第 22 卷第 5 期
2005 年 10 月

控 制 理 论 与 应 用
Control Theory & Applications

Vol.22 No.5
Oct. 2005

文章编号：1000 - 8152(2005)05 - 0739 - 04

具有可变时滞的中立型随机系统的渐近性质

沈 轶，姚宏善，张玉民，廖晓昕
（华中科技大学 控制科学与工程系，湖北 武汉 430074）

摘要：本文研究了一类具有可变时滞的中立型随机系统解的渐近性质．利用 Lyapunov 函数、Itô 公式和上鞅收敛定理，得到了该系统解的一些几乎必然渐近稳定性与 p 阶均值渐近稳定性、几乎必然多项式渐近稳定性与 p 阶均值多项式渐近稳定性及几乎必然指数稳定性与 p 阶均值指数稳定性的充分判据．与经典的随机稳定性结论相比，本文所建立的判据充分利用了随机扰动项的作用，无须 LV(扩散算子)的负定．

关键词：Lyapunov 函数；Itô 公式；上鞅收敛定理；稳定性

中图分类号：TP13　　**文献标识码**：A

Asymptotic properties for neutral stochastic systems with time-varying delay

SHEN Yi, YAO Hong-shan, ZHANG Yu-min, LIAO Xiao-xin
(Department of Control Science & Engineering, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan Hubei 430074, China)

Abstract: The asymptotic properties of a class of neutral stochastic systems are discussed. By using Lyapunov function, Itô formula and super-martingales convergence theorem, sufficient criteria on its almost sure asymptotic properties, p-order mean asymptotic properties, almost sure polynomial asymptotic stability, p-order mean polynomial asymptotic stability, almost sure exponential stability and p-order mean exponential stability are obtained. Compared with the classical stochastic stability results, the proposed stability criteria make the best use of the effects of stochastic disturbed term in stochastic systems and cancel the requirement of the negative definite of LV(diffusion operator).

Key words: Lyapunov function; Itô formula; super-martingales convergence theorem; stability

1 引言(Introduction)

关于随机系统的研究已经有 50 余年的历史了，其间有许多结果出现[1~3]．进入 20 世纪 80 年代，由于化学工程系统的需要以及航空理论的发展，文献[2]引入了一类中立型随机泛函微分方程，但与确定性系统的研究相比，成果很少．进入 1995 年以后，毛学荣、廖晓昕等利用 Lyapunov 泛函和 Razumikhin 技巧展开了对中立型随机泛函微分方程指数稳定性的研究，得出了一些有意义的结果[3~6]．本文将在以前研究结果基础上，利用与文献[3~6]不同的技巧(Lyapunov 函数和上鞅收敛定理[7])，研究了一类具有可变时滞的中立型非线性随机系统的渐近稳定性(包括多项式渐近稳定性及指数稳定性)问题，得到了判定系统渐近稳定的相应判据．与文献[3~6]相比，本文不仅讨论了指数稳定性，同时也讨论了渐近稳定性与多项式渐近稳定性，与文献[8]相比，本文的结果不仅对常数时滞的中立型随机系统能应用，且对变时滞的中立型随机系统也能应用，同时本文的结果无需 LV 负定，其结果严格涵盖并推广了文献[8]的结果．

本文采用以下记号：记 $(\Omega, F, \{F_t\}_{t\geqslant 0}, P)$ 为一个带有自然流 $\{F_t\}_{t\geqslant 0}$ 的完备概率空间，$w(t) = (w_1(t), w_2(t), \cdots, w_m(t))^T$ 是定义于该空间上的 m-维标准布朗运动．$|\cdot|$ 为定义于$\mathbb{R}^n$ 上的 Euclidean 范数．设 $\tau > 0, \varphi: [-\tau, 0] \to \mathbb{R}^n$ 为连续函数，具有上确界范数 $\|\varphi\| = \sup\limits_{-\tau\leqslant\theta\leqslant 0} |\varphi(\theta)|$，$C([-\tau,0];\mathbb{R}^n)$ 记为 φ 函数族．$L^1(\mathbb{R}_+, \mathbb{R}_+) := \left\{\eta: \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}_+ \,\middle|\, \int_0^\infty \eta(t)\mathrm{d}t < \infty\right\}$表示正的可积函数族．$C_{F_0}^b([-\tau,0];\mathbb{R}^n)$ 表示 F_0 可测的有界的 $C([-\tau,0];\mathbb{R}^n)$-值随机变量$\xi$族且有$\xi =$

