

Hénon 混沌同步的自适应逆控制

于灵慧, 房建成

(北京航空航天大学 第五研究室, 北京 100083)

摘要: 基于自适应逆控制原理, 在噪声存在的情况下, 提出了一种实现混沌同步的自适应逆控制方法. 为此首先简要介绍了控制方法结构, 然后利用神经网络算法对被控对象模型进行辨识和训练发送端的控制器. 仿真证明该方法能够很好的消除干扰, 使得被噪声污染的混沌同步系统能够保持良好的同步. 此外自适应逆控制是开环控制, 具有很好的实施性.

关键词: 混沌同步; 自适应逆控制; 神经网络

中图分类号: TP271, O415 **文献标识码:** A

Adaptive inverse control of Hénon chaotic synchronization

YU Ling-hui, FANG Jian-cheng

(The 5th Unit, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: Motivated by neural network theory, a general control construction approach based on adaptive inverse control theory is proposed for achieving chaotic synchronization under the condition of noise perturbation. First, the control method structure is introduced. Next, based on the neural network algorithm, the identified controlled device and learned sending controller are presented to construct the adaptive inverse controller construction. Thirdly, the feasibility of noise elimination and chaotic synchronization are verified in the presence of perturbation by using the proposed approach. In addition, adaptive inverse control is an open-loop controlling system with easy implementation for field-test.

Key words: chaotic synchronization; adaptive inverse control; neural network

1 引言 (Introduction)

混沌产生于上世纪, 是近几十年来急剧兴起的一门学科^[1-3], 被誉为继相对论、量子论之后又一重大发现. 近年来, 混沌同步^[3,5-7]及其在保密通信中的应用研究得到了广泛的关注. 文献[3]设计了离散混沌系统差拍同步; 文献[4]基于快速下降方法也实现了自适应混沌同步. 然而文献[3,4]的方法存在一定的缺陷, 在实现系统同步时没有考虑外界干扰对系统的影响. 而在实际传输过程中, 混沌信号不可避免受到各种噪声的干扰, 由于混沌信号具有类似随机信号的特点, 噪声对混沌信号的干扰程度会比较大, 这对混沌系统同步将产生直接的影响. 所以在混沌同步中加入噪声研究具有十分重要的意义.

为了解决混沌同步中的噪声干扰问题, 人们已经提出了各种不同的解决方法. 文献[5]对基于神经网络控制混沌同步中的扰动问题做了一些研究; 文献[6,7]对混沌同步系统中的扰动问题进行了平衡,

以上这些方法均取得了一定的效果, 但是当信号的假设系统统计特性偏差较大时, 混沌同步效果将会变得很差, 混沌信号受到信道噪声的影响, 难以很好的达到同步. 本文针对这一问题, 对发送端做了改进, 基于自适应逆的原理设计了自适应逆控制器^[8], 引入到混沌同步对系统中存在的扰动和噪声进行了消除, 取得了很好的效果.

2 问题描述 (Problem fomulation)

假设混沌发送端的系统^[3]

$$\begin{aligned}x(n+1) &= T(x(n), y(n)), \\y(n+1) &= x(n)\end{aligned}\quad (1)$$

待发送信号 $x(n), y(n)$. 若应用到保密通信中首先将保密信号 $s(n)$ 与 $x(n)$ 一起调制到发射端的系统中, $x(n+1)$ 携带保密信号一起发送. 在接收端利用恢复的混沌信号进行解密. 接收端系统为

$$\begin{aligned}\hat{x}(n) &= \hat{y}(n+1), \\ \hat{y}(n) &= T^{-1}(\hat{x}(n+1), \hat{y}(n+1)).\end{aligned}\quad (2)$$

例如 Hénon 映象用 T 表示的方程为:

$$T: \begin{cases} x(n+1) = a - bx^2(n) + cy(n), \\ y(n+1) = dx(n). \end{cases} \quad (3)$$

上述 Hénon 映象的雅可比行列式为

$$J = \begin{vmatrix} \frac{\partial x(n+1)}{\partial x(n)} & \frac{\partial x(n+1)}{\partial y(n)} \\ \frac{\partial y(n+1)}{\partial x(n)} & \frac{\partial y(n+1)}{\partial y(n)} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -2bx(n) & c \\ d & 0 \end{vmatrix} = -cd. \quad (4)$$

