

文章编号: 1000-8152(2005)04-0615-04

## 基于混合遗传算法的力矩受限圆轨二级倒立摆摆起控制

么健石, 曾鹏鑫, 徐心和

(东北大学 教育部暨辽宁省流程工业综合自动化重点实验室, 辽宁 沈阳 110004)

**摘要:** 为了实现力矩受限时圆轨二级倒立摆非线性系统的摆起控制, 提出了一种新的开环优化控制策略. 该策略通过在规定的时间内向系统施加一前馈控制序列, 使上、下摆杆从自然悬垂位置摆到倒立点位置并使速度为零. 为了获得最优摆起控制序列, 采用混合遗传算法进行优化计算, 通过编码操作解决控制力矩受限问题. 仿真实验证明, 该策略是有效和可行的, 并为其他非线性多变量系统的控制提供了有效方法.

**关键词:** 圆轨二级倒立摆; 摆起控制; 力矩受限; 混合遗传算法

**中图分类号:** TP273 **文献标识码:** A

## Swing-up control under limited torque of rotary double inverted pendulum based on hybrid genetic algorithms

YAO Jian-shi, ZENG Peng-xin, XU Xin-he

(Key Laboratory of Process Industry Automation (Ministry of Education), Northeastern University, Shenyang Liaoning 110004, China)

**Abstract:** To realize the swing-up control of nonlinear double inverted rotary pendulum under limited torque, an open-loop control strategy is presented. Within the specified time limit, the strategy determines and implements an optimal feed-forward control sequence to the system, swings up the double inverted pendulum from its hanging position, and achieves zero speed state at the upright position. The hybrid genetic algorithms are employed to get the better optimization control law, and the problem of limited torque is solved by individual representation operation. Numerical simulations confirm the strategy's validity and feasibility. This strategy provides an effective solution to other nonlinear multivariable control systems as well.

**Key words:** rotary double inverted pendulum; swing-up control; limited torque; hybrid genetic algorithm

### 1 引言 (Introduction)

圆轨二级倒立摆是一个复杂非线性、强耦合、多变量的自然不稳定系统, 同时也是双足行走机器人、火箭飞行姿态控制等许多控制对象的最简单模型. 因此, 对倒立摆系统的控制常常被用来检验控制理论的有效性. 针对圆轨二级倒立摆系统的控制主要涉及两个问题: 一是双摆的平衡稳定控制; 另一个是双摆的摆起控制. 二级倒立摆的稳定控制已经被广泛研究, 并提出了多种控制方案. 例如, 应用传统控制理论中的状态反馈<sup>[1,2]</sup>和动态观测器理论<sup>[3]</sup>分别实现了二级倒立摆的平衡控制; 在智能控制领域中应用模糊控制<sup>[4]</sup>、神经网络控制<sup>[5]</sup>、拟人控制<sup>[6]</sup>和云理论<sup>[7]</sup>都成功的实现了二级倒立摆在倒立点位置的平衡稳定.

本文将主要研究二级倒立摆的上、下摆杆从自

然悬垂位置转换到倒立点位置的摆起控制问题<sup>[8]</sup>. 实际研究过程中发现, 经典的线性、非线性控制理论都无法理想的解决该问题, 为此提出了一种新的开环优化控制策略, 即通过在规定的时间内向系统施加一前馈控制序列, 使上、下摆杆摆到倒立点位置且速度为零. 因此, 寻找一组最优控制序列就成为了摆起控制的关键, 即将摆起控制问题转化为最优化问题. 为了获得最优摆起控制序列, 提出混合遗传算法并进行优化计算, 将控制力矩受限作为约束条件<sup>[9,10]</sup>, 仿真结果证明该控制策略是有效的.

### 2 系统描述与建模 (System description and modeling)

#### 2.1 系统描述 (System description)

为了实现双摆的摆起控制, 采用圆形轨道二级倒立摆系统作为研究对象 (如图 1 所示). 该系统具

有如下特性:

1) 系统由两个摆杆(上摆、下摆)和一个水平转动的转杆组成.两个摆杆绕轴在垂直面上转动,具有两个自由度  $\theta_1, \theta_2$ ; 水平转杆在水平面上转动具有一个自由度  $\theta_0$ . 可见,圆轨二级倒立摆是一个三自由度的物理系统.

2) 系统的上、下摆杆不受激励,只能依赖惯性作旋转运动;水平转杆在电机的控制下产生主动的旋转运动.因此,二级倒立摆是一个典型的欠激励系统,即受激励的自由度数目少于系统总的自由度数目.

