

文章编号: 1000-8152(2005)05-0677-05

基于特征模型的柔性结构直接自适应模糊预测控制

师五喜¹, 霍伟¹, 吴宏鑫²

(1. 北京航空航天大学 第七研究室, 北京 100083; 2. 北京控制工程研究所, 北京 100080)

摘要: 为了避免用模态截断方法设计控制器时所引起的控制和观测溢出问题, 把柔性结构模型转化为用含有未知系数的二阶差分方程描述的特征模型, 对此模型提出了当柔性结构实现位置保持时的直接自适应模糊预测控制方法. 此方法直接利用模糊逻辑系统设计预测控制器, 并基于广义误差估计值对控制器参数和广义误差估计值中的未知向量进行自适应调整. 文中证明了所设计的控制器可使广义误差估计值收敛到原点的一个小邻域内. 仿真结果验证了此方法的有效性.

关键词: 柔性结构; 特征模型; 预测控制; 自适应模糊控制

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Direct adaptive fuzzy predictive control of flexible structure based on characteristic model

SHI Wu-xi¹, HUO Wei¹, WU Hong-xin²

(1. The Seventh Research Division, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China;

2. Beijing Institute of Control Engineering, Beijing 100080, China)

Abstract: To avoid the overflow of the control and observation caused by using mode truncation to design controller, the flexible structure model is transformed into the characteristic model described by a second-order difference equation with unknown coefficients, then a direct adaptive fuzzy predictive control method is presented for the flexible structure position holding. In this method, a fuzzy logic system is used to design predictive controller directly, both the controller parameters and the unknown vectors in the estimation of generalized error are adjusted adaptively. It is proved that the designed controller can make the estimation of generalized error converge to a small neighborhood of the origin. Simulation results demonstrate the effectiveness of this method.

Key words: flexible structure; characteristic model; predictive control; adaptive fuzzy control

1 引言 (Introduction)

柔性结构的控制问题是航空航天领域的重要问题. 当用模态分析法对其进行建模时, 模型将表示成无穷阶模态的和. 在进行控制器设计时, 要进行模态截断, 化为有限阶模态表示的系统. 但不恰当的模式截断可能引起控制和观测溢出等问题. 文献[1]提出了柔性结构的特征建模方法, 此方法对任意有限阶模态的柔性结构都用一个二阶时变差分方程来表示, 方便了控制器设计. 为避免控制和观测溢出等问题, 模态的截断阶数要求足够高, 在实际应用中不易确定, 所以应有的模态截断阶数是未知的. 当模态的截断阶数未知时, 特征模型的系数也未知, 本文的目的就是对系数未知的特征模型提出一种控制方法, 用来控制用此模型描述的柔性结构. 此方法与模态

的截断阶数无关, 因此可以克服不恰当模态截断所引起的控制和观测溢出问题.

由于预测控制^[2,3]对被控对象的不确定性等有较强的鲁棒性, 模糊逻辑系统可以任意精度逼近任一定义在紧集上的连续函数, 已有大量基于模糊逻辑系统的辨识和控制算法^[4]. 因此把预测控制和模糊控制结合起来, 能够对具有建模不确定性的系统起到更好的控制作用.

本文首先利用特征建模方法, 把柔性结构用一个二阶差分方程来描述, 然后在特征模型系数未知的情况下, 利用模糊逻辑系统设计直接自适应模糊预测控制器, 并基于广义误差估计值对控制器参数和广义误差估计值中的未知向量进行自适应调整.

2 柔性结构的特征模型 (Characteristic model of the flexible structure)

考虑中心刚体带柔性附件的柔性结构, 其用模态分析法所得模型一个有限截断的传递函数为

$$G(s) = \frac{k_v}{s^2} + \sum_{i=1}^m \frac{k_i \omega_i^2}{s^2 + 2\xi_i \omega_i s + \omega_i^2}. \quad (1)$$

其中: $J = \frac{1}{k_v}$ 为中心刚体的转动惯量, k_i 为柔性模态增益, ξ_i 为柔性振动阻尼, ω_i 为柔性模态频率, 且 $\prod_{i=1}^m \omega_i \neq 0$, m 是柔性结构一个恰当模态截断的阶数, 是一个未知量.