可见只要 $|J| = cd \neq 0$, Hénon 映象就是可逆的;当 $cd = 0$ 时,映象就退化为一维映象,对本文的混沌保密通讯系统仍然适用.假设 $|J| = cd \neq 0$,能够得到 Hénon 映象的逆变换如下:

$$T^{-1}: \begin{cases} x(n) = d^{-1}y(n+1), \\ y(n) = c^{-1}(x(n+1) - a + bd^{-2}y^2(n+1)). \end{cases} \quad (5)$$

下面利用二维映象的可逆性^[4]来设计混沌通信保密系统,以更好的实现信息传递.把接收端的动力学形式及参数确定(即 Hénon 映象的逆变换),为了消除信号在信道中传输时的信道噪声,在发射端引入逆控制器,从而实现发射端与接收端的混沌同步.

定义 混沌接收端的动力学形式为式(2),把接收端以及信道噪声统一作为被控对象.发射端以控制器的输出 $u(n_1), u(n_2)$ 作发送信号, $u(n_1), u(n_2)$ 在信道的传输过程中受到噪声干扰变为混有噪声的信号 $u'(n_1), u'(n_2)$,被接收端接收,通过式(2)得到 $\hat{x}(n), \hat{y}(n)$. 其中 $\hat{x}(n), \hat{y}(n)$ 为 n 维向量, $u'(n_1), u'(n_2)$ 为同步的驱动信号^[5].当 $n \rightarrow \infty$ 时发送系统与接收系统是同步的.即当 $n \rightarrow \infty$ 时,发送系统与接收系统存在 $\hat{x}(n) \rightarrow x(n), \hat{y}(n) \rightarrow y(n)$,显然实现了二者之间的同步.

3 主要结果(Main results)

3.1 控制方法结构(Control method structure)

将自适应逆控制器的设计过程分2步:

第1步 训练一个网络 NNI 描述接收端对象的特性,调整权值的误差信号为对象输出与网络输出之差.对象的动态特性可表示为

$$\hat{x}(n) = f(\hat{x}(n-1), \dots, \hat{x}(n-n_y), u(n), \dots, u(n-n_u)). \quad (6)$$

式中: $\hat{x}(n)$ 为 m 维输出, $u(n)$ 为 u 维控制输入; n_y, n_u 分别为 $\hat{x}(n)$ 和 $u(n)$ 的阶数; $f(x)$ 为未知非线性函数.

第2步 训练一个网络描述被控对象的逆,并

将此网络作为图1中的控制器 NNC.用它来产生在下一个采样时间,使输出信号等于当前被控对象理想输入值 $x(n+1), y(n+1)$ 的控制量 $u(n_1), u(n_2)$,也就是利用设定给神经网络控制器的期望输入和被控对象的输出之差调节网络控制器的权值,采用如下控制策略:

$$u(n) = g(x(n), \hat{x}(n-1), \dots, \hat{x}(n-n_y), u(n-1), \dots, u(n-n_u)). \quad (7)$$

式(7)中的非线性函数 $g(\cdot)$ 近似于 $f(\cdot)$ 的逆,由式(16)~(24)可以训练得到.基于神经网络的逆控制混沌同步系统结构如图1所示.图中 n_k 为加性噪声和外部噪声总和^[8], Z^{-1} 为单位延迟.

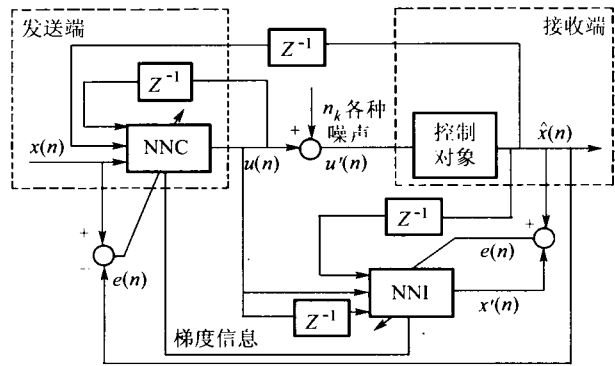


图1 基于神经网络自适应逆控制的混沌同步系统结构图
Fig. 1 Structure of chaotic synchronization based on neural network adaptive inverse control