3) 水平转杆采用直流电机驱动且无行程限制,因此简化了系统机械结构,但由于系统是在三维空间中运动,增加了动力学模型的复杂程度.

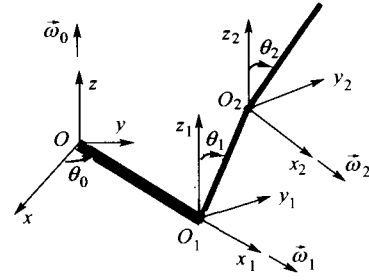


图1 圆轨二级倒立摆  
Fig. 1 Rotary double inverted pendulum

### 2.2 系统建模 (Modeling of the system)

在图1所示的坐标系下,根据拉格朗日法建立了圆轨二级倒立摆的动力学方程

$$M\ddot{\Theta} + C\dot{\Theta} + G = F. \quad (1)$$

其中

$$M = \begin{bmatrix} J_0 + m_1(L_0^2 + l_1^2 \sin^2 \theta_1) + m_2(L_0^2 + (L_1 \sin \theta_1 + l_2 \sin \theta_2)^2) & (m_1 l_1 + m_2 L_1)L_0 \cos \theta_1 & m_2 L_0 l_2 \cos \theta_2 \\ (m_1 l_1 + m_2 L_1)L_0 \cos \theta_1 & J_1 + m_1 l_1^2 + m_2 L_1^2 & m_2 L_1 l_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) \\ m_2 L_0 l_2 \cos \theta_2 & m_2 L_1 l_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) & J_2 + m_2 l_2^2 \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} 2m_2 L_1 l_2 (\sin \theta_2 \cos \theta_1 \dot{\theta}_1 + \sin \theta_1 \cos \theta_2 \dot{\theta}_2) + c_0 & -(m_1 L_0 l_1 + m_2 L_0 L_1) \sin \theta_1 \dot{\theta}_1 + (m_1 l_1^2 + m_2 L_1^2) \sin 2\theta_1 \dot{\theta}_0 & -m_2 L_0 l_2 \sin \theta_2 \dot{\theta}_2 + m_2 l_2^2 \sin 2\theta_2 \dot{\theta}_0 \\ -(m_1 l_1^2 + m_2 L_1^2) \sin \theta_1 \cos \theta_1 \dot{\theta}_0 - m_2 L_1 l_2 \cos \theta_1 \sin \theta_2 \dot{\theta}_0 & c_1 + c_2 & m_2 L_1 l_2 \sin(\theta_1 - \theta_2) \dot{\theta}_2 - c_2 \\ -(m_2 L_1 \sin \theta_1 + m_2 l_2 \sin \theta_2) l_2 \cos \theta_2 \dot{\theta}_0 & -m_2 L_1 l_2 \sin(\theta_1 - \theta_2) \dot{\theta}_1 - c_1 & c_2 \end{bmatrix},$$

$$G = \begin{bmatrix} 0 \\ -(m_1 l_1 + m_2 L_1) g \sin \theta_1 \\ -m_2 g l_2 \sin \theta_2 \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} \tau \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \Theta = \begin{bmatrix} \theta_0 \\ \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix}.$$

模型物理结构参数如表1所示.

表1 模型结构参数

Table 1 Structural parameters of the model

结构参数	物理意义	量值
$J_0 / \text{kg} \cdot \text{m}^2$	水平转杆转动惯量	0.02983
$J_1 / \text{kg} \cdot \text{m}^2$	下摆杆相对质心的转动惯量	0.00207
$J_2 / \text{kg} \cdot \text{m}^2$	上摆杆相对质心的转动惯量	0.00036
$m_1 / \text{kg}$	下摆杆质量	0.313
$m_2 / \text{kg}$	上摆杆质量	0.095
$L_0 / \text{m}$	水平杆长度	0.165
$L_1 / \text{m}$	下摆杆的长度	0.20
$l_1 / \text{m}$	下摆杆质心到转轴的长度	0.1169
$l_2 / \text{m}$	上摆杆质心到转轴的长度	0.085
$c_0 / \text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}$	水平杆与转轴的摩擦系数	0.0553
$c_1 / \text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}$	下摆杆与转轴的摩擦系数	0.0054
$c_2 / \text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}$	上摆杆与转轴的摩擦系数	0.0025

### 3 摆起控制策略 (Swing-up control strategy)

为了实时快速的使双摆从悬垂位置摆起到倒立点位置,并且速度接近零,一前馈控制序列被施加到系统.因此,获得最优控制序列就成为摆起控制的核心.考虑到控制力矩受限的情况,将其作为约束条件,应用组合了基于导数和非导数优化技术的混合遗传算法进行优化计算.

