(\tau)\Delta^{\mathrm{T}}R\Delta\dot{x}(\tau)\mathrm{d}\tau. \end{aligned}$$

令 $\xi^{\mathrm{T}}(t) = [x^{\mathrm{T}}(t) \quad x^{\mathrm{T}}(t-h) \quad w^{\mathrm{T}}(t)]$,利用引理1,并稍加整理,得到

$$\begin{aligned} &\dot{V}(t) - 2z^{\mathrm{T}}w - \gamma w^{\mathrm{T}}w \leqslant \\ &\xi^{\mathrm{T}}(t)\{\Xi_1 + \bar{h}\Xi_2^{\mathrm{T}}\Delta^{\mathrm{T}}R\Delta\Xi_2 + \bar{h}\Xi_3^{\mathrm{T}}R^{-1}\Xi_3\}\xi(t). \end{aligned} \quad (11)$$

其中

$$\Xi_1 = \begin{bmatrix} \vartheta_{11} & \vartheta_{12} & \vartheta_{13} \\ * & \vartheta_{22} & 0 \\ * & * & \vartheta_{33} \end{bmatrix},$$

$$\Xi_2 = [A_0 \quad A_1 \quad B_1],$$

$$\Xi_3 = [M_1 \quad M_2 \quad 0].$$

对 $t$ 从0到 $t_1$ 积分式(11),应用Schur补[7],如果LMI(8)有解,则式(4)成立,从而系统(1)在定义2的意义下是无源的.

ii) 设 $\omega$ 满足条件(10),

令

$$w(t) = e^{\mathrm{i}\omega t}w_0, w_0 \in \mathbb{R}^q,$$

定义

$$x(t) = \mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}(\mathrm{i}\omega I - A_0 - A_1\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega h})^{-1}B_1 w_0,$$

$$z(t) = Cx(t) + Dw(t),$$

则 $x(t), w(t), z(t)$ 满足系统(1),于是

$$z(t) = \mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}G(\mathrm{i}\omega)w_0,$$

并且

$$2w^{\mathrm{T}}(t)z(t) = w_0^{\mathrm{T}}[G^*(\mathrm{i}\omega) + G(\mathrm{i}\omega)]w_0.$$

由式(3),对 $\forall t_1 \geqslant 0$ 有

$$2\int_0^{t_1} w^{\mathrm{T}}(t)z(t)\mathrm{d}t = t_1 w_0^{\mathrm{T}}[G^*(\mathrm{i}\omega) + G(\mathrm{i}\omega)]w_0 \geqslant 0.$$

由 $w_0$ 的任意性,知ii)成立.　　证毕.

**注2**　LMI(8)中左边矩阵的(3,4)元素本应是 $\bar{h}B_1^{\mathrm{T}}\Delta^{\mathrm{T}}R$,如果 $\gamma = 0, D = 0$, LMI(8)成立就必有 $PB_1 = C^{\mathrm{T}}$, $\bar{h}B_1^{\mathrm{T}}\Delta^{\mathrm{T}}R = 0$,从而 $\Delta B_1 = 0$,即 $\Delta \in \Gamma$. 可见,在Lyapunov-Krasovskii泛函(7)中引入的 $B_1$ 左零化因子 $\Delta$ 是必须的.

**注3**　如果LMI(8)对于 $\Delta = 0$ 也成立,则系统(1)是时滞无关无源的.

### 3.2　时滞相关无源控制器的设计(Design of the delay-dependent passive controller)

系统(1)经无记忆状态反馈(2)作用后所得的闭环系统为

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = (A_0 + B_2K)x(t) + A_1x(t-h) + B_1w(t), \\ z(t) = (C + D_{12}K)x(t) + Dw(t). \end{cases} \quad (12)$$

下面的定理给出了闭环系统(12)时滞相关无源的充分条件,同时给出了无源控制器的设计方法.

**定理2**　给定 $\Delta \in \Gamma, \bar{h} > 0, \varepsilon_1, \varepsilon_2 \in \mathbb{R}, \varepsilon_2 \neq 0$. 如果存在 $\bar{P} = \bar{P}^{\mathrm{T}} > 0, \bar{Q} = \bar{Q}^{\mathrm{T}} > 0, \bar{R} = \bar{R}^{\mathrm{T}} > 0$ 以及具适当维数的矩阵 $Y$,使得以下LMI成立:

$$\begin{bmatrix} \varphi_{11} & \varphi_{12} & \varphi_{13} & \varphi_{14} & 0 & \bar{P} \\ * & \varphi_{22} & 0 & \varphi_{24} & \bar{h}\bar{R} & 0 \\ * & * & \varphi_{33} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -\bar{h}\bar{R} & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -\bar{h}\bar{R} & 0 \\ * & * & * & * & * & -\bar{Q} \end{bmatrix} \leqslant 0. \quad (13)$$