收稿日期：2003 - 06 - 30；收修改稿日期：2005 - 03 - 07．
基金项目：国家自然科学基金资助项目(60074008,60274007)；湖北省自然科学基金资助项目(2004ABA055)．

$\{\xi(\theta): -\tau \leqslant \theta \leqslant 0\}$.设 A 是向量或矩阵,A^{T} 表示 A 的转置.若 A 是一矩阵,$\|A\|$表示其范数,$\|A\| = \sqrt{\operatorname{tr}(A^{\mathrm{T}}A)}$.

考虑如下具有可变时滞的中立型随机系统

$$\begin{aligned} &\mathrm{d}(x(t) - G(x(t-\delta(t)))) = \\ &f(t,x(t),x(t-\delta(t)))\mathrm{d}t + g(t,x(t), \\ &x(t-\delta(t)))\mathrm{d}w(t),\ t \geqslant 0, \end{aligned} \tag{1}$$

初始条件 $\{x(\theta): -\tau \leqslant \theta \leqslant 0\} = \xi \in C^b_{F_0}([-\tau,0];\mathbb{R}^n)$,$\delta(t):\mathbb{R}_+ \to [0,\tau]$,$G:\mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$,$f:\mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$,$g:\mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^{n\times m}$.若 f,g 和 G 满足下列基本假设:

H1) f 和 g 满足局部 Lipschitz 条件及线性增长条件,即 $\forall t \geqslant 0, l = 1,2,\cdots$,存在 $c_l > 0$ 满足

$$|f(t,x,y)-f(t,\bar{x},\bar{y})| \vee |g(t,x,y)-g(t,\bar{x},\bar{y})| \leqslant c_l(|x-\bar{x}| + |y-\bar{y}|),$$

其中 $x,\bar{x},y,\bar{y} \in \mathbb{R}^n$ 满足 $|x| \vee |\bar{x}| \vee |y| \vee |\bar{y}| \leqslant l$,$t \geqslant 0$,并且还存在常数 $c > 0$ 使得对任意 $(t,x,y) \in \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n$ 有下式成立

$$|f(t,x,y)| \vee |g(t,x,y)| \leqslant c(1 + |x| + |y|).$$

H2) 存在 $k \in (0,1)$ 使得

$$|G(x) - G(y)| \leqslant k|x-y|$$

对任意 $x,y \in \mathbb{R}^n$ 成立,且 $G(0) = 0$.

由文献[1]知,满足假设H1),H2)的系统(1)在 $t \geqslant -\tau$ 上存在由 $x(t;\xi)$ 确定的全局唯一连续解,且对任意 $p > 0$,在 $t \geqslant 0$ 时满足 $\mathrm{E}[\sup_{-\tau\leqslant s\leqslant t}|x(s;\xi)|^p] < \infty$.

令 $C^{1,2}(\mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}^n,\mathbb{R}_+)$ 表示对 t 一次连续可微对 x 二次连续可微的非负函数 $V(t,x)$ 的全体.对任意 $V(t,x) \in C^{1,2}(\mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}^n;\mathbb{R}_+)$,定义

$$V_t(t,x) = \frac{\partial V(t,x)}{\partial t},$$

$$V_x(t,x) = \left(\frac{\partial V(t,x)}{\partial x_1},\frac{\partial V(t,x)}{\partial x_2},\cdots,\frac{\partial V(t,x)}{\partial x_n}\right),$$

$$V_{xx}(t,x) = \left(\frac{\partial^2 V(t,x)}{\partial x_i \partial x_j}\right)_{n\times n}.$$