按照文献[1]特征建模的方法, 首先将 $G(s)$ 写成

$$G(s) = \frac{b_1 s^{2m} + \dots + b_{2m} s + a_{2m} k_v}{s^{2m+2} + a_1 s^{2m+1} + \dots + a_{2m} s^2}. \quad (2)$$

其中 $a_{2m} = \prod_{i=1}^m \omega_i^2$. 设 u 和 y 分别是式(1)的输入和输出, 则由式(2)得其动力学方程为

$$\dot{y} = -a_{2m} k_v u + F(t). \quad (3)$$

其中

$$F(t) = \dot{y} + a_{2m} \ddot{y} + \dots + a_1 y^{(2m+1)} + y^{(2m+2)} - b_{2m} \ddot{u} - \dots - b_2 u^{(2m-1)} - b_1 u^{(2m)}.$$

对式(3)两边微分再和式(3)相加, 然后按照前差和后差相结合的近似离散化方法离散化并整理得

$$y(k+1) = (2-T)y(k) + (T-1)y(k-1) + h_0 u(k) + h_1 u(k-1) + W(k). \quad (4)$$

其中: T 是采样周期; $h_0 = -a_{2m} k_v T(T+1)$; $h_1 = a_{2m} k_v T$; $W(k) = [F(k) - F(k-1)]T + F(k)T^2$.

由于 $F(k)$ 是 u 和 y 各阶导数的线性组合, 因此若实现位置保持, 则在稳态时, $W(k) = 0$; 在动态过程中, 当 T 很小时, $W(k)$ 也很小, 因此 $W(k)$ 可以看成未建模动态, 这样式(1)的特征模型可写为

$$y(k+1) = (2-T)y(k) + (T-1)y(k-1) + h_0 u(k) + h_1 u(k-1). \quad (5)$$

由此有如下的结论: 当柔性结构(1)实现位置保持时, 其特征模型可用形如式(5)的二阶差分方程来描述. 在动态过程中, 此特征模型的输出与柔性结构(1)的输出在一定的误差范围内是等价的, 在稳态时是相等的.

以下基于特征模型式(5)对柔性结构(1)设计 N 步超前预测控制器.

3 预测模型及预测控制律 (Predictive model and predictive control law)

由式(5)得

$$y(k+2) = h_0 u(k+1) + b_{21} u(k) + F_2(X(k)).$$

其中

$$b_{21} = h_1 + h_0(2-T),$$

$$F_2(X(k)) =$$

$$[(2-T)^2 + T-1]y(k) +$$

$$(2-T)(T-1)y(k-1) + (2-T)h_1 u(k-1).$$

由递推可以得到 N 步超前预测

$$y(k+N) =$$

$$h_0 u(k+N-1) + b_{NN-1} u(k+N-2) + \dots +$$

$$b_{N1} u(k) + F_N(X(k)).$$

其中: b_{NN-1}, \dots, b_{N1} 分别是 T, h_0 和 h_1 的函数; $F_N(X(k))$ 是 $y(k), y(k-1)$ 和 $u(k-1)$ 的线性组合, 其系数是 T 和 h_1 的函数. 如果令

$$F_1(X(k)) =$$

$$(2-T)y(k) + (T-1)y(k-1) + h_1 u(k-1),$$

则得预测模型

$$Y = GU + F(X(k)). \quad (6)$$

其中

$$Y = \begin{bmatrix} y(k+1) \\ y(k+2) \\ \vdots \\ y(k+N) \end{bmatrix}, G = \begin{bmatrix} h_0 & & & \\ b_{21} & h_0 & & \\ \vdots & \vdots & \ddots & \\ b_{N1} & b_{N2} & \dots & h_0 \end{bmatrix},$$

$$U = \begin{bmatrix} u(k) \\ u(k+1) \\ \vdots \\ u(k+N-1) \end{bmatrix}, F(X(k)) = \begin{bmatrix} F_1(X(k)) \\ F_2(X(k)) \\ \vdots \\ F_N(X(k)) \end{bmatrix}.$$