3.2 对象模型辨识(Identifying plant model)

在该控制方案中,采用3层BP网络对系统进行离线及在线辨识.网络的激励函数为

$$\alpha(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}. \quad (8)$$

利用反向传播学习算法使性能指标

$$J_m = \frac{1}{2} [\hat{x}(n+1) - x'(n+1)]^2 \quad (9)$$

最小,可得如下系数及阈值学习规律

$$\Delta w_i(n) = \alpha [\hat{x}(n+1) - x'(n+1)] p_i^2(n) + \beta \Delta w_i(n-1), \quad (10)$$

$$\Delta \theta_i(n) = \alpha [\hat{x}(n+1) - x'(n+1)] + \beta \Delta \theta_i(n-1), \quad (11)$$

$$\Delta v_{ij}(n) = \alpha [\hat{x}(n+1) - x'(n+1)] a'[\text{net}_i(n)] w_i(n) p_j^1(n) + \beta \Delta v_{ij}(n-1), \quad (12)$$

$$\Delta \gamma(n) = \alpha [\hat{x}(n+1) - x'(n+1)] a'[\text{net}_i(n)] w_i(n) + \beta \Delta \gamma(n-1). \quad (13)$$

其中输入层为

$$p_i^1(n) = \begin{cases} x(n-i), & 0 \leq i \leq m-1, \\ u(n-i+m), & m \leq i \leq m+k. \end{cases} \quad (14)$$

式(10)~(14)中: $net_i(n)$ 和 $p_i^2(n)$ 分别是隐层输入和输出(本文的仿真研究中,输入层、隐层和输出层的节点数分别为 3, 12 和 1); $\{v_{ij}\}$ 和 $\{w_i\}$ 为层与层间连接系数; $\{\theta_i\}$ 和 γ 为对应阈值; x' 是神经网络 NNI 的输出.

$$a'(x) = a(x)(1 - a(x)). \quad (15)$$

式中: α 为学习率($0 < \alpha < 1$); β 为惯性系数,其作用是避免振荡,是参数平滑收敛.

3.3 神经网络控制器(Neural network controller)

为了适应系统出现的新情况及信道噪声的干扰,将被控对象作为 BP 网络的输出层,通过边学习边控制的方式对系统进行动态控制.学习过程就是逐步的调节神经元之间的连接系数,使得实际系统的输出趋于期望输出.其中用到的 $\frac{\partial \hat{x}}{\partial u}$ 用 $\frac{\partial x'}{\partial u}$ 代替.采用 3 层网络控制器,设输入层有 m_1 个节点(本文的仿真研究中 $m_1 = 3$,隐层节点数为 11),输出层有 1 个节点, w_{2ij}, v_{3j} 为层与层间连接权, θ_{2j}, γ_{3j} 为阈值.

设误差函数为

$$J = \frac{1}{2} [x(n) - \hat{x}(n)]^2. \quad (16)$$

神经元激励函数为

$$\text{隐层} \quad f(x) = 1/(1 + e^{-x}); \quad (17)$$

$$\text{输出层} \quad g(x) = (1 - e^{-x})/(1 + e^{-x}). \quad (18)$$

得如下权系数修正公式:

$$\delta(n+1) = [x(n+1) - x(n+1)]g'[l_3(n)], \quad (19)$$

$$w_{3j}(n+1) = v_{3j}(n) + \mu\delta(n+1)b_{2j}(n) \frac{\partial x'(n+1)}{\partial u}, \quad (20)$$

$$\gamma_3(n+1) = \gamma_3(n) + \mu\delta(n+1)b_{2j}(n) \frac{\partial x'(n+1)}{\partial u}, \quad (21)$$

$$w_{2ij}(n+1) = w_{2ij}(n) + \mu\delta(n+1)v_{3j}f'[s_{2j}(n)]a_{1i}(n) \frac{\partial x'(n+1)}{\partial u}, \quad (22)$$

$$\theta_{2j}(n+1) = \theta_{2j}(n) + \mu\delta(n+1)v_{3j}f'[s_{2j}(n)] \frac{\partial x'(n+1)}{\partial u}, \quad (23)$$