进一步定义 $LV(t,x,y) \in C[\mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n;\mathbb{R}]$ 如下

$$\begin{aligned} &LV(t,x,y) = \\ &V_t(t,x-G(y)) + V_x(t,x-G(y))f(t,x,y) + \\ &\frac{1}{2}\operatorname{tr}[g^{\mathrm{T}}(t,x,y)V_{xx}(t,x-G(y))g(t,x,y)]. \end{aligned}$$

为证明本文的结论,须应用下列关键引理.

引理 1 设条件 H1)H2)满足,若存在 $V(t,x) \in C^{1,2}(R_+ \times \mathbb{R}^n;\mathbb{R}_+)$,$\eta \in L^1(\mathbb{R}_+,\mathbb{R}_+)$,$\alpha \in C(\mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}^n,\mathbb{R}_+)$ 使得 $\forall (t,x,y) \in \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n$ 有

$$\begin{aligned} &LV(t,x,y) \leqslant \eta(t) \wedge [\eta(t) - \alpha(t,x-G(y)) + \\ &|V_x(t,x-G(y))g(t,x,y)|^2], \end{aligned} \tag{2}$$

则对 $\forall \xi \in C^b_{F_0}([-\tau,0];\mathbb{R}^n)$ 有:

i) $\overline{\lim\limits_{t\to\infty}}\mathrm{E}V(t,x(t;\xi) - G(x(t-\delta(t);\xi))) < \infty$;

ii) $\lim\limits_{t\to\infty}\mathrm{E}V(t,x(t;\xi) - G(x(t-\delta(t);\xi))) < \infty$, a.s.

iii) $\int_0^\infty \alpha(t,x(t;\xi) - G(x(t-\delta(t);\xi)))\mathrm{d}t < \infty$, a.s.

证 对 $\forall \xi \in C^b_{F_0}([-\tau,0];\mathbb{R}^n)$.由 Itô 公式,并应用条件(2),有

$$\begin{aligned} &V(t,x(t) - G(x(t-\delta(t)))) = \\ &V(0,\xi(0) - G(\xi)) + \\ &\int_0^t LV(s,x(s),x(s-\delta(s)))\mathrm{d}s + \\ &\int_0^t V_x(s,x(s) - G(x(s-\delta(s))))\cdot \\ &g(x,x(s),x(s-\delta(s)))\mathrm{d}w(s) = \\ &V(0,\xi(0) - G(\xi)) + \int_0^t \eta(s)\mathrm{d}s - \\ &\int_0^t [\eta(s) - LV(s,x(s),x(s-\delta(s)))]\mathrm{d}s + \\ &\int_0^t V_x(s,x(s) - G(x(s-\delta(s))))\cdot \\ &g(s,x(s),x(s-\delta(s)))\mathrm{d}w(s), \end{aligned}$$

上式两边取期望后可推出引理1中结论 i)式成立.由上鞅收敛定理[7]与上式可推出引理1中结论 ii)成立,且

$$\int_0^{+\infty}[\eta(s)-LV(s,x(s),x(s-\delta(s)))]\mathrm{d}s < \infty, \text{a.s.} \tag{3}$$

$$-\infty < \lim_{t\to\infty}M(t) < \infty, \text{a.s.} \tag{4}$$

这里 $M(t) = \int_0^t V_x(s,x(s) - G(x(s-\delta(s))))g(s,x(s),x(s-\delta(s)))\mathrm{d}w(s)$.对每个整数 $k \geqslant 1$,定义停时

$$\tau_k = \inf\{t \geqslant 0: |M(t)| \geqslant k\}.$$

本文约定 $\inf\varnothing = \infty$(这里 $\varnothing$ 表示空集).显然 τ_k 是单调不减的.由式(4)易知,存在 $\Omega_1 \subset \Omega$,$P(\Omega_1) = 1$,使 $\forall \omega \in \Omega_1$,存在 $k(\omega)$ 使

