

文章编号: 1000-8152(2005)03-0465-03

## 基于反馈线性化控制的航空气动伺服系统

钱 坤, 谢寿生, 胡金海, 段 种

(空军工程大学 工程学院, 陕西 西安 710038)

**摘要:** 提出了一种非线性跟踪控制器的设计方法并应用在某型号航空气动伺服系统中. 由于该系统的连接孔和伺服阀组成了一个双约束子系统, 因此其气缸内腔压力很难控制. 设计了一个改进的反馈线性化控制器用来消除双约束造成的奇点, 线性矩阵不等式方法用于确保跟踪误差的稳定性, 仿真结果表明该控制器具有良好的动态特性及抗干扰能力.

**关键词:** 气动伺服系统; 反馈线性化控制; 跟踪误差; 阀芯位移; 奇点; 线性矩阵不等式

**中图分类号:** TP138      **文献标识码:** A

## Aerial pneumatic servo system based on modified feedback linearization control

QIAN Kun, XIE Shou-sheng, HU Jin-hai, DUAN Chong

(The Engineering Institute, Air Force Engineering University, Xi'an Shaanxi 710038, China)

**Abstract:** A nonlinear tracking controller was designed and applied to a class of aerial pneumatic servo systems for which the connection port comprises a non-negligible restriction. The pressure in the chamber of this system is difficult to be controlled because of the servo valve and the connection port forms a double restriction. A modified feedback linearization controller was proposed to avoid this singularity caused by the double restriction. The linear matrix inequality (LMI) was then used to ensure the stability of the tracking error. Simulation results show that the proposed controller has a good disturbance rejection and dynamic properties.

**Key words:** pneumatic servo system; feedback linearization control; tracking error; spool displacement; singularity; linear matrix inequality

### 1 引言 (Introduction)

随着科技的发展, 气动伺服系统在航空领域中的应用日益广泛. 然而, 由于气动系统本身存在很强的非线性以及诸多参数的不确定性, 许多用先进控制理论设计出的跟踪控制器在实际应用中效果并不理想<sup>[1,2]</sup>.

由于在实际控制过程中, 气动系统的气缸内腔容量是不断变化的, 在这种情况下, 系统不能近似作奇异摄动处理, 此时内腔容量随活塞的运动而变化, 导管和内腔之间的容量比不可忽略. 对于这样的航空气动系统, 反馈线性化处理在控制律上产生了一个奇点<sup>[3]</sup>, 这可能导致活塞不能重新启动, 严重影响飞行安全. 因此, 本文提出了一种全新的线性控制律来克服奇点问题, 并运用线性矩阵不等式 (LMI) 计算控制器增益, 以确保跟踪误差的稳定性<sup>[4]</sup>.

### 2 气动系统动态模型 (Dynamic model of pneumatic system)

气动系统的动态模型如图 1 所示. 由于连接孔对系统的约束不可忽略, 导管模型设为定容  $V_p$ , 并对系统的非线性动态模型作如下假设:

- 1) 气体是理想的;
- 2) 气体密度在导管和内腔中均匀分布;
- 3) 导管和内腔中的气体均视为等温变化过程;
- 4) 连接孔和伺服阀里的气流都是等熵的, 温度变化忽略不计;
- 5) 伺服阀的漏气忽略不计.

根据假设 1) ~ 3), 内腔和导管中的气体动态模型可以描述如下:

$$\dot{P}_c = -\frac{\dot{V}_c}{V_c} P_c + \frac{RT_c}{V_c} \dot{m}_c(P_p, P_c), \quad (1)$$

$$\dot{P}_p = \frac{RT_p}{V_p} [\dot{m}_p(P_p) - \dot{m}_c(P_p, P_c)], \quad (2)$$

$P_c, V_c, T_c$  和  $\dot{m}_c$  分别代表内腔的压强、容积、温度和流量,  $P_p, V_p, T_p$  和  $\dot{m}_p$  分别代表导管的压强、容积、温度和流量,  $x_s$  是伺服阀的阀芯位移,  $R$  是理想气体常数。