其中

$$\begin{cases} \varphi_{11} = A_0\bar{P} + \bar{P}A_0^{\mathrm{T}} + B_2Y + Y^{\mathrm{T}}B_2^{\mathrm{T}} - \\ \qquad \varepsilon_1\varepsilon_2^{-1}(A_1\bar{Q} + \bar{Q}A_1^{\mathrm{T}}) - \varepsilon_1^2\varepsilon_2^{-2}\bar{Q}, \\ \varphi_{12} = \bar{P}\Delta^{\mathrm{T}} + \varepsilon_1\varepsilon_2^{-1}\bar{Q}\Delta^{\mathrm{T}} + \varepsilon_2^{-1}A_1\bar{Q} + \varepsilon_1\varepsilon_2^{-2}\bar{Q}, \\ \varphi_{13} = B_1 - \bar{P}C^{\mathrm{T}} - Y^{\mathrm{T}}D_{12}, \\ \varphi_{14} = \bar{h}(\bar{P}A_0^{\mathrm{T}} + Y^{\mathrm{T}}B_2^{\mathrm{T}} - \varepsilon_1\varepsilon_2^{-1}\bar{Q}A_1^{\mathrm{T}})\Delta^{\mathrm{T}}, \\ \varphi_{22} = -\varepsilon_2^{-1}(\bar{Q}\Delta^{\mathrm{T}} + \Delta\bar{Q}) - \varepsilon_2^{-2}\bar{Q}, \\ \varphi_{24} = \bar{h}\varepsilon_2^{-1}\bar{Q}A_1^{\mathrm{T}}\Delta^{\mathrm{T}}, \\ \varphi_{33} = -\gamma I - D - D^{\mathrm{T}}. \end{cases} \quad (14)$$

则闭环系统(12)对 $\forall h \in [0,\bar{h}]$ 是无源的,无源控制器 $K = Y\bar{P}^{-1}$.

**证** 令 $A_K = A_0 + B_2K, C_K = C + D_{12}K$,用 $A_K$, $C_K$ 分别替换 LMI(8)中的 $A, C$, 得到

$$\Psi_K: =$$

$$\begin{bmatrix} \Phi & W^{\mathrm{T}}\begin{bmatrix} B_1 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} C_K^{\mathrm{T}} \\ 0 \end{bmatrix} & \bar{h}\begin{bmatrix} A_K^{\mathrm{T}}\Delta^{\mathrm{T}} \\ A_1^{\mathrm{T}}\Delta^{\mathrm{T}} \end{bmatrix} & \bar{h}W^{\mathrm{T}}\begin{bmatrix} 0 \\ R^{-1} \end{bmatrix} \\ * & -\gamma I - D - D^{\mathrm{T}} & 0 & 0 \\ * & * & -\bar{h}R^{-1} & 0 \\ * & * & * & -\bar{h}R^{-1} \end{bmatrix}.$$

其中

$$W = \begin{bmatrix} P & 0 \\ M_1 & M_2 \end{bmatrix}, \bar{A}_K = \begin{bmatrix} A_K & A_1 \\ \Delta & -\Delta \end{bmatrix},$$

$$\Phi = W^{\mathrm{T}}\bar{A}_K + \bar{A}_K^{\mathrm{T}}W + \mathrm{diag}\{Q, -Q\}.$$

于是由定理1知,如果 $\Psi_K \leqslant 0$, 则闭环系统(12)是无源的.令

$$M_1 = \varepsilon_1 P, M_2 = \varepsilon_2 Q, \varepsilon_2 \neq 0,$$

则 $W$ 可逆,且

$$W^{-1} = \begin{bmatrix} P^{-1} & 0 \\ -\varepsilon_1\varepsilon_2^{-1}Q^{-1} & \varepsilon_2^{-1}Q^{-1} \end{bmatrix}.$$

记 $T = \mathrm{diag}\{W^{-\mathrm{T}}, I, I, I\}$,对 $\Psi_K$ 施行合同变换:左乘 $T^{\mathrm{T}}$,右乘 $T$,然后再令 $Y = KP^{-1}, \bar{P} = P^{-1}, \bar{Q} = Q^{-1}, \bar{R} = R^{-1}$. 经计算、整理,如果 LMI(13)有解,则由 Schur 补[7], $T^{\mathrm{T}}\Psi_K T \leqslant 0$,从而 $\Psi_K \leqslant 0$. 由定理1知闭环系统(12)是无源的. 证毕.