#### 3.1 目标函数的动态形成 (Dynamic formation of objective function)

令  $x_1 = \theta_0, x_2 = \theta_1, x_3 = \theta_2, x_4 = \dot{\theta}_0, x_5 = \dot{\theta}_1, x_6 = \dot{\theta}_2$ , 则  $x = [x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6]^T$  为圆轨二级倒立摆系统的状态变量.因此,系统的非线性微分方程可描述成状态方程

$$\dot{x} = f(x, u). \quad (2)$$

其中  $f(x, u)$  是一个复杂的非线性显函数.为了在规定的时间内实现摆起控制,即终点目标  $x_2(t_f) = x_3(t_f) = x_4(t_f) = x_5(t_f) = x_6(t_f) = 0$ , 建立最优化问题

$$\min(F(\mathbf{u})). \tag{3}$$

其中  $\mathbf{u} = [u_1, u_2, \dots, u_n]^T$ .

摆起过程的初始条件  $\mathbf{x}^{(t_0)}$  是已知的, 控制量  $\mathbf{u} = [u_1, u_2, \dots, u_n]^T$  是未知的. 目标函数  $F(\mathbf{u})$  是关于变量  $\mathbf{u}$  的具有复杂嵌套关系的显函数, 它形成于程序化的计算过程中: 由  $u_1, \mathbf{x}^{(t_0)}$  计算  $\mathbf{x}^{(t_1)}$ ; 由  $u_k, \mathbf{x}^{(t_{k-1})}$  计算  $\mathbf{x}^{(t_k)}$ , 其中  $\mathbf{x}^{(t_k)} = \mathbf{x}^{(t_k)}(u_1, u_2, \dots, u_k)$ ; 由  $u_n, \mathbf{x}^{(t_{n-1})}$  计算  $\mathbf{x}^{(t_n)}$ , 其中  $\mathbf{x}^{(t_n)} = \mathbf{x}^{(t_n)}(u_1, u_2, \dots, u_n)$ . 最终获得目标函数

$$F(\mathbf{u}) = \sum_{k=2}^6 \|x_k^{(t_n)}\|^2. \tag{4}$$

### 3.2 混合遗传算法(Hybrid genetic algorithms)

混合遗传算法利用了基于导数优化和非导数优化<sup>[11]</sup>两种方法的优点. 非导数优化采用标准的遗传算法, 在个体空间进行直接搜索以寻找全局最优解的搜索区域; 导数优化采用了拟牛顿法, 以期在上述区域获得具有较高精度适应度值的最优解.

标准遗传算法具有很强的全局搜索能力, 但由于局部搜索能力的欠缺往往使其无法给出足够收敛精度的适应度值. 为解决这一问题, 将具有较高局部搜索能力的基于导数优化的拟牛顿法组合到标准遗传算法中, 构成混合遗传算法. 新的算法不仅确保了适应度值具有足够的收敛精度, 还保证了解的全局最优性能. 其算法流程如图 2 所示.

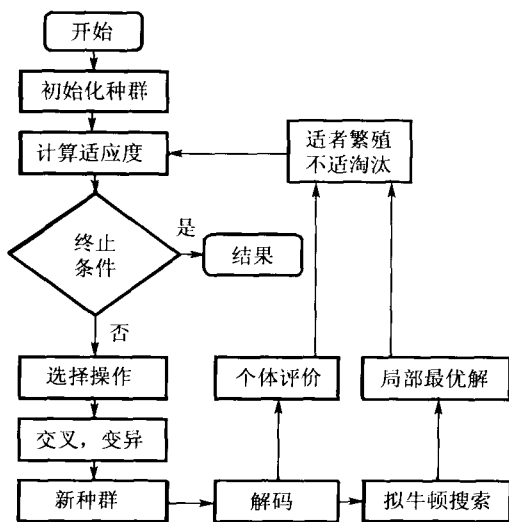


图 2 程序框图

Fig. 2 Block diagram of program

为了提高求解速度与精度, 在遗传操作中采用了浮点编码方式, 选择压力为 0.2, 交叉概率  $P_c = 0.9$ , 变异概率  $P_m = 0.08$ , 进行拟牛顿搜索的概率  $P_n = 0.3$ , 适应度函数为动态修正形成的目标函数.

