

文章编号: 1000-8152(2005)04-0517-03

# 一种多输入单输出 Hammerstein 系统的集成辨识方法

孔金生<sup>1</sup>, 万百五<sup>2</sup>

(1. 郑州大学 电气工程学院, 河南 郑州 450002; 2. 西安交通大学 系统工程研究所, 陕西 西安 710049)

**摘要:** 针对多输入单输出(MISO) Hammerstein 系统提出了一种稳态与动态辨识相结合的集成辨识方法. 该方法利用稳态信息获取稳态模型的强一致性估计, 并通过稳态模型以神经网络获得其非线性逼近函数, 再利用动态信息辨识获取多输入单输出(MISO) Hammerstein 系统的线性子系统未知参数的一致性估计. 仿真结果表明了该方法的有效性和实用性.

**关键词:** 多输入单输出 Hammerstein 系统; 集成辨识; 一致性估计

**中图分类号:** TP273      **文献标识码:** A

## Integrated identification method for multi-input/single-output Hammerstein system

KONG Jin-sheng<sup>1</sup>, WAN Bai-wu<sup>2</sup>

(1. School of Electrical Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou Henan 450002, China;

2. Systems Engineering Institute, Xi'an Jiaotong University, Xi'an Shaanxi 710049, China)

**Abstract:** An integrated identification method combining steady-state and dynamic identification is introduced for the multi-input/single-output(MISO) Hammerstein system. The strong consistent estimates of steady-state model are obtained by using steady-state data. The neural network can be used to approach nonlinearity function by using steady-state model. The consistent estimation of the linear unknown parameter of the the multi-input-single-output(MISO) Hammerstein system are obtained. The efficiency and applicability of this estimation technique is demonstrated by simulation results.

**Key words:** multi-input/single-output Hammerstein system; integrated identification; consistent estimation

### 1 引言(Introduction)

Hammerstein 模型的辨识已经有了较多的研究. 目前, 有关 Hammerstein 模型的辨识已提出几种方法<sup>[1~3]</sup>, 文献[4]则对一类双线性 Hammerstein 模型的集成辨识方法进行了研究, 取得了较好的效果. 多输入单输出(MISO) Hammerstein 系统是一类较广泛的非线性系统, 对其模型进行辨识具有一定的理论意义和实际价值.

MISO Hammerstein 系统的离散时间模型可用差分方法来描述如下:

$$v(k) = f(u_1(k), \dots, u_l(k)), \quad (1)$$

$$A(q^{-1})y(k) = q^{-d}B(q^{-1})v(k) + e(k). \quad (2)$$

式中:  $A(q^{-1}) = 1 + a_1q^{-1} + \dots + a_nq^{-n}$ ,  $B(q^{-1}) = b_0 + b_1q^{-1} + \dots + b_mq^{-m}$ ;  $n, m$  分别为线性部分输出和输入的阶次,  $d$  为系统的时延.  $y(k)$  是  $k$  时刻系统的输出,  $u_1(k), u_l(k)$  是  $k$  时刻系统的输入,  $e(k)$  是  $k$  时刻系统的噪声,  $v(k)$  为  $k$  时刻的正态白噪

声, 非线性部分的输出, 是不可测量的,  $f(\cdot)$  为无记忆非线性增益.

本文针对 MISO Hammerstein 系统提出了一种稳态与动态辨识相结合的集成辨识方法. 该方法利用稳态信息获取稳态模型的强一致性估计, 并通过稳态模型以神经网络获得其非线性逼近函数, 再利用动态信息辨识获取 MISO Hammerstein 系统的线性子系统未知参数的一致性估计. 该方法简单, 精度高, 适应于 MISO Hammerstein 系统的开环辨识.