设柔性结构的位置保持在设定值 y_r , 为此取性能指标函数为

$$J = \sum_{j=1}^N (y(k+j) - y_r)^2 + \sum_{j=1}^N \lambda (u(k+j-1))^2. \quad (7)$$

其中 λ 是控制加权因子. 定义 $Y_r = [y_r, y_r, \dots, y_r]^T$, 令 P_1^T 是 $(G^T G + \lambda I)^{-1} G^T$ 的第 1 行, 则可得预测控制律

$$u(k) = P_1^T [Y_r - F(X(k))]. \quad (8)$$

4 模糊预测控制器设计与稳定性分析 (Design of fuzzy predictive controller and stability analysis)

由于方程(6)的系数未知, 控制器(8)不能实现,

因此直接用模糊逻辑系统逼近式(8)来设计控制器,所采用的模糊逻辑系统规则库具有如下形式^[4]:

$R^{(l)}$:如果 x_1 为 F_1^l , 且, ..., 且 x_n 为 F_n^l ,

则 y 为 G^l .

其中: $l = 1, 2, \dots, M, M$ 为规则库中的模糊规则数; $[x_1, \dots, x_n]^T$ 是将 $X = [x_1, \dots, x_n]^T$ 模糊化后所得的模糊变量; y 为输出语言变量; $F_i^l (i = 1, \dots, n)$ 和 G^l 均为模糊集合, 其对应的隶属函数分别为 $\mu_{F_i^l}(x_i)$ 和 $\mu_{G^l}(y)$ 均取高斯型, 采用单值模糊产生器、中心平均模糊消除器和乘积推理规则, 则模糊逻辑系统的输出可表示为^[4]

$$y = \hat{f}(X|\theta) \triangleq \theta^T \xi(X). \quad (9)$$

其中: $\theta = [\theta_1, \dots, \theta_M]^T; \xi(X) = [\xi_1(X), \dots, \xi_M(X)]^T; \theta_l = \bar{y}^l$ 为 μ_{G^l} 取最大值时所对应的

点); $\xi_l(X) = \frac{\prod_{i=1}^n \mu_{F_i^l}(x_i)}{\sum_{i=1}^M \prod_{i=1}^n \mu_{F_i^l}(x_i)}$ 为模糊基函数.

利用形如式(9)的模糊逻辑系统逼近式(8), 得如下的模糊预测控制器

$$u(k) = \hat{f}(X(k)|\theta_u) = \theta_u^T \xi_u(X(k)). \quad (10)$$

其中 $X(k) = [y(k), y(k-1), u(k-1)]^T$.

以下来研究如何对控制器式(10)中的参数向量 $\theta_u(k)$ 设计自适应调节律.

当方程(6)的系数已知时, 记 Q^T 是 $(G^T G + \lambda I)^{-1}$ 的第一行, 定义广义误差

$$e_g(k+N) = P_1^T(Y - Y_r) + \lambda Q^T U. \quad (11)$$

则由预测控制的推导过程知, $e_g(k+N) = 0$ 当且仅当控制律就是预测控制律式(8), 这表明使序列 $\{e_g(k)\}$ 收敛到零的控制律可收敛到式(8). 因此如果基于广义误差 $e_g(k)$ 对控制器参数 $\theta_u(k)$ 进行自适应调节, 同时能够保证序列 $\{e_g(k)\}$ 的收敛性, 就可以达到控制目的. 由于特征模型系数未知, 广义误差 $e_g(k)$ 无法算出, 因此基于广义误差估计值 $\hat{e}_g(k)$ 对控制器参数 $\theta_u(k)$ 进行自适应调节, 然后通过保证序列 $\{\hat{e}_g(k)\}$ 收敛到原点的小邻域内来达到控制目的. 为此定义广义误差估计值 $\hat{e}_g(k)$ 为

