文章编号：1000-8152(2005)03-0477-04

# 一类随机分布参数系统反馈控制的镇定

罗 琦[1,2]，邓飞其[1]，包俊东[1,3]
(1.华南理工大学 自动化科学与工程学院，广东 广州 510640；2.武汉科技大学 理学院，湖北 武汉 430081；
3.内蒙古师范大学 数学科学学院，内蒙古 呼和浩特 010022)

**摘要**：研究一类随机分布参数系统的镇定.主要方法是将所考虑的系统的解随机场关于空间变量的积分形式上视为相应的随机常微分方程的解过程，通过构造一个关于空间变量平均的Lyapunov函数来达到运用Itô微分公式研究该系统的镇定性的目的.并获得了若干构造性的代数判据.

**关键词**：随机分布参数系统；平均均方指数稳定；解随机场；Itô微分公式
**中图分类号**：TP271.61 **文献标识码**：A

# Stabilization of a class of stochastic distributive parameter systems with feedback control

LUO Qi[1,2], DENG Fei-qi[1], BAO Jun-dong[1,3]
(1. College of Automation Science and Engineering, South China University of Technology, Guangzhou Guangdong 510640, China;
2. College of Science, Wuhan University of Science and Technology, Wuhan Hubei 430081, China;
3. College of Mathematic Science, Inner Mongolia Normal University, Huhhot Inner Mongolia 010022, China)

**Abstract**: The stabilization of a class of stochastic distributive parameter systems is studied. To reach the aim, the main method is to regard the integral with respect to the spatial variables of the solution stochastic field of the system considered as the solution process of the corresponding stochastic ordinary differential equation; hence, to apply Itô differential formula to the constructed average Lyapunov function as to be spatial variables. Some constructive algebraic criterions are given.

**Key words**: distributive parameter system; exponential stability; solution-random field; Itô differential formula

## 1 引言(Introduction)

近年来，关于随机分布参数系统的理论的研究已引起人们的注意[1~4]，因为这类系统既考虑了随机干扰因素，又考虑了随机变量在分布不均匀的空间中的扩散情况，故其研究有深远的理论意义与广泛的应用背景.然而，这类系统研究难度较大，主要原因是没有对应的Itô公式可用，文献[1]在建立比较定理的基础上，讨论了随机分布参数系统依概率稳定等问题，文献[2~4]将偏微分方程的相关研究方法应用于随机分布参数系统，对相应的解随机场(solution-random field[1])进行了定性分析.我们在文献[5]中以随机Fubini[6]定理为基础，将具分布参数的随机Hopfield神经网络的解随机场关于空间变量的积分视为相应的随机常Hopfield神经网络的解过程，通过构造一个关于空间变量平均的Lyapunov函数[7]来达到运用Itô微分公式研究该神经网络在反馈控制下的二阶矩指数镇定的目的，从而克服了研究随机分布参数系统无相应Itô公式的困难.本文运用该方法进一步讨论一般随机分布参数系统的镇定.

## 2 系统描述(Description of system)

考虑随机分布参数控制系统

$$\begin{cases} \mathrm{d}X_i(t,\boldsymbol{x}) = \\ [D_i\Delta X_i(t,\boldsymbol{x}) + b_iX_i(t,\boldsymbol{x})]\mathrm{d}t + \\ \sum\limits_{j=1}^{n} a_{ij}f_i(X_j(t,\boldsymbol{x}))\mathrm{d}t + \sum\limits_{l=1}^{m}\sigma_{il}(X_i(t,\boldsymbol{x}))\mathrm{d}w_l(t) \\ i = 1,2,\cdots,n;(t,\boldsymbol{x})\in\mathbb{R}^+\times G \end{cases} \tag{1}$$

及相应的初值条件

$$X_i(0,\boldsymbol{x}) = \varphi_i(\boldsymbol{x}),\ i = 1,2,\cdots,n;\boldsymbol{x}\in G \tag{2}$$

与边界条件

$$X_i(t,\boldsymbol{x}) = 0 \text{或者} \frac{\partial X_i(t,\boldsymbol{x})}{\partial \boldsymbol{n}} = 0, \quad i = 1,2,\cdots,n;(t,\boldsymbol{x})\in\mathbb{R}^+\times\partial G. \tag{3}$$

收稿日期：2003-09-02；收修改稿日期：2004-08-31.
基金项目：国家自然科学基金资助项目(60374023)；广东省自然科学基金资助项目(011629).