依据假设 4) 和 5), 伺服阀和连接孔的气流模型表示如下<sup>[5]</sup>:

$$\dot{m}_c(P_p, P_c) = \begin{cases} \frac{C_c A_c P_p}{\sqrt{RT_p}} f_r\left(\frac{P_c}{P_p}\right), & P_p \geq P_c, \\ -\frac{C_c A_c P_c}{\sqrt{RT_c}} f_r\left(\frac{P_p}{P_c}\right), & P_p < P_c; \end{cases} \quad (3)$$

$$\dot{m}_p(P_p) = \begin{cases} \frac{C_s W_s x_s P_s}{\sqrt{RT_s}} f_r\left(\frac{P_p}{P_s}\right), & x_s \geq 0, \\ \frac{C_s W_s x_s P_p}{\sqrt{RT_p}} f_r\left(\frac{P_c}{P_p}\right), & x_s < 0. \end{cases} \quad (4)$$

$A_c$  是连接孔横截面积,  $W_s$  为伺服阀端口截面宽度,  $P_s$  和  $T_s$  分别是供给气体的压强和温度,  $P_c$  和  $T_c$  分别为外界大气的压强和温度,  $C_c$  和  $C_s$  分别是连接孔和伺服阀的排气系数. 考虑到亚音速和音速气流, 气压比分段函数  $f_r$  定义如下:

$$f_r(y) = \begin{cases} \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1}} \sqrt{y^{2/\gamma} - y^{(\gamma+1)/\gamma}}, & y \geq r_c, \\ \sqrt{\gamma \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{(\gamma+1)/(\gamma-1)}}, & y < r_c. \end{cases} \quad (5)$$

这里  $y$  是气压比,  $r_c$  是临界气压比,  $\gamma$  是气体的比热比。

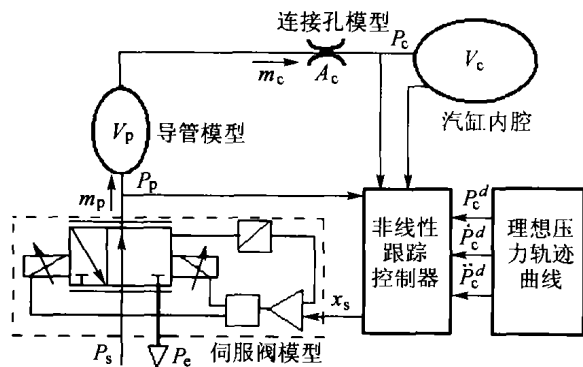


图1 气动伺服系统的动态模型

Fig. 1 Dynamic model of pneumatic servo system

### 3 改进的反馈线性化控制器 (Modified feedback linearization controller)

一般说来, 通过对系统输出  $y = P_c$  差分, 可实现反馈线性化控制器的设计.  $P_c$  两次差分后的系统

动态方程表示如下:

$$\ddot{P}_c = -\left(\frac{\dot{V}_c}{V_c} - \frac{\dot{V}_c^2}{V_c^2}\right) P_c - \frac{\dot{V}_c}{V_c} \dot{P}_c - \frac{RT_c \dot{V}_c}{V_c^2} \dot{m}_c(P_c, P_p) + \frac{RT_c}{V_c} \dot{m}_c(P_c, P_p). \quad (6)$$

利用式(1)~(3), 式(6)可改写为

$$\ddot{P}_c = \beta(P_p, P_c, \dot{P}_c, V_c, \dot{V}_c, \ddot{V}_c) + \alpha(P_p, P_c, V_c) x_s, \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \beta(P_p, P_c, \dot{P}_c, V_c, \dot{V}_c, \ddot{V}_c) = & -\frac{\dot{V}_c}{V_c} P_c - \left(2\frac{\dot{V}_c}{V_c} - \frac{RT_c}{V_c} \frac{\partial \dot{m}_c}{\partial P_c}\right) \dot{P}_c - \\ & \frac{R^2 T_p T_c}{V_p V_c} \frac{\partial \dot{m}_c}{\partial P_p} \dot{m}_c(P_c, P_p), \end{aligned} \quad (8)$$

$$\alpha(P_p, P_c, V_c) = \frac{R^2 T_p T_c}{V_p V_c} \frac{\partial \dot{m}_p}{\partial P_p} \dot{m}_p(P_p). \quad (9)$$