$$\hat{e}_g(k) = \theta_{pq}^T(k-N)Z(k-N). \quad (12)$$

其中: $\theta_{pq}^T(k) = [\hat{P}_1^T(k), \hat{Q}_1^T(k)], \hat{P}_1$ 和 \hat{Q}_1 分别是 P_1 和 Q_1 的估计值; $Z(k-N) = [y(k-N+1) - y_r, \dots, y(k) - y_r, \lambda u(k-N), \dots, \lambda u(k-1)]^T$.

采用如下的自适应律来调节参数向量 $\theta_u(k)$:

$$\theta_u(k) = \begin{cases} \psi(k), & \text{当 } |\psi(k)| \leq M_\theta, \\ P\{\psi(k)\}, & \text{当 } |\psi(k)| > M_\theta. \end{cases} \quad (13)$$

其中

$$\psi(k) = \theta_u(k-N) - \alpha_1 \frac{\xi_u(X(k-N))}{(1+|Z(k-N)|)^2} \hat{e}_g(k),$$

α_1 是自适应学习率; M_θ 由设计者取定, $|\theta_u(-N+1)| \leq M_\theta, \dots, |\theta_u(0)| \leq M_\theta$. 投影算子 $P\{*\}$ 按文献[5]中的定义:

$$P\{\psi(k)\} = M_\theta \frac{\psi(k)}{|\psi(k)|}.$$

采用如下的自适应律来调节参数向量 $\theta_{pq}(k)$:

$$\theta_{pq}(k) = \begin{cases} \varphi(k), & \text{当 } |\varphi(k)| \leq M_{pq}, \\ P\{\varphi(k)\}, & \text{当 } |\varphi(k)| > M_{pq}. \end{cases} \quad (14)$$

其中

$$\varphi(k) = \theta_{pq}(k-N) - \alpha_2 \frac{Z(k-N)}{(1+|Z(k-N)|)^2} \hat{e}_g(k),$$

α_2 是自适应学习率; M_{pq} 由设计者取定, $|\theta_{pq}(-N+1)| \leq M_{pq}, \dots, |\theta_{pq}(0)| \leq M_{pq}$. 投影算子 $P\{*\}$ 按文献[5]中的定义

$$P\{\varphi(k)\} = M_{pq} \frac{\varphi(k)}{|\varphi(k)|},$$

有下面的定理:

定理 若柔性结构(1)的有界输入对应的输出有界, 且其模糊预测控制器为式(10), 参数向量 $\theta_u(k)$ 和 $\theta_{pq}(k)$ 的自适应调节律分别为式(13), (14), 则当 $\alpha_1 > 0, \alpha_2 > 0$, 且 $\alpha_1 + \alpha_2 \leq 1$ 时有

- 1) $\{u(k)\}$ 和 $\{y(k)\}$ 是有界序列;
- 2) $\hat{e}_g(k)$ 收敛到原点的一个小邻域内.

证明见附录.

5 仿真(Simulation)

假设柔性结构一个适当模态截断的传递函数 $G(s)$ 为

$$G(s) = \frac{k_v}{s^2} + \frac{k_1 \omega_1^2}{s^2 + 2\xi_1 \omega_1 s + \omega_1^2} + \frac{k_2 \omega_2^2}{s^2 + 2\xi_2 \omega_2 s + \omega_2^2}. \quad (15)$$

式中 $k_v = \frac{1}{76}, k_1 = 0.5, k_2 = 0.25, \omega_1 = 3.2, \omega_2 = 4.0, \xi_1 = 0.003, \xi_2 = 0.005$. 控制目的是使柔性结构从初值 $y(0) = 0$ 运动并保持在 30° 位置.