式中: a_{1i} 为神经网络输入, s_{2j} 为隐层输入, b_{2j} 为隐层输出, l_3 为输出层输入, u 为控制器输出, μ 为学习速率($0 < \mu < 1$).式中的变化率 $\frac{\partial \hat{x}}{\partial u}$ 可根据式(10)~(14)得到,即

$$\frac{\partial x'(n+1)}{\partial u} = \sum_i \frac{\partial x'(n+1)}{\partial p_i^2(n)} \frac{\partial p_i^2(n)}{\partial net_i(n)} \frac{\partial net_i(n)}{\partial u(n)} = \sum_i w_i(n)a'[\text{net}_i(n)]v_{in}(n). \quad (24)$$

在学习过程中,对权系数及阈值的修改仍可用增加惯性项的方法来减少过调.

3.4 自适应逆控制算法步骤(Steps of adaptive inverse control algorithm)

1) 离线训练 NNI. 由于对象模型的逼近精度直接影响控制性能,所以,离线训练 NNI 作为在线辨识的初始值,防止控制的开始阶段出现大的误差,发生振荡.输入近似 $u(n)$ 的序列进行训练.

2) 采样得到 $x(n), \hat{x}(n), u(n)$;

3) 将 $\{x(n), \hat{x}(n-1), \dots, \hat{x}(n-n_y), u(n-1), \dots, u(n-n_u)\}$ 输入神经网络控制器得到 $u(n)$;

4) 将 $u(n)$ 输入对象及神经网络模型;

5) 用式(8)~(15)修正模型的权值及阈值;

6) 用式(16)~(24)修正控制器的权及阈值;

7) 返回 2), 继续运行.

4 仿真算例(Simulation example)

考虑以 Hénon 映象混沌信号为发送信号, $x(n)$ 为接收信号,接收端的混沌模型如下:

$$\begin{cases} \hat{x}(n) = d^{-1}u'_x(n), \\ \hat{y}(n) = c^{-1}[u'_y(n) - a + bd^{-2}u'_y{}^2(n)]. \end{cases} \quad (25)$$

由于在发送端加的非线性控制器,则当信号经过被控对象的模型时就具有了预测性.若控制器控制的足够精确,则此处的

$$u'_x(n) = u_x(n) + \Delta f \approx x(n+1),$$

$$u'_y(n) = u_y(n) + \Delta f \approx y(n+1).$$

其中: $\hat{x}(n), \hat{y}(n)$ 为接收到的理想混沌信号, Δf 为信道噪声扰动项, a, b, c, d 为系统参数, U 为控制项.当系统参数为 $a = 1, b = -1.4, c = 0.3, d = 1$ 时,非线性系统呈现混沌状态.估计噪声扰动为

$$\Delta f = -1/3\sin 0.8n + 0.1/3y^2(n+1).$$

发送端的 Hénon 系统为图 2 所示,其混沌系统的状态分量 $x(n)$ 随时间的变化如图 3 所示.为使系统

在扰动存在的情况下仍能实现同步,在发送端施加本文所给的控制率,用于辨识和控制的 BP 网络模型结构均分别为式(8)~(15)、式(16)~(24),学习率分别为 $\eta = 0.01$, NNI 建模信号 $x'(n)$ 为图 4 所

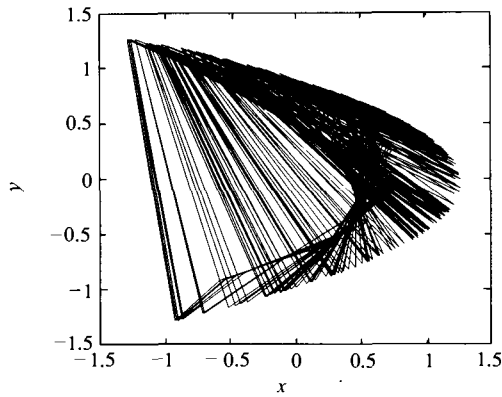


图 2 Hénon 系统图
Fig 2 Hénon system chart

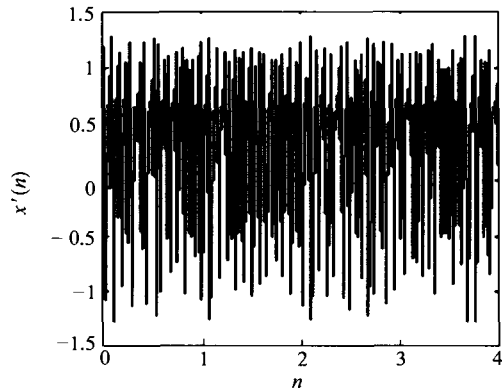


图 4 状态分量 $x'(n)$ 随时间的变化图
Fig 4 Time-variation chart of state component $x'(n)$

5 结论(Conclusion)