为了确保  $\alpha$  恒大于零, 以下假设必须成立。

**假设 1** 受连接孔横截面积  $A_c$  约束的气流恒为亚音速, 并且具有一个确定的裕度  $\lambda$ , 即

$$\min(P_c/P_p, P_p/P_c) \geq (1-\lambda)r_c + \lambda,$$

其中  $\lambda \in (0, 1)$ 。

如果假设 1 成立, 根据式(4)和(9), 得到  $\alpha \in [\underline{\alpha}, \infty]$  ( $\underline{\alpha} > 0$ ), 因此有  $\alpha^{-1} \in [0, 1/\underline{\alpha}]$ . 实际上, 当  $P_c = P_p$  时  $\alpha^{-1} = 0$ . 所以反馈线性化控制器可描述为

$$x_s = \alpha^{-1}(u - \beta), \quad (10)$$

其中  $u$  是新的控制变量, 当  $P_c = P_p$  时产生一个奇点, 这一点在物理模型上恰好对应于活塞运动到气缸末端, 此时的跟踪控制器可能因此停止工作并且不能重新启动. 为了避免这一问题, 本文提出了以下控制器:

$$x_s = \alpha^{-1}(u_1 - \beta) + u_2. \quad (11)$$

利用式(7), 控制器模型的动态方程为

$$\ddot{P}_c = \alpha u_2 + [1 - \delta(P_c - P_p)] u_1. \quad (12)$$

这里当  $x \neq 0$  时  $\delta(x) = 0$ ,  $x = 0$  时  $\delta(x)$  为未知数. 以下控制律实现对压力的跟踪与控制:

$$u_2 = K_p \bar{P}_c + K_d \dot{\bar{P}}_c, \quad (13)$$

$$u_1 = \ddot{P}_c^d. \quad (14)$$

其中  $\bar{P}_c = P_c^d - P_c$  为跟踪误差,  $P_c^d$  是期望的压力轨迹值。

将式(13)和(14)给定的线性控制律应用到式(12)中, 则系统的动态误差方程为

$$\ddot{\bar{P}}_c + \alpha(t) K_d \dot{\bar{P}}_c + \alpha(t) K_p \bar{P}_c = \delta(P_c - P_p) \ddot{P}_c^d. \quad (15)$$

该动态方程是一个线性时变系统,并受一个有界输入的干扰.如果方程的左边是指数稳定的,则跟踪误差是有界的,式(15)可以描述为如下状态空间形式:

$$\dot{x} = (A - \underline{\alpha}BK - \tilde{\alpha}(t)BK)x + B\delta(P_c - P_p)\dot{P}_c^d \quad (16)$$

这里  $\tilde{\alpha}(t) \in [0, \infty]$ , 并且有

$$x = \begin{bmatrix} \tilde{P}_c \\ \dot{\tilde{P}_c} \end{bmatrix}^T, A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, K = \begin{bmatrix} K_p \\ K_d \end{bmatrix}^T$$

下面运用李雅普诺夫方程分析该状态空间的稳定性<sup>[6]</sup>.实际上,只要存在一个增益阵  $K$  和对称正定阵  $M$  满足

$M(A - \underline{\alpha}BK - \tilde{\alpha}(t)BK) + (A - \underline{\alpha}BK - \tilde{\alpha}(t)BK)^T M < 0$ , 则系统是 BIBO 稳定的,其中,符号  $< 0$  指其变为负定阵.运用变量转换  $P = M^{-1}$  和  $W = KP$ ,并在不等式两边前后各乘以变换阵  $P$ ,以上矩阵不等式就可以转换成线性形式.

#### 4 仿真结果(Simulation results)

为了验证控制器性能,本文进行了实际仿真.设置气动伺服系统期望的压力轨迹曲线为  $P_c^d(t) = 2.4 \times 10^5 - 1.3 \times 10^5 \cos(\pi t)$  Pa,内腔容量变化曲线为  $V_c = 2.4 \times 10^{-4} + 1.0 \times 10^{-4} \cos(1.5\pi t)$  m<sup>3</sup>,假设 1 中的  $\lambda = 0.2$ ,参数  $\underline{\alpha}$  计算出等于  $4.58 \times 10^{10}$ ,参数  $K = [0.15 \times 10^{-7} \quad 0.0073 \times 10^{-7}]^T$ .

内腔压  $P_c$  和导管压力  $P_p$  随时间的变化曲线如图 2 所示,由图可知,导管压力  $P_p$  是内腔压力  $P_c$  的近似估计.图 3 的曲线 1 显示了内腔中压力跟踪误差的变化,从图中不难看出,跟踪误差稳定下来的时间不低于 0.5s.根据方程式(13),当导管和内腔中的压力不相等时,跟踪误差的动态响应就会受到干扰,但这些扰动都非常小.实际上,当达到最大的压力轨迹值 370000 Pa 时,扰动的峰值仅为 100 Pa.图 3 的曲线 2 显示了本文设计的反馈线性化控制器的控制效果,即阀芯位移  $x_s$ .