### 2 辨识算法(Identification algorithm)

#### 2.1 稳态辨识(Steady-state identification)

**假设 1**  $m, n$  和  $d$  已知.

**假设 2**  $f(\cdot)$  为连续映射, 且不恒为常数.

**假设 3**  $A(q^{-1})$  为稳定多项式, 且  $A(1) \neq 0$ ,  $B(1) \neq 0$ .

**假设 4** 任取  $k_0, k \geq k_0$  时, 取  $\{u_1(k) = c_1, \dots, u_l(k) = c_l, c_1, \dots, c_l \in [a, b]\}$ .

**假设 5**  $\{e(k)\}$  为正态白噪声,  $E(e(k)) = 0$ ,  
 $E(e(k)e(k+\tau)) = \begin{cases} \varphi^2 < +\infty, & \tau = 0, \\ 0, & \tau \neq 0. \end{cases}$

**假设 6** 存在  $M_1 > 0$  和  $k_1$ , 使得  $Ey^2(k_1) \leq M_1$ .

在假设 1~6 成立的条件下, 利用系统的输入、输出数据可获得系统的稳态模型

$$y = \lambda f(u_1, \dots, u_l). \quad (3)$$

式中  $\lambda = B(1)/A(1)$ .

**定理 1** 若假设 1~6 成立, 则 MISO Hammerstein 系统的  $y(k)$  输出是一个渐近平稳过程, 且均值与协方差具有各态遍历性.

证 记

$$x(k) = B(1)f(c_1, \dots, c_l) + e(k),$$

$$Y(k) = (y(k) \ \dots \ y(k-n+1))^T,$$

$$w = [1 \ 0 \ \dots \ 0]^T,$$

$$P = \begin{bmatrix} -a_1 & -a_2 & \dots & -a_{n-1} & -a_n \\ 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix},$$

则当  $k \geq k_2 = k_0 + m + n + d$  时, 式(2)等价于下面的状态空间模型

$$\begin{cases} Y(k) = PY(k-1) + wx(k), \\ y(k) = w^T Y(k). \end{cases} \quad (4)$$

因为

$$E(e(k)) = 0,$$

$$R_e(\tau) = E(e(k)e(k+\tau)) =$$

$$\begin{cases} \varphi^2 < +\infty, & \tau = 0, \\ 0, & \tau \neq 0, \end{cases}$$

所以

$$E(x(k)) = E(B(1)f(c_1, \dots, c_l) + e(k)) = B(1)f(c_1, \dots, c_l), \quad (5)$$

$$R_x(\tau) = E(x(k)x(k+\tau)) = R_e(\tau) + (B(1)f(c_1, \dots, c_l))^2, \quad (6)$$

$$\lim_{N \rightarrow +\infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x(k+i) =$$

$$\lim_{N \rightarrow +\infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [B(1)f(c_1, \dots, c_l) + e(k+i)] = B(1)f(c_1, \dots, c_l) = E(x(k)), \quad (7)$$

故  $x(k)$  为平稳过程且具有均值各态遍历性.

$$\lim_{N \rightarrow +\infty} EY(k) = \lim_{k \rightarrow +\infty} Ew^T Y(k) =$$

$$\begin{aligned} & w^T \sum_{i=0}^{\infty} (P^i w \cdot (B(1)f(c_1, \dots, c_l))) = \\ & w^T (I - P)^{-1} w B(1)f(c_1, \dots, c_l) = \\ & \lambda f(c_1, \dots, c_l) \quad (\text{a.s.}), \end{aligned} \quad (8)$$

式中  $I$  为单位矩阵.

$$\lim_{\substack{N \rightarrow +\infty \\ k \rightarrow +\infty}} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y(k+i) =$$

$$\lim_{\substack{N \rightarrow +\infty \\ k \rightarrow +\infty}} \frac{1}{N} w^T \sum_{i=1}^N Y(k+i) = w^T (I - P)^{-1} w B(1)f(c_1, \dots, c_l), \quad (9)$$

$$\lim_{k \rightarrow +\infty} E(y(k+t)y(k)) =$$

$$\lim_{k \rightarrow +\infty} w^T EY(k+t)Y^T(k)w =$$

$$\lim_{\substack{N \rightarrow +\infty \\ k \rightarrow +\infty}} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y(k+t+s)y(k+s) \quad (t \geq 0) \quad (\text{a.s.}) \quad (10)$$

由式(8)~(10)可知定理 1 成立. 证毕.