先设计模糊逻辑系统, 为此必须使 $y(k), y(k-1)$ 和 $u(k-1)$ 的取值在一定范围内. 做如下的一一映射^[6]: $\bar{y}(k) = \frac{y(k)}{|\bar{y}(k)| + 0.6}$, 这样对于任意范围内的 $y(k)$, 都有 $\bar{y}(k) \in (-1, 1)$, 对 $y(k-1)$ 和

$u(k-1)$ 可做同样的映射. 因此, 模糊逻辑系统 $\hat{f}(X(k)|\theta_u)$ 中, $X(k) = [\bar{y}(k), \bar{y}(k-1), \bar{u}(k-1)]^T$, 其中每个分量 x_i 的隶属函数均取为

$$\mu_1 = \exp(-(\frac{x_i + 1}{0.8})^2), \mu_2 = \exp(-(\frac{x_i}{0.8})^2),$$

$$\mu_3 = \exp(-(\frac{x_i - 1}{0.8})^2).$$

控制算法中取 $\lambda = 0.1, \alpha_1 = 0.85, \alpha_2 = 0.1, T = 0.01, y(-1) = 0, u(-1) = 0, \theta_u(-1)$ 和 $\theta_u(0)$ 的每个分量在 $[-1, 1]$ 内随机选取, $\theta_{pq}(-1)$ 和 $\theta_{pq}(0)$ 取 $[4, 0.2, 0.1, 0.05]^T, M_\theta = 12, M_{pq} = 10$.

图 1 是柔性结构的位置保持在 30° 时的仿真结果.

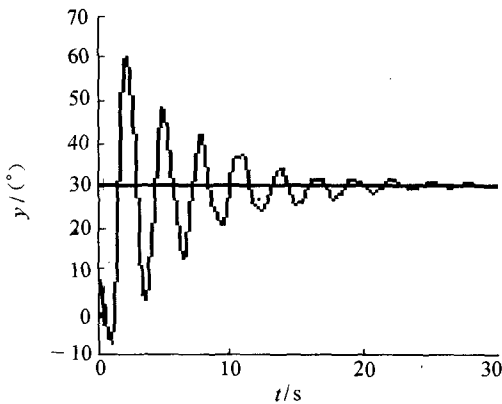


图 1 参数随机选取时的跟踪情况

Fig. 1 Tracking performance when parameters chosen randomly

为提高控制性能, 在有可能时可以利用柔性结构的一些已知信息来选取控制器初值, 以减少模糊逻辑系统学习时间. 例如, 假设已知柔性结构 $G(s)$ 一阶近似模态的传递函数 $G_1(s)$ 为

$$G_1(s) = \frac{k_v}{s^2} + \frac{k_1 \omega_1^2}{s^2 + 2\xi_1 \omega_1 s + \omega_1^2}. \quad (16)$$

可利用以上的已知信息选取控制器初值.

1) θ_{pq} 初值的选取.

利用式(6)计算出 $[P^T, Q^T]^T$ 作为 θ_{pq} 的初值.

2) θ_u 初值的选取.

模糊逻辑系统的构造同上. θ_u 的初值通过对近似模型的离线训练得到.

因为所设计的模糊预测控制器最终要逼近式(8), 按照文献[4]的方法, 把以上隶属函数中心点的值作为式(8)的输入, 其输出作为参数向量 θ_u 的训练初值, 然后对式(16)进行仿真训练. 控制算法中参数选取同上. 待 $t = 20$ s 时记录 θ_u 训练后的值作为控制器参数 θ_u 的初值.

用以上所选取的初值设计控制器对式(15)进行

控制, 图 2 是使柔性结构的位置保持在 30° 时的仿真结果.