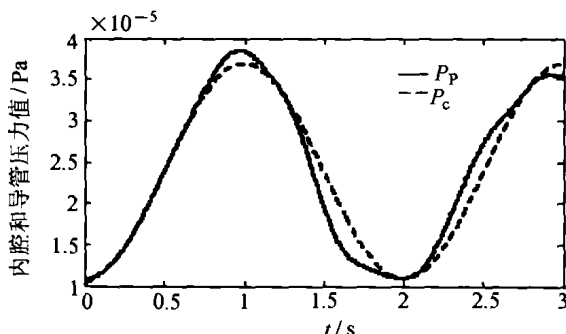


图 2 内腔压力  $P_c$  和导管压力  $P_p$  的响应曲线  
Fig. 2 Pressure in the chamber  $P_c$  and in the pipe  $P_p$

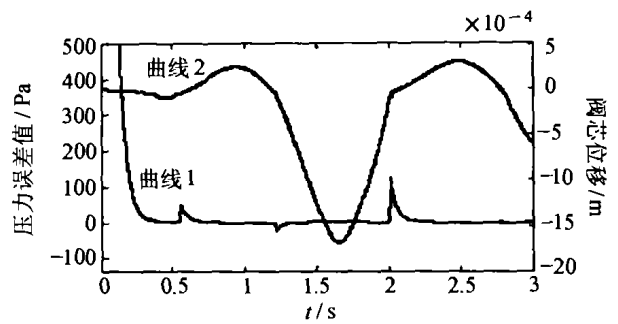


图 3 压力跟踪误差  $\tilde{P}_c$  和阀芯位移  $x_s$  随时间的响应  
Fig. 3 Pressure tracking error  $\tilde{P}_c$  and spool displacement  $x_s$

#### 5 结论(Conclusions)

针对某型号航空气动伺服系统提出了一种非线性跟踪控制器的设计方法,其中,汽缸连接孔对系统的约束不可忽略.对于这类系统,由于连接孔和伺服阀构成了一个双约束系统,因此内腔压力很难控制.本文设计的改进的反馈线性化控制器用于消除双约束造成的奇点,LMI 方法用于计算控制器增益,以确保系统稳定.仿真结果显示该跟踪控制器行之有效.

#### 参考文献(References):

- [1] LIU S, BURROWS J E. A analysis of a pneumatic servo system and its application to a computer-controlled robot [J]. *ASME J of Dynamic System, Measurement and Control*, 1988, 110(2): 228 - 235.
- [2] MCDONELL B W, BURROWS J E. Adaptive tracking control of an air powered robot actuator [J]. *ASME J of Dynamic System, Measurement and Control*, 1988, 115(3): 427 - 433.
- [3] BIGRAS P, WONG T, BOTEZ R. Pressure tracking control of a double restriction pneumatic system [C]// *IASTED Int Conf on Control and Applications*. Banff, Alberta, Canada: IASTED, 2001: 273 - 278.
- [4] 郑连伟,孙晓平,张庆灵.一类线性时滞系统的状态反馈  $H_\infty$  控制器设计[J]. *东北大学学报(自然科学版)*, 2000, 21(2): 122 - 124.  
(ZHEN Lianwen, SUN Xiaoping, ZHANG Qingling. State feedback  $H_\infty$  controller design for a class of linear delayed systems [J]. *J of Northeastern University(Natural Science)*, 2000, 21(2): 122 - 124.)
- [5] ANDERSON B W. *The Analysis and Design of Pneumatic Systems* [M]. New York: Wiley, 1967: 121 - 154.
- [6] 肖建.现代控制系统综合与设计[M].北京:中国铁道出版社, 2000: 213 - 234.  
(XIAO Jian. *Integration and Design of Modern Control System* [M]. Beijing: Railway Publishing House, 2002: 213 - 234.)

#### 作者简介:

钱坤 (1977—),男,讲师,博士研究生,主要研究方向为自适应控制、鲁棒控制和机电一体化控制, E-mail: qiankun\_0306@163.com;  
 谢寿生 (1959—),男,教授,博士生导师,主要研究方向为推进理论与状态监控;  
 胡金海 (1978—),男,博士研究生,主要研究方向为推进理论与状态监控;  
 段翀 (1979—),男,博士研究生,主要研究方向为推进理论与状态监控.