$$\tau_k(\omega) = \infty,\ k \geqslant k(\omega). \tag{5}$$

而对 $\forall k \geqslant 1, t \geqslant 0$

$$\mathrm{E}\int_0^{t\wedge\tau_k}|V_x(s,x(s) - G(x(s-\delta(s))))\cdot$$

$$g(s,x(s),x(s-\delta(s)))|^2\mathrm{d}s = \mathrm{E}|M(t\wedge\tau_k)|^2 \leqslant k^2.$$

故当 $t\to\infty$ 时,有

$$\mathrm{E}\int_0^{\tau_k}|V_x(s,x(s)-G(x(s-\delta(s))))\cdot g(s,x(s),x(s-\delta(s)))|^2\mathrm{d}s \leqslant k^2,$$

因此有

$$\int_0^{\tau_k}|V_x(s,x(s)-G(x(s-\delta(s))))\cdot g(s,x(s),x(s-\delta(s)))|^2\mathrm{d}s < \infty,\quad \text{a.s.}$$

故存在 $\Omega_2\subset\Omega, P(\Omega_2)=1$,当 $\omega\in\Omega_2$ 时

$$\int_0^{\tau_k(\omega)}|V_x(s,x(s,\omega)-G(x(s-\delta(s),\omega)))\cdot g(s,x(s,\omega),x(s-\delta(s),\omega))|^2\mathrm{d}s < \infty,\quad (6)$$

因此当 $\omega\in\Omega_1\cap\Omega_2$ 时,由式(5),(6)易推出

$$\int_0^{\infty}|V_x(s,x(s,\omega)-G(x(s-\delta(s),\omega)))\cdot g(s,x(s,\omega),x(s-\delta(s),\omega))|^2\mathrm{d}s = \int_0^{\tau_{k(\omega)}(\omega)}|V_x(s,x(s,\omega)-G(x(s-\delta(s),\omega)))\cdot g(s,x(s,\omega),x(s-\delta(s),\omega))|^2\mathrm{d}s < \infty.$$

而 $P(\Omega_1\cap\Omega_2)=1$, 故

$$\int_0^{\infty}|V_x(s,x(s)-G(x(s-\delta(s))))\cdot g(s,x(s),x(s-\delta(s)))|^2\mathrm{d}s < \infty,\quad \text{a.s.}\ (7)$$

由式(3),(7)与条件(2)易推出引理 1 中结论 iii)成立.

2 几乎必然渐近性质(Almost sure asymptotic properties)

引理 2 设 H_2 满足, $\rho:[-\tau,\infty)\to(0,\infty)$, $\delta:\mathbb{R}_+\to[0,\tau]$, $z:[-\tau,\infty)\to\mathbb{R}^n$ 连续,若有

$$\sigma_1 = \overline{\lim_{t\to\infty}}\frac{\rho(t)}{\rho(t-\delta(t))} < \frac{1}{k},$$

$$\sigma_2 = \overline{\lim_{t\to\infty}}[\rho(t)|z(t)-G(z(t-\delta(t)))|] < \infty,$$

这里 k 为条件 H_2 中的 k, 则

$$\overline{\lim_{t\to\infty}}[\rho(t)|z(t)|] < \frac{\sigma_2}{1-k\sigma_1}.$$

证明略.

下面记 $K=\{\mu\in(\mathbb{R}_+,\mathbb{R}_+)|\mu(0)=0,\mu$ 单调增$\}$, $K_\infty=\{\mu\in K|\lim\limits_{t\to\infty}\mu(r)=\infty\}$, $H_\infty=\{h\in C(\mathbb{R}_+,\mathbb{R}_+)|\lim\limits_{t\to\infty}h(r)=\infty\}$.