其中，$\mathbb{R}^+=[0,+\infty)$，$G\subset\mathbb{R}^r$，$G$是一个有界开集，其边界$\partial G$逐片光滑；$D_i\geqslant 0$，$b_i(i=1,\cdots,n)$，$a_{ij}(i,j=1,\cdots,n)$为常数；$\Delta=\sum\limits_{i=1}^{r}\frac{\partial^2}{\partial x_i^2}$是$G$上的Laplace扩散算子；$\boldsymbol{W}(t)=(w_1(t),\cdots,w_m(t))^{\mathrm{T}}$是定义在完备的概率空间$(\Omega,F,(F_t)_{t\in I},\boldsymbol{P})$上具自然流$\{F_t\}_{t\geqslant 0}$的$m$维Brown运动，$\sigma:\mathbb{R}^n\to\mathbb{R}^{n\times m}$，$\sigma(0)=0$，$\varphi_i(\boldsymbol{x})$是$G$上的可测函数，$\frac{\partial X_i}{\partial \boldsymbol{n}}=\left(\frac{\partial X_i}{\partial x_1},\cdots,\frac{\partial X_i}{\partial x_r}\right)^{\mathrm{T}}$；$\boldsymbol{n}$为$G$的单位外法向量.

关于问题(1~3)的解的定义以及解随机场是二阶矩指数稳定的定义参见文献[5].

关于问题(1~3)的解的存在唯一性参见文献[3].

记$\boldsymbol{E}$为$(\Omega,F,(F_t)_{t\in I},\boldsymbol{P})$上的期望函数.为叙述方便，令

$$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{X}(t,\boldsymbol{x}))=(f_1(X_1(t,\boldsymbol{x})),\cdots,f_n(X_n(t,\boldsymbol{x})))^{\mathrm{T}}.$$

## 3 主要结论(Main results)

**定理 1** 假设下列条件满足：

I) $X_i(t,\boldsymbol{x})(i=1,2,\cdots,n)$，在$\mathbb{R}^+\times G$上有界；

II) $\boldsymbol{\sigma}(X)=(\sigma_{il}(X_i(t,\boldsymbol{x})))_{n\times m}$满足局部Lipshitz连续和线性增长条件，即存在常数$\mu>0$，使得

$$\mathrm{tr}(\boldsymbol{\sigma}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{X}(t,\boldsymbol{x}))\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{X}(t,\boldsymbol{x})))\leqslant \mu\boldsymbol{X}^2(t,\boldsymbol{x});$$

III) 存在$\beta_i>0$，有$|f_i(\xi)|\leqslant\beta_i|\xi|$，且$\xi f_i(\xi)>0$，$\xi\in(-\infty,+\infty)$；

IV) 设$b_i<0$，$a_{ii}<0(i=1,\cdots,n)$，矩阵$\boldsymbol{M}=\begin{pmatrix}\boldsymbol{Q} & \bar{\boldsymbol{A}}\\ \bar{\boldsymbol{A}}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{P}\end{pmatrix}$负定，并设$-\lambda$为矩阵$\boldsymbol{M}$的最大特征值.这里

$$\boldsymbol{Q}=\mathrm{diag}\{2b_1+\mu,\cdots,2b_n+\mu\},$$
$$\bar{\boldsymbol{A}}=(\bar{a}_{ij})_{n\times n},\bar{a}_{ii}=0,\bar{a}_{ij}=a_{ij}(i\neq j),$$
$$\boldsymbol{P}=\mathrm{diag}\{a_{11},\cdots,a_{nn}\},$$