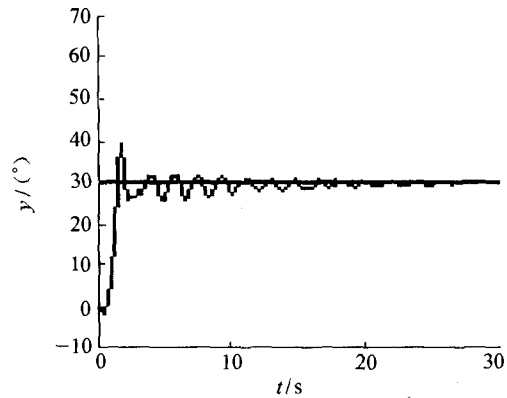


图 2 参数经过训练后的跟踪情况

Fig. 2 Tracking performance after parameters training

从图可以看出, 利用柔性结构的一些已知信息来选取控制器初值, 使控制效果得到明显改善.

6 结论(Conclusion)

对柔性结构提出了基于特征模型的直接自适应模糊预测控制方法, 并证明了当柔性结构实现位置保持时, 所设计的控制器可使广义误差估计值收敛到原点的一个小邻域内, 此方法不需要事先知道柔性结构模态的截断阶数, 避免了不恰当模态截断所引起控制和观测溢出的问题.

参考文献(References):

- [1] WU Hongxin, LIU Yiwu, LIU Zhonghan, et al. Characteristic modelling and the control of flexible structure [J]. *Science in China (Ser. F)*, 2001, 44(4): 278 - 291.
- [2] ROUHANI R, MEHRA R K. Model algorithmic control(MAC), basic theoretical properties [J]. *Automatica*, 1982, 18(4): 401 - 414.
- [3] CLARKE D W, MOTHADI C, TUFFS P S. Generalized predictive control, Part I and Part II [J]. *Automatica*, 1987, 23(2): 137 - 160.
- [4] 王立新. 自适应模糊系统与amp;控制——设计与稳定性分析[M]. 北京: 国防工业出版社, 1995: 120 - 163. (WANG Lixin. *Adaptive Fuzzy System and Control-design and Stability Analysis* [M]. Beijing: National Defence Industry Press, 1995: 120 - 163.)
- [5] GOODWIN G C, SIN K S. *Adaptive Filtering, Predictive and Control* [M]. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1984: 91 - 94.
- [6] LIU G P, KADIRKAMANATHAN V, BILLINGS S. Predictive control for nonlinear systems using neural networks [J]. *Int J Control*, 1998, 71(6): 1119 - 1132.

附录(Appendix):

定理的证明

1) 如果式(13)第 1 行成立, 则 $|\theta_u(k)| \leq M_\theta$; 如果式(13)第 2 行成立, 则 $|\theta_u(k)| = M_\theta$. 所以, 对任意的 $k > 0$,

均有 $|\theta_u(k)| \leq M_\theta$. 同理由式(14)可证,对任意的 $k > 0$, 均有 $|\theta_{pq}(k)| \leq M_{pq}$.

由于 $|\xi_u(X(k))| < 1$, 由式(10)知, $u(k)$ 有界, 由定理条件知, $y(t)$ 有界. 所以, $\{u(k)\}$ 和 $\{y(k)\}$ 是有界序列.

2) 记

$$U = \begin{bmatrix} \hat{f}(X(k) | \theta_u) \\ \hat{f}(X(k) | \theta_{u1}) \\ \vdots \\ \hat{f}(X(k) | \theta_{uN-1}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_u^T \xi_u(X(k)) \\ \theta_{u1}^T \xi_{u1}(X(k)) \\ \vdots \\ \theta_{uN-1}^T \xi_{uN-1}(X(k)) \end{bmatrix}. \quad (17)$$