本文基于 BP 网络和自适应逆控制原理,利用混沌二维映像的可逆性,在信道噪声普遍存在的情况下对混沌同步系统进行了研究,研究表明该方法能够有效地克服噪声对同步所造成的破坏.最后,利用离散 Hénon 系统进行了仿真,仿真结果表明了所给方法的有效性.

参考文献(References):

- [1] HAY S, GREBOGI C, OTT E. Communicating with chaos [J]. *Physical Review Letters*, 1993, 70(2): 3031 - 3034.
- [2] PECORA L M, CARROLL T L. Synchronization in chaotic systems [J]. *Physical Review Letters*, 1990, 64(8): 821 - 823.
- [3] 李育贤. 离散混沌系统稳健差拍同步方法及其在保密通信中的

示.混沌信号,在仿真 1000 步左右能够跟踪信号 $x(n)$, 它的同步误差 $e(n)$ 随时间的变化如图 5 所示.由图可知发送端与接收端能够克服信道噪声不良影响达到很好的同步.

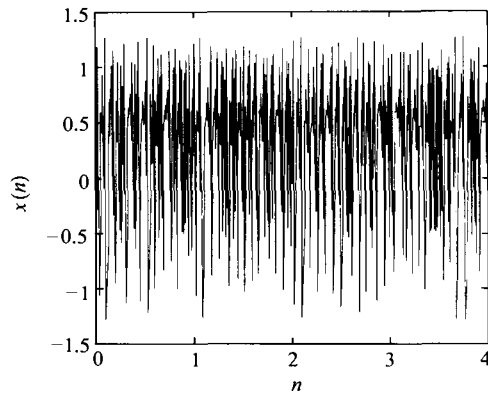


图 3 状态分量 $x(n)$ 随时间的变化图
Fig 3 Time-variation chart of state component $x(n)$

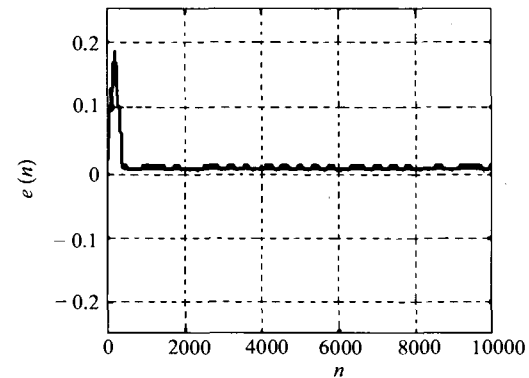


图 5 同步误差 $e(n)$ 随时间的变化图
Fig 5 Time-variation chart of synchronization error $e(n)$

应用[J].通信学报,2000,21(9):36-40.

(LI Yuxian. Discrete chaotic system robust beat synchronization and its' application in secure communication [J]. *J of China Institute of Communication*, 2000, 21(9): 36 - 40.)

- [4] 刘秉正. 非线性动力学与混沌基础[M]. 长春: 东北师范大学出版社, 1994: 175 - 204.

(LIU Bingzheng. *Nonlinear Dynamics and Chaos Base* [M]. Changchun: Dongbei Normal University Press, 1994: 175 - 204.)

- [5] 关新平, 范正平, 彭海朋, 等. 扰动情况下基于 RBF 网络的混沌系统同步[J]. *物理学报*, 2001, 50(9): 1670 - 1674.

(GUAN Xinping, FAN Zhengping, PENG Haipeng, et al. Neural network chaotic synchronization under disturbance situation [J]. *Acta Physica Sinica*, 2001, 50(9): 1670 - 1674.)

- [6] RUMENLHART D E, MCCLELLAND J L, the PDP Group. *Parallel Distributed Processing* [M]. Cambridge, Massachusetts: MIT Press, 1986, Vol. I & II.