### 3.3 力矩受限(Limited torque)

当摆起控制转化为优化问题时, 力矩受限则成为变量上、下限约束问题, 因此可以通过编码结构操作解决. 假定种群中个体数目为  $N$ ,  $x_i^t$  表示第  $t$  代第  $i$  个个体,  $t \in \{1, 2, \dots, N\}$ . 每个个体的基因位数由  $L = m_1 + m_2 + \dots + m_n$  个实数构成,  $n$  为变量的个数,  $m_i$  由第  $i$  个变量取值范围和求解精度所决定.

### 4 仿真结果(Simulation results)

圆轨二级倒立摆系统结构参数如表 1 所示. 仿真实验的初始条件:  $\theta_0 = 0, \theta_1 = \theta_2 = 3.14 \text{ rad}, \dot{\theta}_0 = \dot{\theta}_1 = \dot{\theta}_2 = 0, t_f = 1 \text{ s}$ , 摆起时间  $t_f$  被分成 50 个时间间隔, 每个间隔施加一个控制量  $|u_i| \leq 4$ , 从而构成由 50 个控制量组成的控制序列, 目标函数的终止条件为 0.01.

当算法参数  $P_c = P_m = 0, P_n = 1$  时, 则混合算法相当于拟牛顿优化算法; 当  $P_n = 0$  时, 则混合算法退化为标准遗传算法. 图 3 显示了 3 种算法迭代过程的适应度值  $f$ , 拟牛顿优化算法在  $n = 140$  代收敛到 6.71, 标准遗传算法在  $n = 210$  代收敛到 1.73. 采用混合遗传算法时, 经过  $n = 189$  代的计算, 目标函数收敛到 0.0095. 系统摆起过程的状态变量仿真结果如图 4~6 所示. 图 4 为水平转杆的速度响应曲线; 图 5 为上、下摆杆的角度响应曲线; 图 6 为上、下摆杆的角速度响应曲线.

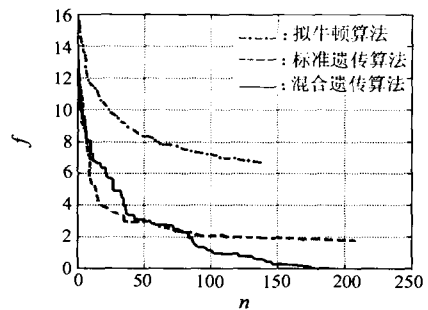


图 3 适应度曲线

Fig. 3 Curve of fitness

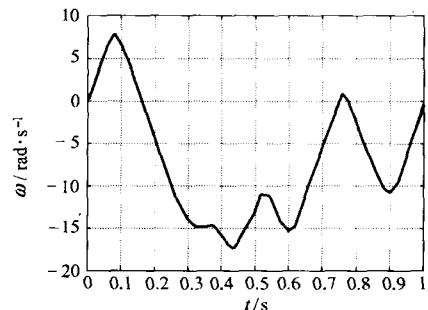


图 4 水平转杆角速度曲线

Fig. 4 Velocity of rotating-arm

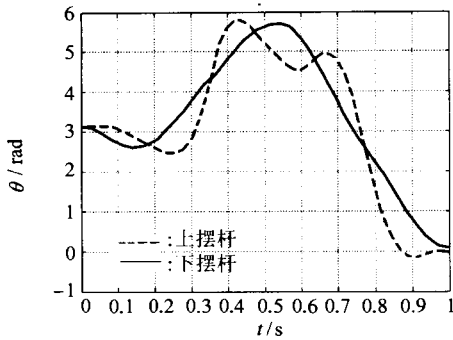


图5 两摆杆角度曲线

Fig. 5 Angles of double pendulum

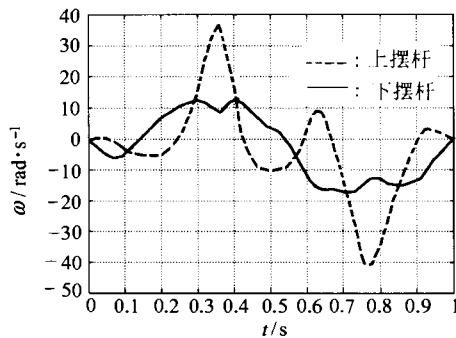


图6 两摆杆角速度曲线

Fig. 6 Velocities of double pendulum

通过对二级倒立摆系统摆起控制的仿真实验可以看出,基于混合遗传算法的摆起控制策略是有效的.在迭代计算过程中,该算法具有较高的计算精度.