**注 4** 定理2依赖于参数 $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ 的调节,正如文献[10]的 Remark5 所述,多维搜索算法可用来找到这些参数的最优组合,这一问题可通过 Matlab 6.5 的优化算法(如,Fminsearch)实现.

**注 5** $B_1$ 的左零化因子的选取不是唯一的,至于如何选取 $B_1$ 的左零化因子,获得系统(1)容许的最大时滞界限 $\bar{h}$,这一问题尚在进一步研究之中.

## 4 数值例子(Numerical examples)

**例 1** 考虑系统[2,5]

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_0x(t) + A_1x(t-h) + B_1w(t), \\ z(t) = Cx(t). \end{cases} \tag{15}$$

其中

$$A = \begin{bmatrix} -a_1 & k \\ -k & -a_2 \end{bmatrix}, A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -c & 0 \end{bmatrix}.$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, C = [0 \quad 1].$$

因 $D = 0$,故文献[3]的定理2对该例无效.取 $\gamma = 0$. 文献[2]得到系统(15)时滞无关无源的充分条件为: $a_1 > 0, a_2 > 0, c^2 < a_2^2$. 取 $a_1 = 1, a_2 = 2, c = 2.3, k = 2.2$,显然文献[2]的结论对这组取值无效,而文献[5]得到了系统(15)也是时滞无关无源的结论,可见文献[5]较文献[2]具有较小的保守性,继续增大 $c$ 的值,取 $c = 2.7$,文献[5]得到了系统(15)无源的最大时滞界限为 $0 \leqslant \bar{h} < 9.8$.

利用本文定理1,由于 $A_1B_1 = 0$,故 $A_1 \in \Gamma$,取 $\Delta = A_1$,当 $\gamma = 0$ 时,取 $P = I$,则 $PB_1 = C^{\mathrm{T}}$. 同样,取 $a_1 = 1, a_2 = 2, c = 2.7, k = 2.2$ 解 LMI(8),知系统(15)对任意 $\bar{h} \geqslant 0$ 均是无源的.继续增大 $c$ 的值,取 $c = 2.8283$,系统(15)仍是时滞无关无源的.可见本文的结论较文献[2,3,5]具有较小的保守性.

**例 2** 考虑系统[5]

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_0x(t) + A_1x(t-h) + B_1w(t) + B_2u(t), \\ z(t) = Cx(t) + D_{12}u(t). \end{cases} \tag{16}$$

其中

$$A_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}, A_1 = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -3 & 0 \end{bmatrix}, B_1 = B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix},$$

$$C = [0 \quad 1], D_{12} = 0.1.$$

取 $\gamma = 0.2$. 文献[5]得到系统(16)无源的最大时滞界限为 $\bar{h} \leqslant 1.26$,当 $h = 1.26$ 时,得到的无源控制器为 $K = [0.0143 \quad -99.4224]$. 利用本文定理2,由于 $A_1B_1 = 0$,故 $A_1 \in \Gamma$,取 $\Delta = A_1, \varepsilon_1 = 1, \varepsilon_2 = -1$, 解 LMI(14),得到系统(16)无源的最大时滞界限为 $\bar{h} \leqslant 1.4142$,当 $h = 1.26$ 时,得到的无源控制器为 $K = [0.2060 \quad -22.5725]$. 说明本文的结论较文献[5]具有较小的保守性.

## 5 结论(Conclusions)

本文通过建立一个新的积分不等式,讨论了线性时滞系统的时滞相关无源性.利用这一积分不等式以及 Lyapunov-Krasovskii 泛函方法,获得了基于 LMI 的时滞相关无源性条件,同时给出了无记忆状态反馈无源控制器的设计方法,不必对原系统进行任何的模型变换.数值例子表明,本文方法所得到的结果较已有文献[2,3,5]具有较小的保守性.

**参考文献(References):**

[1] 俞立,陈国定.线性时滞系统的无源控制[J].控制理论与应用,1999,16(1):130-133.

(下转第401页)

(TONG Shaocheng, CHAI Tianyou. Adaptive fuzzy control for MIMO nonlinear systems [J]. *Acta Automatica Sinica*, 1998, 24(6): 793 - 797.)

[5] 刘国荣,万百五.一类非线性 MIMO 系统直接自适应模糊鲁棒控制[J].控制理论与应用,2002,19(5):693 - 698.
(LIU Guorong, WAN Baiwu. Direct adaptive fuzzy robust control for a class of nonlinear MIMO systems [J]. *Control Theory and Applications*, 2002, 19(5): 693 - 698.)

[6] 张天平,冯纯伯.一类非线性系统的自适应模糊滑模控制[J].自动化学报,1997,23(2):361 - 369.
(ZHANG Tianping, FENG Chunbo. Adaptive fuzzy sliding mode control for a class of nonlinear systems [J]. *Acta Automatica Sinica*, 1997, 23(2): 361 - 369.)