(下转第 631 页)

- 动化学报,1997,23(6):775-781.
(FENG Chunbo. Stability analysis for time-varying nonlinear systems via passivity analysis [J]. *Acta Automatica Sinica*, 1997, 23(6): 775-781.)
- [3] 郭雷,忻欣,冯纯伯. 线性对象的正实控制问题[J]. 自动化学报,1997,23(5):577-582.
(GUO Lei, XIN Xin, FENG Chunbo. The positive real control problem for generalized linear plants [J]. *Acta Automatica Sinica*, 1997, 23(5):577-582.)
- [4] 邵汉永,冯纯伯. 一类不确定多变量线性系统的鲁棒严格正实性分析及其输出反馈控制[J]. 东南大学学报,2003,33(4):492-494.
(SHAO Hanyong, FENG Chunbo. Robustly strict positive real analysis and output feedback control for a class of uncertain MIMO linear systems [J]. *J of Southeast University*, 2003, 33(4):492-494.)
- [5] 邵汉永,冯纯伯. 严格正实线性多变量系统的鲁棒性分析及其输出反馈控制[J]. 控制与决策,2004,19(3):277-280.
(SHAO Hanyong, FENG Chunbo. Robustness analysis and feedback control for strictly positive real linear MIMO systems [J]. *Control and Decision*, 2004, 19(3):277-280.)
- [6] MAHMOUD M, XIE L. Positive real analysis and synthesis of uncertain discrete-time systems [J]. *IEEE Trans on Circuits and Systems*, 2000, 47(3), 403-406.
- [7] XIE S, XIE L, de SOUZA C E. Robust dissipative control for linear systems with dissipative uncertainty [J]. *Int J Control*, 1998, 70(2): 169-191.
- [8] TAN Zhiqiang, SOH Yeng Chai, XIE Lihua. Dissipative control for linear discrete-time systems [J]. *Automatica*, 1999, 35(9): 1557-1564.
- [9] GUO L, CHEN W H. Output feedback control for a class of uncertain nonlinear discrete-time delay systems [J]. *Trans of the Institute of Measurement and Control*. 2003, 25(2): 117-130.
- [10] SHAKED U, YAESH I, CARLOS E. Bounded real criteria for linear time-delay systems [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1998, 43(7):10176-1022.
- [11] 关新平,龙承念,段广仁. 离散时滞系统的鲁棒无源控制[J]. 自动化学报,2002,28(1):146-149.
(GUAN Xinping, LONG Chengnian, DUAN Guangren. Robust passive control for discrete time-delay systems [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2002, 28(1): 146-149.)
- [12] LI Zhihu, SHAO Huihe, WANG Jingcheng. Dissipative control for linear time-delay systems [J]. *Control Theory & Applications*, 2001, 18(6):838-842.
- [13] 刘飞,苏宏业,褚健. 线性离散时滞系统鲁棒严格耗散控制[J]. 自动化学报,2002,28(6):897-903.
(LIU Fei, SU Hongye, CHU Jian. Robust strictly dissipative control for linear discrete time-delay systems [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2002, 28(6):897-903.)

作者简介:

邵汉永 (1965—),男,博士生,研究领域为无源性分析、自适应控制、鲁棒控制等, E-mail: hanyongshao@163.com;

冯纯伯 (1928—),男,教授,中国科学院院士,研究领域为复杂系统控制、无源控制、切换控制等。

(上接第626页)

- [7] 卢志刚,于灵慧,柳晓菁,等. 克服扰动的混沌逆控制系统[J]. 物理学报,2002,51(10):2211-2215.
(LU Zhigang, YU Linghui, LIU Xiaojing, et al. The chaotic inverse control system of against perturbation [J]. *Acta Physica Sinica*, 2002, 51(10):2211-2215.)
- [8] WINDROW B, WALACH E. *Adaptive Inverse Control* [M]. London: Prentice Hall, 1996: 209-255.

作者简介:

于灵慧 (1978—),女,博士研究生,研究方向为混沌控制研究、卫星姿态控制执行机构非线性控制研究、高速磁悬浮轴承、控制力矩陀螺的稳定性控制研究, E-mail: linghuiyu@126.com;

房建成 (1965—),男,教授,博士生导师,主要从事航天飞行器(卫星、空间站、深空探测器等)姿态控制技术及自主定位导航技术的研究,以及航空航天飞行器 GNC 系统集成技术和信息集成技术研究。