则问题(1,2,3)的解随机场关于空间变量有平均二阶矩Lyapunov指数估计

$$\varlimsup_{T\to+\infty}(1/T)\lg(\mathrm{E}(\|\boldsymbol{X}(T,\boldsymbol{x})\|^2))\leqslant-\alpha. \tag{4}$$

**证** 构造Lyapunov函数如下

$$V(t,\boldsymbol{X})=\int_G\sum_{i=1}^{n}X_i^2(t,\boldsymbol{x})\mathrm{d}\boldsymbol{x}, \tag{5}$$

显然，该函数是正定的.因为$\boldsymbol{X}$是式(1)的解随机场，换句话说，$V(t,\boldsymbol{X})$是随机过程的复合函数，故应运用Itô微分公式沿式(1)计算式(5)，记[8]

$$LV(t,\boldsymbol{X}(t,\boldsymbol{x}))=\frac{\partial V}{\partial t}+\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial V}{\partial X_i}\frac{\partial X_i}{\partial t}\right)_{(1)}+\frac{1}{2}\mathrm{tr}(\boldsymbol{\sigma}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{X}(t,\boldsymbol{x}))\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{X}(t,\boldsymbol{x})))\Delta V(t,\boldsymbol{X}(t,\boldsymbol{x})),$$

则有

$$\begin{aligned}&\mathrm{d}V(t,\boldsymbol{X}(t,\boldsymbol{x}))|_{(1)}=\\&\int_G[LV(t,\boldsymbol{X}(t,\boldsymbol{x}))\mathrm{d}t+\left(\frac{\partial V}{\partial \boldsymbol{X}}\right)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{X}(t,\boldsymbol{x}))\mathrm{d}\boldsymbol{W}(t)]\mathrm{d}\boldsymbol{x}=\\&\int_G 2\sum_{i=1}^{n}X_i(t,\boldsymbol{x})[b_iX_i(t,\boldsymbol{x})+\\&\sum_{j=1,j\neq i}^{n}a_{ij}f_j(X_j(t,\boldsymbol{x}))+\sum_{i=1}^{n}a_{ii}f_i(X_i(t,\boldsymbol{x}))]\mathrm{d}\boldsymbol{x}\mathrm{d}t+\\&\int_G\mathrm{tr}(\boldsymbol{\sigma}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{X})\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{X}))\mathrm{d}\boldsymbol{x}\mathrm{d}t+2\int_G X_i\Delta X_i\mathrm{d}\boldsymbol{x}\mathrm{d}t+\\&2\int_G\sum_{i=1}^{n}X_i(t,\boldsymbol{x})\sum_{l=1}^{m}\sigma_{il}(X_i(t,\boldsymbol{x}))\mathrm{d}\boldsymbol{x}\mathrm{d}w_l(t).\end{aligned} \tag{6}$$

由散度定理，并注意边值条件(3)有

$$\int_G X_i\Delta X_i\mathrm{d}\boldsymbol{x}\leqslant-\int_G(\nabla X_i(t,\boldsymbol{x}))^2\mathrm{d}\boldsymbol{x}\leqslant 0. \tag{7}$$

由条件(III)，对每一个$i\in\{1,\cdots,n\}$，我们有

$$X_i(t,\boldsymbol{x})f_i(X_i(t,\boldsymbol{x}))\geqslant\frac{1}{\beta_i}f_i^2(X_i(t,\boldsymbol{x})). \tag{8}$$