定理 1 在引理 1 条件下,对 $\forall\xi\in C^b_{F_0}([-\tau,0];\mathbb{R}^n)$,系统(1) 的解 $x(t;\xi)$ 具有如下渐近性质:

a) 若存在 $h\in\mathrm{H}_\infty$, $\mu\in K$ 使 $\forall(t,x)\in\mathbb{R}_+\times\mathbb{R}^n$ 有

$$h(t)\mu(|x|)\leqslant V(t,x),\qquad (8)$$

则

$$\lim_{t\to\infty}x(t;\xi)=0,\quad \text{a.s.}\qquad (9)$$

b) 若存在常数 $p>0,\gamma\in\mathbb{R}$,使 $\forall(t,x)\in\mathbb{R}_+\times\mathbb{R}^n$ 有

$$(1+t)^\gamma|x|^p\leqslant V(t,x),\qquad (10)$$

则

$$\overline{\lim_{t\to\infty}}\frac{\lg|x(t;\xi)|}{\lg t}\leqslant-\frac{\gamma}{p},\quad \text{a.s.}\qquad (11)$$

c) 若存在常数 $p>0,\infty<\gamma<\frac{p}{\tau}\lg\frac{1}{k}$,使 $\forall(t,x)\in\mathbb{R}_+\times\mathbb{R}^n$ 有

$$e^{\gamma t}|x|^p\leqslant V(t,x),\qquad (12)$$

则

$$\overline{\lim_{t\to\infty}}t^{-1}\lg|x(t;\xi)|\leqslant-\frac{\gamma}{p},\quad \text{a.s.}\qquad (13)$$

证 简记 $x(t;\xi)$ 为 $x(t)$.

a) 由引理 1 中结论 ii)及条件(8),有

$$\lim_{t\to\infty}\mu(|x(t)-G(x(t-\delta(t)))|)=0,\quad \text{a.s.}$$

而 $\mu\in K$, 因此

$$\lim_{t\to\infty}|x(t)-G(x(t-\delta(t)))|=0,\quad \text{a.s.}$$

应用引理 2,此时 $\rho=1$,因而 $\sigma_1=1$ 且 $\sigma_2=0$, 故式(9)成立.

b) 由引理 1 中结论 ii)及条件(10),有

$$\zeta_1 = \overline{\lim_{t\to\infty}}[(1+t)^{\frac{\gamma}{p}}|x(t)-G(x(t-\delta(t)))|]<\infty,\quad \text{a.s.}$$

此时 $\sigma_2=\zeta_1$, $\rho(t)=(1+t)^{\frac{\gamma}{p}}$. 应用引理 2,

$$\sigma_1=\overline{\lim_{t\to\infty}}\frac{(1+t)^{\frac{\gamma}{p}}}{(1+t-\delta(t))^{\frac{\gamma}{p}}}=1<\frac{1}{k},$$

所以

$$\overline{\lim_{t\to\infty}}[(1+t)^{\frac{\gamma}{p}}|x(t)|]\leqslant\frac{\zeta_1}{1-k},$$

从而结论式(11)成立.

c) 由引理 1 及条件(12),有

$$\zeta_2=\overline{\lim_{t\to\infty}}\left[\exp\left(\frac{\gamma}{p}t\right)|x(t)-G(x(t-\delta(t)))|\right]<\infty,\ \text{a.s.}$$

此时 $\sigma_2=\zeta_2$, $\rho(t)=\exp\left(\frac{\gamma}{p}t\right)$. 应用引理 2,

$$\sigma_1=\overline{\lim_{t\to\infty}}\frac{\exp\left(\frac{\gamma}{p}t\right)}{\exp\left(\frac{\gamma}{p}(t-\delta(t))\right)}=$$

$$\overline{\lim_{t\to\infty}}\exp\left(\frac{\gamma}{p}\delta(t)\right) = \max\left\{1,\exp\left(\frac{\gamma}{p}\tau\right)\right\}.$$