将式(17)代入式(6), 再代入式(11)得

$$e_g(k+N) = P_1^T(GU + F(X(k)) - Y_r) + \lambda Q_1^T U, \quad (18)$$

而 $P_1^T GU + \lambda Q_1^T U = \hat{f}(X(k) | \theta_u)$, 因此

$$e_g(k+N) = \hat{f}(X(k) | \theta_u) - P_1^T[Y_r - F(X(k))]. \quad (19)$$

定义 $\theta_u^* = \underset{\theta_u \in \Omega}{\operatorname{argmin}} \sup_{X(k) \in U_k} |\hat{f}(X(k) | \theta_u) - P_1^T[Y_r - F(X(k))]|$, 其中 $\Omega = \{\theta_u(k) | \theta_u(k) \leq M_\theta\}$; 并记 $\Phi_u = \theta_u - \theta_u^*$, 最佳逼近误差 $\omega(k) = \hat{f}(X(k) | \theta_u^*) - P_1^T[Y_r - F(X(k))]$. 由式(19)得 k 时刻的广义误差

$$e_g(k) = \Phi_u^T(k-N) \xi_u(X(k-N)) + \omega(k-N). \quad (20)$$

记 $[P_1^T, Q_1^T] = \bar{\theta}_{pq}^T$, 则 $e_g(k) = \bar{\theta}_{pq}^T Z(k-N)$, 由式(12)和式(20)得

$$\begin{aligned} \bar{e}_g(k) &= \Phi_u^T(k-N) \xi_u(X(k-N)) + \\ &\quad \Phi_{pq}^T(k-N) Z(k-N) + \omega(k-N). \end{aligned} \quad (21)$$

其中 $\Phi_{pq}(k) = \theta_{pq}(k) - \bar{\theta}_{pq}$. 记

$$\begin{aligned} \eta^T(X(k)) &= [\eta_u^T(X(k)), \eta_{pq}^T(k)] = \\ &= \left[\frac{\xi_u^T(X(k))}{1 + |Z(k)|}, \frac{Z^T(k)}{1 + |Z(k)|} \right], \end{aligned}$$

$$\bar{e}_g(k) = \frac{\bar{e}_g}{1 + |Z(k-N)|}.$$

取

$$V(k) = \frac{1}{\alpha_1} \Phi_u^T(k) \Phi_u(k) + \frac{1}{\alpha_2} \Phi_{pq}^T(k) \Phi_{pq}(k).$$

以下分情况讨论:

I) 如果式(13)第 1 行和式(14)第 1 行成立, 则有

$$\Phi_u(k) = \Phi_u(k-N) - \alpha_1 \eta_u(X(k-N)) \bar{e}_g(k), \quad (22)$$

$$\Phi_{pq}(k) = \Phi_{pq}(k-N) - \alpha_2 \eta_{pq}(k-N) \bar{e}_g(k). \quad (23)$$

记 $\Pi_\gamma(k) = \alpha_1 |\eta_u(X(k))|^2 + \alpha_2 |\eta_{pq}(k)|^2$, $[\Phi_u^T(k), \Phi_{pq}^T(k)] = \Phi^T(k)$, 则由以上两式可算出

$$\begin{aligned} V(k) - V(k-N) &= \\ &= -2\Phi^T(k-N) \eta(X(k-N)) \bar{e}_g(k) + \Pi_\gamma(k-N) \bar{e}_g^2(k). \end{aligned} \quad (24)$$

记 $\bar{\omega}(k) = \frac{\omega(k)}{1 + |Z(k)|}$, 由式(21)知

$$\Phi^T(k-N) \eta(X(k-N)) = \bar{e}_g(k) - \bar{\omega}(k-N). \quad (25)$$

显然 $-1 + \Pi_\gamma(k-N) < 0$, 将式(25)代入式(24)得

$$V(k) - V(k-N) < -|\bar{e}_g(k)|^2 + \frac{\bar{\omega}^2(k-N)}{1 - \Pi_\gamma(k-N)}. \quad (26)$$