由条件(II)及式(7)，(8)，式(6)可以化为

$$\begin{aligned}&\mathrm{d}V(t,\boldsymbol{X}(t,\boldsymbol{x}))|_{(1)}\leqslant\int_G[\sum_{i=1}^{n}(2b_i+\mu)X_i^2(t,\boldsymbol{x})+\\&2\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1,j\neq i}^{n}a_{ij}X_i(t,\boldsymbol{x})f_j(X_j(t,\boldsymbol{x}))+\\&\sum_{i=1}^{n}a_{ii}f_i^2(X_i(t,\boldsymbol{x}))]\mathrm{d}\boldsymbol{x}\mathrm{d}t+\\&2\int_G\sum_{i=1}^{n}X_i(t,\boldsymbol{x})\sum_{l=1}^{m}\sigma_{il}(X_i(t,\boldsymbol{x}))\mathrm{d}\boldsymbol{x}\mathrm{d}w_l(t).\end{aligned} \tag{9}$$

注意矩阵$\boldsymbol{M}$的定义，式(9)又可化为

$$\begin{aligned}&\mathrm{d}V(t,\boldsymbol{X}(t,\boldsymbol{x}))|_{(1)}=\int_\Omega[\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}(t,\boldsymbol{x})\boldsymbol{Q}\boldsymbol{X}(t,\boldsymbol{x})+\\&\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}(t,\boldsymbol{x})\boldsymbol{A}\boldsymbol{f}(\boldsymbol{X}(t,\boldsymbol{x}))+\boldsymbol{f}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{X}(t,\boldsymbol{x}))\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}(t,\boldsymbol{x})+\\&\boldsymbol{f}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{X}(t,\boldsymbol{x}))\boldsymbol{P}\boldsymbol{f}(\boldsymbol{X}(t,\boldsymbol{x}))]\mathrm{d}\boldsymbol{x}\mathrm{d}t+\\&2\int_G\sum_{i=1}^{n}X_i(t,\boldsymbol{x})\sum_{l=1}^{m}\sigma_{il}(X_i(t,\boldsymbol{x}))\mathrm{d}\boldsymbol{x}\mathrm{d}w_l(t)=\\&\int_G(\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}(t,\boldsymbol{x}),\boldsymbol{f}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{X}(t,\boldsymbol{x}))\boldsymbol{M}\cdot\\&(\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}(t,\boldsymbol{x}),\boldsymbol{f}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{X}(t,\boldsymbol{x})))^{\mathrm{T}}\mathrm{d}\boldsymbol{x}\mathrm{d}t+\\&2\int_G\sum_{i=1}^{n}X_i(t,\boldsymbol{x})\sum_{l=1}^{m}\sigma_{il}(X_i(t,\boldsymbol{x}))\mathrm{d}\boldsymbol{x}\mathrm{d}w_l(t)\leqslant\\&-\lambda\int_G[\boldsymbol{X}^2(t,\boldsymbol{x})+\boldsymbol{f}^2(\boldsymbol{X}(t,\boldsymbol{x}))]\mathrm{d}\boldsymbol{x}\mathrm{d}t+\end{aligned}$$

$$2\int_G \sum_{i=1}^n X_i(t,\boldsymbol{x}) \sum_{l=1}^m \sigma_{il}(X_i(t,\boldsymbol{x}))\mathrm{d}\boldsymbol{x}\mathrm{d}w_l(t). \tag{10}$$

取 $\alpha \in (0,\lambda)$，再由 Itô 公式，我们有

$$\mathrm{d}[\mathrm{e}^{\alpha t}V(t,\boldsymbol{X})] \leqslant [\alpha \mathrm{e}^{\alpha t}\int_G \sum_{i=1}^n X_i^2(t,\boldsymbol{x})\mathrm{d}\boldsymbol{x} - \lambda \mathrm{e}^{\alpha t}\int_G (\boldsymbol{X}^2(t,\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{f}^2(\boldsymbol{X}(t,\boldsymbol{x})))\mathrm{d}\boldsymbol{x}]\mathrm{d}t + 2\mathrm{e}^{\alpha t}\int_G \sum_{i=1}^n X_i(t,\boldsymbol{x}) \sum_{l=1}^m \sigma_{il}(X_i(t,\boldsymbol{x}))\mathrm{d}\boldsymbol{x}\mathrm{d}w_l(t),$$