[7] SUN F C, SUN Z Q. Neural network-based adaptive controller design of robotics manipulators with an observer [J]. *IEEE Trans on Neural Networks*, 2001, 12(1): 54 - 67.

[8] WANG C H, LIU H L, LIN T C. Direct fuzzy-neural control with observer and supervisory control for unknown nonlinear dynamical systems [J]. *IEEE Trans on Fuzzy Systems*, 2002, 10(1): 39 - 49.

[9] TONG S C, LI H X, WANG W. Comment on "direct fuzzy-neural control with observer and supervisory control for unknown nonlinear dynamical systems" [J]. *IEEE Trans on Fuzzy Systems*, 2003, 11(5): 703 - 705.

[10] LEU Y G, LEE T T, WANG W Y. Observer-based adaptive fuzzy neural control for unknown nonlinear dynamical systems [J]. *IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics*, 1999, 29(5): 583 - 591.

[11] KIM Y H, FRANK L L. Dynamic recurrent neural network-based adaptive observer for a class of non-linear systems [J]. *Automatica*, 1997, 33(8): 1539 - 1543.

[12] WANG Y F, CHAI T Y, TONG S C. Adaptive observer for a class of nonlinear systems based on fuzzy basis functions [C]// *Proc of the Second Int Conf On Machine Learning and Cybernetics*. Xi'an, China: IEEE Press, 2003, 1015 - 1020.

[13] JOSE A, WEN Y. A high-gain observer-based PD control for robots manipulator [C]// *Proc of the American Control Conference*. Chicago, USA: [s.n.], 2000, 2518 - 2522.

## 作者简介:

**王永富**　(1969—),男,东北大学自动化中心博士,于 98 年获微软授权工程师,研究方向为智能建模与控制、计算机应用、机器人等, E-mail: wyf3000@sohu.com;

**柴天佑**　(1947—),男,教授,博士生导师,中国工程院院士,东北大学国家冶金自动化工程技术研究中心主任,1985 年在东北大学获博士学位,研究方向为自适应控制、智能控制、工业过程综合自动化等;

**迟　瑛**　(1962—),男,工程师,硕士研究生,研究方向为控制理论实验教学与科研工作;

**佟绍成**　(1960—),男,副校长,教授,博士,研究方向为模糊控制、自适应控制等.

(上接第 394 页)

(YU Li, CHEN Guoding. Passive control for the linear delay systems [J]. *Control Theory & Applications*, 1999, 16(1): 130 - 133.)

[2] NICULESCU S I, LOZANO R. On the passivity of linear delay systems [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2001, 46(3): 460 - 464.

[3] MAHMOUD M S, ZRIBI M. Passive control synthesis for uncertain systems with multiple-state delays [J]. *Computers and Electrical Engineering*, 2002, 28(3): 195 - 216.

[4] KHARITONOV V, MELCHOR-AGUILAR D. On delay-dependent stability conditions [J]. *Systems and Control Letters*, 2000, 40(1): 71 - 76.

[5] FRIDMAN E, SHAKED U. On delay-dependent passivity [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2002, 47(4): 664 - 669.

[6] HE Y, WU M, SHE J H, et al. Parameter dependent Lyapunov-Krasovskii functional for stability of time-delay systems with Polypic-type uncertainties [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2004, 49(5): 828 - 832.

[7] BOYD S, GHAOUI L, FERON E, et al. *Linear Matrix Inequality in Systems and Control Theory* [M]. Philadelphia: SIAM, 1994, 7 - 28.

[8] LOZANO R, BROGLIATO B, EGELAND O, et al. *Dissipative Systems Analysis and Control. Theory and Applications* [M]. London, UK: Springer-Verlag, 2000.

[9] 张先明,吴敏,何勇.不确定线性多时变时滞系统的时滞相关鲁棒控制[J].控制与决策,2004,19(5):496 - 500.
(ZHANG Xianming, WU Min, HE Yong. Delay dependent robust control for linear systems with multiple time-varying delays and uncertainties [J]. *Control and Decision*, 2004, 19(5): 496 - 500.)

[10] FRIDMAN E, SHAKED U. An improved stabilization method for linear time-delay systems [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2002, 47(11): 1931 - 1937.

## 作者简介:

**张先明**　(1968—),男,中南大学博士研究生,主要研究方向为时滞系统,广义系统的鲁棒控制, E-mail: zhangxmy@yahoo.com.cn;

**吴　敏**　(1963—),男,教授,中南大学博士生导师,主要研究方向为鲁棒控制、智能控制和过程控制, E-mail: min@csu.edu.cn.