II) 如果式(13)第 2 行和式(14)第 1 行成立, 由于 $|\theta^*| \leq M_\theta$, 对于式(14)中的投影算法有

$$\begin{aligned} |\theta_u(k) - \theta^*|^2 &< \\ &= \left| \theta_u(k-N) - \alpha_1 \frac{\xi_u(X(k-N))}{(1 + |Z(k-N)|)^2} \bar{e}_g(k) - \theta^* \right|^2. \end{aligned}$$

又式(23)成立, 所以可算出

$$\begin{aligned} V(k) - V(k-N) &< -2\Phi^T(k-N) \eta(X(k-N)) \bar{e}_g(k) + \\ &\quad \Pi_\gamma(k-N) \bar{e}_g^2(k). \end{aligned} \quad (27)$$

按照 I) 的方法可知式(26)成立.

III) 如果式(13)第 1 行和式(14)第 2 行成立, 式(13)第 2 行和式(14)第 2 行成立, 同理可知式(26)亦成立.

综上所述, 对于自适应律式(13)和(14), 式(26)均成立.

令 $\sup |\bar{\omega}(k-N)| = \epsilon$. 由于 $|\eta_u(X(k-N))|$ 与 $|\eta_{pq}(k-N)|$ 不可能同时趋于 1, 所以 $\Pi_\gamma(k-N)$ 不趋于 1. 又 $0 < \Pi_\gamma(k-N) < 1$, 故 $\sup \frac{1}{1 - \Pi_\gamma(k-N)} \triangleq W$ 是有界量. 由式(26)得

$$V(k) - V(k-N) < -|\bar{e}_g(k)|^2 + \epsilon^2 W. \quad (28)$$

则利用文献[5]的思路可以证明: $\bar{e}_g(k)$ 将收敛到原点的小邻域内. 事实上, 由式(28)得

$$V(k) < V(k-N) - [|\bar{e}_g(k)|^2 - \epsilon^2 W]. \quad (29)$$

对式(29), 当 k 从 1 到 l 时,

$$V(l) + \dots + V(l-N+1) <$$

$$V(0) + \dots + V(-N+1) - \sum_{k=1}^l [|\bar{e}_g(k)|^2 - \epsilon^2 W],$$

对任意的 k , 由于 $|\theta_u(k)|, |\theta_{pq}(k)|$ 有界, 故 $|\Phi_u(k)|, |\Phi_{pq}(k)|$ 有界, 所以 $V(k)$ 有界, 因此由上式得

$$\lim_{l \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^l [|\bar{e}_g(k)|^2 - \epsilon^2 W] < \infty. \quad (30)$$

利用级数的性质, 由式(30)知

$$\lim_{k \rightarrow \infty} [|\bar{e}_g(k)|^2 - \epsilon^2 W] = 0,$$

因此当 $k \rightarrow \infty$ 时, $|\bar{e}_g(k)| \rightarrow \sqrt{W} \epsilon_1$, 因此 $\bar{e}_g(k)$ 收敛到原点的邻域内.

根据万能逼近定理^[4], 只要采用足够多的模糊规则数, $\omega(k-N)$ 会充分小, 因此 $\bar{\omega}(k-N)$ 是很小的量, 所以, ϵ 也是很小的量, 因此, $\bar{e}_g(k)$ 收敛到原点的小邻域内. 又由于 $1 + |Z(k-N)|$ 有界, 所以 $\bar{e}_g(k)$ 收敛到原点的小邻域内. 定理结论成立.

作者简介:

师五喜 (1964—), 男, 2003 年毕业于北京航空航天大学第七研究室, 获博士学位, 现为天津工业大学计算机技术与自动化学院副教授, 目前主要从事预测控制和模糊预测控制研究, E-mail: shiwuxi@163.com;

霍伟 (1951—), 男, 教授, 博士生导师, 从事非线性动力学系统控制及智能控制研究;

吴宏鑫 (1939—), 男, 中国科学院院士, 博士生导师, 主要研究方向有自适应控制、智能控制等.