从0到 $T>0$ 积分上不等式两边，且取数学期望便有

$$\mathrm{E}[\mathrm{e}^{\alpha T}V(T,\boldsymbol{X})] \leqslant \rho_1 + \mathrm{E}[(\alpha-\lambda)\int_G\int_0^T \mathrm{e}^{\alpha t}\boldsymbol{X}^2(t,\boldsymbol{x})\mathrm{d}t\mathrm{d}\boldsymbol{x} - \lambda\int_G\int_0^T \mathrm{e}^{\alpha t}\boldsymbol{f}^2(\boldsymbol{X}(t,\boldsymbol{x}))\mathrm{d}t\mathrm{d}\boldsymbol{x}] \leqslant \rho_1. \tag{11}$$

其中 $\rho_1 = \int_G \sum_{i=1}^n \varphi_i^2(\boldsymbol{x})\mathrm{d}\boldsymbol{x}$，因此，由式(5)有 $\mathrm{e}^{\alpha T}\mathrm{E}\int_G |\boldsymbol{X}(T,\boldsymbol{x})|^2\mathrm{d}\boldsymbol{x} \leqslant \rho_1$，从而有

$$\overline{\lim_{T\to+\infty}}(1/T)\lg(\mathrm{E}\int_G |\boldsymbol{X}(T,\boldsymbol{x})|^2\mathrm{d}\boldsymbol{x}) \leqslant -\alpha.$$

这就是我们要证明的式(4).

定理1的条件(IV)要求 $b_i<0, a_{ii}<0(i=1,\cdots,n)$，如果考虑(1)对应的控制系统，通过反馈控制，可以削弱条件.

考虑(1)对应的随机分布参数控制系统

$$\mathrm{d}X_i(t,\boldsymbol{x}) = [D_i\Delta X_i(t,\boldsymbol{x}) + b_iX_i(t,\boldsymbol{x}) + k_iu_i(t,\boldsymbol{x})]\mathrm{d}t + \sum_{j=1}^n a_{ij}f_j(X_j(t,\boldsymbol{x}))\mathrm{d}t + \sum_{l=1}^m \sigma_{il}(X_i(t,\boldsymbol{x}))\mathrm{d}w_l(t),$$
$$i=1,2,\cdots,n;\ (t,\boldsymbol{x})\in\mathbb{R}^+\times G. \tag{12}$$

其中 $k_i>0$ 为控制系数，$u_i(t,\boldsymbol{x}),(t,\boldsymbol{x})\in I\times G$ 为控制函数；如果在式(12)中取控制函数为

$$u_i(t,\boldsymbol{x}) = -X_i(t,\boldsymbol{x}), i=1,\cdots,n,$$

则我们有

**定理2**　将定理1条件(IV)中的矩阵 $\boldsymbol{Q}$ 改为 $\bar{\boldsymbol{Q}} = \mathrm{diag}\{2b_1-2k_1+\mu,\cdots,2b_n-2k_2+\mu\}$，$\boldsymbol{M}$ 改为 $\bar{\boldsymbol{M}} = \begin{pmatrix}\bar{\boldsymbol{Q}} & \boldsymbol{A}\\ \boldsymbol{A}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{P}\end{pmatrix}$，其中，$\boldsymbol{A}=(a_{ij})_{n\times n}$. 并仍记 $-\lambda$ 为矩阵 $\bar{\boldsymbol{M}}$ 的最大特征值. 其它条件不变，定理1的结论依然成立.

证明与定理1完全类似，故略去.