## 5 结论(Conclusion)

在对具有多变量特性的二级倒立摆摆起控制问题研究中发现,系统变量数目越多,传统的数值算法和优化算法就越难于获得理想的控制律.为此提出了混合遗传算法,并将该算法引入到倒立摆摆起过程控制律的计算.通过对圆轨二级倒立摆的仿真实验,获得了理想的多变量过程控制律,实现了二级摆的摆起.该控制策略也为其他复杂非线性、多变量系统的控制提供了有效方法.

## 参考文献(References):

- [1] MORI S, NISHIHARA H, FURUTA K. Control of unstable mechanical system control of pendulum [J]. *Int J Control*, 1976, 23(5): 673 - 692.
- [2] FURUTA K, KAJIWARA H, KOSUGE K. Digital control of a double inverted pendulum on an inclined rail [J]. *Int J Control*, 1980, 32(5): 907 - 924.

- [3] SAHBA M. Computer-aided design of feedback controllers for nonlinear systems with applications to control of a double-inverted pendulum [J]. *IEE Proc D*, 1983, 130(6): 350 - 358.
- [4] CHENG F Y, ZHONG G M, LI Y S. Fuzzy control of a double inverted pendulum [J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 1996, 79(3): 315 - 321.
- [5] ANDERSON C W. Learning to control an inverted pendulum using neural networks [J]. *IEEE Control System Magazine*, 1989, 9(3): 31 - 37.
- [6] 张明廉, 孙昌龄, 杨亚炜. 拟人控制二维单倒立摆[J]. *控制与决策*, 2002, 17(1): 53 - 56.  
(ZHANG Minglian, SUN Changling, YANG Yawei. Human-imitating control for 2-D inverted pendulum [J]. *Control and Decision*, 2002, 17(1): 53 - 56.)
- [7] 陈晖, 李德毅, 沈程智. 云模型在倒立摆控制中的应用[J]. *计算机研究与发展*, 1999, 36(10): 1180 - 1187.  
(CHEN Hui, LI Deyi, SHEN Chengzhi. A clouds model applied to controlling inverted pendulum [J]. *Computer Research & Development*, 1999, 36(10): 1180 - 1187.)
- [8] 侯祥林, 顾立忠, 徐心和. 圆轨单级倒立摆的摆起过程控制[J]. *控制与决策*, 2003, 18(4): 483 - 486.  
(HOU Xianglin, GU Lizhong, XU Xinhe. Swing-up control of a circular rail single inverted pendulum [J]. *Control and Decision*, 2003, 18(4): 483 - 486.)
- [9] 李祖枢. 力矩受限单摆的摆起倒立控制——仿人智能控制在非线性系统中的应用[J]. *控制理论与应用*, 1999, 16(2): 225 - 229.  
(LI Zushu. The control for swinging up of a pendulum under limited torque—an application of human simulated intelligent control in nonlinear system [J]. *Control Theory & Applications*, 1999, 16(2): 225 - 229.)
- [10] XU Y G, LIU G R, WU Z P. A novel hybrid genetic algorithm using local optimizer based on heuristic pattern move [J]. *Applied Artificial Intelligence*, 2001, 15(7): 601 - 631.
- [11] 张智星, 孙春在, 水谷英二. 神经-模糊和软计算[M]. 西安: 西安交通大学出版社, 2000: 89 - 136.  
(ZHANG Zhixing, SUN Chunzai, MIZUTANI E. *Neuro-Fuzzy and Soft Computing* [M]. Xi'an: Xi'an Jiaotong University Press, 2000: 89 - 136.)

## 作者简介:

**么健石** (1972—), 男, 沈阳炮兵学院讲师, 现为东北大学博士研究生, 主要研究方向为非线性系统最优控制、智能控制, E-mail: yaojianshi@163.com;

**曾鹏鑫** (1978—), 男, 东北大学博士研究生, 主要研究方向为智能控制、视觉伺服, E-mail: newchinese@163.com;

**徐心和** (1940—), 男, 东北大学教授, 博士生导师, 主要研究方向为计算机控制与仿真、人工智能、机器人, E-mail: xuxinhe@163.net.