**定理 2** 若假设 1~6 成立, 则用  $\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y(k+i)$  估计  $\lambda f(c_1, \dots, c_l)$  具有强一致性, 且估计残差服从渐近正态分布.

证 由式(8)和(9)可知, 用  $\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y(k+i)$  估计  $\lambda f(c_1, \dots, c_l)$  具有强一致性.

$$\eta(N) =$$

$$\sqrt{N} \left( \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y(k+i) - \lambda f(c_1, \dots, c_l) \right) =$$

$$w^T (I - P)^{-1} (P(Y(k) - Y(k+N)) / \sqrt{N} +$$

$$w^T (I - P)^{-1} w \cdot \sum_{i=1}^N e(k+i) / \sqrt{N}). \quad (11)$$

由假设 5 有

$$\lim_{N \rightarrow +\infty} \sum_{i=1}^N e(k+i) / \sqrt{N} \sim N(0, \varphi^2), \quad (12)$$

所以

$$\lim_{N \rightarrow +\infty} \eta(N) = w^T (I - P)^{-1} w \cdot \lim_{N \rightarrow +\infty} \sum_{i=1}^N e(k+i) / \sqrt{N}. \quad (13)$$

由此可见定理 2 成立.

因此, 利用  $\{u_1(k) = c_1, \dots, u_l(k) = c_l$ ,

$\lim_{\substack{N \rightarrow +\infty \\ k \rightarrow +\infty}} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y(k+i)\}$  可以辨识稳态模型  $\lambda f(c_1, \dots, c_l)$ .

## 2.2 动态辨识(Dynamic identification)

由稳态辨识得到稳态模型  $y = \lambda f(c_1, \dots, c_l)$  后, 利用稳态模型通过多输入单输出神经网络可以

获得其非线性逼近函数,为动态辨识做准备.

式(1)可写成

$$A(q^{-1})y(k) = q^{-d}\bar{B}(q^{-1})\bar{v}(k) + e(k). \quad (14)$$

这里  $\bar{B}(q^{-1}) = b(q^{-1})/\lambda$ ,  $\bar{v}(k) = \lambda f(u_1(k), \dots, u_l(k))$ , 记  $\theta = (a_1, \dots, a_n, b_0/\lambda, \dots, b_m/\lambda)$ , 利用最小二乘法可得到  $\theta$  的估计  $\hat{\theta}$ , 若  $\bar{v}(k)$  是持续激励信号, 则有

$$\lim_{N \rightarrow +\infty} \hat{\theta} = \theta \quad (\text{a. s.}), \quad (15)$$

若能适当选择  $u_1(k), \dots, u_l(k)$  为  $p$  个水平的白噪声序列使  $\bar{v}(k)$  为持续激励信号, 那就可以获得线性子系统未知参数的一致性估计.

辨识步骤如下:

1° 利用稳态数据获得稳态模型的强一致性估计;

2° 利用稳态模型通过神经网络可以获得其非线性逼近函数  $\lambda f(c_1, \dots, c_l)$ ;

3° 利用动态信息辨识得到线性子系统未知参数的一致性估计.