进一步，如果将控制器设计为

$$u_i(t,\boldsymbol{x}) = -X_i(t,\boldsymbol{x}) - f_i(X_i(t,\boldsymbol{x})),$$

则系统(12)的解随机场的镇定域将更宽. 此时，相应的闭环系统为

$$\mathrm{d}X_i(t,\boldsymbol{x}) = [D_i\Delta X_i(t,\boldsymbol{x}) + (b_i-k_i)X_i(t,\boldsymbol{x})]\mathrm{d}t + \sum_{j=1}^n a_{ij}f_j(X_j(t,\boldsymbol{x}))\mathrm{d}t - k_if_i(X_i(t,\boldsymbol{x})) + \sum_{l=1}^m \sigma_{il}(X_i(t,\boldsymbol{x}))\mathrm{d}w_l(t),\ i=1,2,\cdots,n;\ (t,\boldsymbol{x})\in\mathbb{R}^+\times G. \tag{13}$$

于是，我们有

**定理3**　将定理1条件(IV)中的矩阵 $\boldsymbol{Q}$ 改为 $\hat{\boldsymbol{Q}} = \mathrm{diag}\{2b_1-2k_1+\mu, L, 2b_n-2k_2+\mu\}$，矩阵 $\boldsymbol{P}$ 改为 $\hat{\boldsymbol{P}} = \mathrm{diag}\{k_1/\beta_1,\cdots,k_n/\beta_n\}$，$\boldsymbol{M}$ 改为 $\hat{\boldsymbol{M}} = \begin{pmatrix}\hat{\boldsymbol{Q}} & \boldsymbol{A}\\ \boldsymbol{A}^{\mathrm{T}} & \hat{\boldsymbol{P}}\end{pmatrix}$，其中，$\boldsymbol{A}=(a_{ij})_{n\times n}$. 并仍记 $-\lambda$ 为矩阵 $\bar{\boldsymbol{M}}$ 的最大特征值. 其它条件不变，定理1的结论依然成立.

**证**　类似定理1，运用 Itô 微分公式沿式(13)计算式(5)，我们可以得到类似式(19)的不等式，即有

$$\mathrm{d}V(t,\boldsymbol{X}(t,\boldsymbol{x})) \leqslant \int_G [\sum_{i=1}^n (2b_i-2k_i+\mu)X_i^2(t,\boldsymbol{x}) + 2\sum_{i=1}^n\sum_{j=1}^n a_{ij}X_i(t,\boldsymbol{x})f_j(X_j(t,\boldsymbol{x})) - \sum_{i=1}^n k_iX_i(t,\boldsymbol{x})f_i(X_i(t,\boldsymbol{x}))]\mathrm{d}\boldsymbol{x}\mathrm{d}t + 2\int_G \sum_{i=1}^n X_i(t-\boldsymbol{x}) \sum_{l=1}^m \sigma_{il}(X_i(t,\boldsymbol{x}))\mathrm{d}\boldsymbol{x}\mathrm{d}w_l(t). \tag{14}$$

将式(18)代入式(14)有(注意矩阵 $\bar{\boldsymbol{M}}$ 的定义)

$$\mathrm{d}V(t,\boldsymbol{X}(t,\boldsymbol{x})) = \int_G (\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}(t,\boldsymbol{x}),\boldsymbol{f}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{X}(t,\boldsymbol{x}))\bar{\boldsymbol{M}} \cdot (\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}(t,\boldsymbol{x}),\boldsymbol{f}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{X}(t,\boldsymbol{x}))^{\mathrm{T}}\mathrm{d}\boldsymbol{x}\mathrm{d}t + 2\int_G \sum_{i=1}^n x_i(t,\boldsymbol{x}) \sum_{l=1}^m \sigma_{il}(X_i(t,\boldsymbol{x}))\mathrm{d}\boldsymbol{x}\mathrm{d}w_l(t) \leqslant -\lambda\int_G (\boldsymbol{X}^2(t,\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{f}^2(\boldsymbol{X}(t,\boldsymbol{x})))\mathrm{d}\boldsymbol{x}\mathrm{d}t + 2\int_G \sum_{i=1}^n X_i(t,\boldsymbol{x}) \sum_{l=1}^m \sigma_{il}(X_i(t,\boldsymbol{x}))\mathrm{d}\boldsymbol{x}\mathrm{d}w_l(t). \tag{15}$$

式(15)即式(11)，余下的证明与定理1同.

## 4 结论(Conclusions)

最早通过构造关于空间变量平均的 Lyapunov 函数来研究偏微分系统的稳定性的要数文献[9],文献[7,10]进一步拓展了该方法. 本文受文献[7,9,10]的启发,将该方法用于随机分布参数系统稳定性与镇定的研究. 本文所获结论均为新结果. 如果将定理条件适当修改,还可获得系列推论.

## 参考文献(References):

[1] BERGÉ B, CHUESHOV I D, VUILLERMOT P-A. On the behavior of solutions to certain parabolic SPDE's driven by wiener processes [J]. *Stochastic Processes and Their Applications*, 2001, 92(2): 237 - 263.

[2] BERTINI L, GIACOMIN G. On the long-time behavior of the stochastic heat equation. Probab [J]. *Theory Related Fields*. 1999, 114(3): 279 - 289.

[3] LIU K, TRUMAN A. A note on almost sure exponential stability for stochastic partial functional differential equations [J]. *Statistics & Probability Letters*, 2000, 50(3): 273 - 278.

[4] ISTVAN G. Existence and uniqueness results for semilinear stochastic partial differential equations [J]. *Stochastic Processes and Their Applications*, 1998, 73(2): 271 - 299.

[5] 罗琦,邓飞其,包俊东,等. 具分布参数的随机 Hopfield 神经网络的镇定[J]. 中国科学(E辑), 2004, 34(6): 619 - 628.
(LUO Q, DENG F Q, BAO J D, et al. Stabilization of stochastic hopfield neural network with distributed parameters [J]. *Science in China (Series F)*, 2004, 47(6): 752 - 762.)

[6] LIPTSER R S, SHIRYAEV A N. *Statistics of Random Processes* [M]. I-II. [s.l.]: Springer-Verlag, 1977.

[7] 廖晓昕,杨叔子,高健,等. 具有反应扩散的广义神经网络的稳定性[J]. 中国科学(E辑), 2002, 32(1): 87 - 94.
(LIAO X X, YANG S Z, CHENG S J, et al. Stability of general neural networks with reaction-diffusion [J]. *Science in China (Series F)*, 2001: 44(5): 389 - 395.)

[8] 刘永清,邓飞其. 随机系统的变结构控制[M]. 广州: 华南理工大学出版社, 1998.
(LIU Yongqing, DENG Feiqi. *Variable Structure Control of Stochastic Systems* [M]. Guangzhou: South China University of Technology Press, 1998.)

[9] 廖晓昕,胡跃明,肖惠敏. 用编微分方程描述的一类大系统的稳定性[J]. 华中师范大学学报, 1991, 25(1): 131 - 136.
(LIAO X X, HU Y M, XIAO H M. The stability of a class of large scale systems described by parbial differential equations [J]. *J of Central China Nomal University*, 1991, 25(1): 131 - 136.)

[10] 刘永清,谢胜利. 滞后分布参数系统的稳定与变结构控制[M]. 广州: 华南理工大学出版社, 1998.
(LIU Yongqing, XIE Shengli. *Theory and Application of Lagrescale Dynamic Systems* [M]. Guangzhou: South China University of Technology Press, 1998.)

### 作者简介:

**罗 琦** (1958—),男,武汉科技大学理学院教授,博士,研究方向为随机系统的分析与综合, E-mail: lq58@wust.edu.cn;

**邓飞其** (1962—),男,华南理工大学自动化科学与工程学院教授、博士生导师,研究方向为随机系统的分析与综合, E-mail: scutfqdeng@163.net;

**包俊东** (1958—),男,内蒙古师范大学数学科学学院教授,博士,研究方向为随机系统的分析与综合, E-mail: baojd58@sohu.com.