### 3 仿真实例(simulation example)

例 考虑如下两输入单输出 Hammerstein 系统

$$y(k) = 1.5y(k-1) - 0.7y(k-2) + v(k-2) + 0.5v(k-3) + e(k),$$

$$v(k) =$$

$$\begin{cases} \sqrt{(u_1(k) + u_2(k))/2}, & (u_1(k) + u_2(k)) \geq 0, \\ -\sqrt{-(u_1(k) + u_2(k))/2}, & (u_1(k) + u_2(k)) < 0, \\ -1 \leq u_1(k) \leq 1, & -1 \leq u_2(k) \leq 1. \end{cases}$$

$e(k)$  为零均值、方差为 0.1 的白噪声. 容易验证该系统满足假设 1~假设 6 的条件, 仿真研究中, BP 神经网络为两输入单输出, 单隐层隐层节点数为 5,  $\text{esp} = 10^{-5}$ , 采用 121 对稳态数据. 动态辨识中, 采用高斯白噪声输入. 稳态辨识结果见表 1, 动态辨识结果见表 2.

表 1 稳态辨识结果

Table 1 Steady-state identification result

$(c_1, c_2)$	(-1, -1)	(-0.4, -0.4)	(-0.1, -0.1)	(0,0)	(0.1,0.1)	(0.4,0.4)	(1,0)	(0,1)	(1,1)
$\lambda f(c_1, c_2)$	-7.5000	-4.7430	-2.3717	0	2.3717	4.7430	5.3033	5.3033	7.5000
$y_N(c_1, c_2)$	-7.4994	-4.7425	-2.3711	-0.0006	2.3711	4.7423	5.3026	5.3027	7.4995

表 2 动态辨识结果

Table 2 Dynamic identification result

参数	$a_1$	$a_2$	$b_0/\lambda$	$b_1/\lambda$
真值	-1.5	0.7	0.1333	0.0667
估计值	-1.5063	0.6990	0.1322	0.0679

## 4 结论(Conclusion)

本文针对 MISO Hammerstein 系统提出了一种稳态与动态辨识相结合的集成辨识方法. 该方法利用稳态信息获取稳态模型的强一致性估计, 并通过稳态模型利用神经网络获得其非线性逼近函数. 再利用动态信息辨识获取 MISO Hammerstein 系统的线性子系统未知参数的一致性估计. 本文提出的集成辨识方法实用、简单. 仿真表明了其有效性和实用性.

## 参考文献(References):

- [1] 黄正良, 万百五, 韩崇昭. 辨识 Hammerstein 模型的两步法[J]. 控制理论与应用, 1995, 12(1): 34-38.  
(HUANG Zhengliang, WAN Baiwu, HAN Chongzhao. A two-stage identification technique for Hammerstein model [J]. *Control Theory &*

*Applications*, 1995, 12(1): 34-38.)

- [2] AL-DUWAISH H, NAZMAL K M, CHANDRASKAR V. Hammerstein model identification by multilayer feedforward neural networks [J]. *Int J of Systems Science*, 1997, 28(1): 49-54.  
[3] 袁廷奇, 刘文江. 非线性 Hammerstein 系统辨识的动态分离法 [J]. 控制理论与应用, 2002, 19(4): 619-622.  
(YUAN Tingqi, LIU Wenjiang. Identification of Hammerstein model based on dynamical separation technology [J]. *Control Theory & Applications*, 2002, 19(4): 619-622.)  
[4] 孔金生, 万百五. 一类双线性 Hammerstein 模型的集成辨识方法 [J]. 控制理论与应用, 2000, 17(2): 277-280.  
(KONG Jinsheng, WAN Baiwu. Integrated identification method for a class of bilinear Hammerstein model [J]. *Control Theory & Applications*, 2000, 17(2): 277-280.)

作者简介:

孔金生 (1963—), 男, 博士, 副教授, 1999年毕业于西安交通大学系统工程研究所获博士学位, 主要研究领域为复杂系统的优化与控制, E-mail: jskong@163.net;

万百五 (1928—), 男, 教授, 博士生导师, 1951年于西安交通大学电信研究所硕士毕业, 主要研究领域有大工业过程递阶稳态优化控制、智能控制和工业产品质量模型与控制等, 多次获国家教育部科技进步一等奖、二等奖和三等奖, 发表学术论文 320 多篇.