显然,若 $\gamma \leqslant 0$,则 $\exp\left(\frac{\gamma}{p}\delta(t)\right) \leqslant 1 < \frac{1}{k}$;而当 $\gamma > 0$ 时 $\exp\left(\frac{\gamma}{p}\delta(t)\right) \leqslant \exp\left(\frac{\gamma}{p}\tau\right) < \frac{1}{k}$,故有 $\sigma_1 < \frac{1}{k}$ 成立.所以

$$\overline{\lim_{t\to\infty}}\left[\exp\left(\frac{\gamma}{p}t\right)|x(t)|\right] \leqslant \frac{\zeta_2}{1-k\sigma_1} < \infty,$$

从而结论式(13)成立.　　证毕.

3　*P* 阶均值渐近性质(P-order mean asymptotic properties)

引理3　设H2)满足,$p \geqslant 1$,$\rho:[-\tau,\infty)\to(0,\infty)$连续,$\delta:\mathbb{R}_+\to[0,\tau]$,$z(t)$ 当 $t \geqslant -\tau$ 时为连续 $\mathbb{R}^n$-值随机过程,且对 $\forall t \geqslant -\tau$ 有 $\mathrm{E}|z(t)|^p < \infty$,若

$$\bar\sigma_1 = \overline{\lim_{t\to\infty}}\frac{\rho(t)}{\rho(t-\delta(t))} < \frac{1}{k^p},$$

$$\bar\sigma_2 = \overline{\lim_{t\to\infty}}[\rho(t)\mathrm{E}|z(t)-G(z(t-\delta(t)))|^p] < \infty,$$

这里的 k 为满足条件H2)的 k,则

$$\overline{\lim_{t\to\infty}}[\rho(t)\mathrm{E}|z(t)|^p] < \bar\sigma_2(1-k\bar\sigma_1^{\frac{1}{p}})^{-p}.$$

证明略.

定理2　在引理1条件下,$p \geqslant 1$,对 $\forall \xi \in C^b_{F_0}([-\tau,0];\mathbb{R}^n)$,系统(1)的解 $x(t;\xi)$ 具有如下渐近性质:

a) 若存在 $h \in \mathrm{H}_\infty$ 与凸函数 $\mu \in K$,使 $\forall(t,x) \in \mathbb{R}_+\times\mathbb{R}^n$ 有

$$h(t)\mu(|x|^p) \leqslant V(t,x),$$

则

$$\lim_{t\to\infty}\mathrm{E}|x(t;\xi)|^p = 0.$$

b) 若存在常数 $\gamma \in \mathbb{R}$,使 $\forall(t,x) \in \mathbb{R}_+\times\mathbb{R}^n$ 有

$$(1+t)^r|x|^p \leqslant V(t,x),$$

则

$$\overline{\lim_{t\to\infty}}\frac{\lg(\mathrm{E}|x(t;\xi)|^p)}{\lg t} \leqslant -\gamma.$$

c) 若存在常数 $\infty < \gamma < \frac{p}{\tau}\lg\frac{1}{k}$,使 $\forall(t,x) \in \mathbb{R}_+\times\mathbb{R}^n$ 有

$$e^{\gamma t}|x|^p \leqslant V(t,x),$$

则

$$\overline{\lim_{t\to\infty}}\lg(\mathrm{E}|x(t;\xi)|^p) \leqslant -\gamma.$$

定理2证明类似于定理1,此时应用引理1中结论i)与引理3,略.

注　本文中若取 $\delta(t) \equiv \tau(t \geqslant 0)$,引理1中条件H2)由条件(14)

$$LV(t,x,y) \leqslant \eta(t) - \alpha(t,x-G(y)) \tag{14}$$

所取代,则定理1和定理2为文献[8]的主要结果.显然满足条件(14)必满足条件H2),但反之未必.并且本文的结果对变时滞也是成立的,同时也充分利用了随机扰动项 g 的作用.因此本文严格涵盖并推广了文献[8]的结果.

参考文献(References):

[1] MAO X. *Stochastic Differential Equations and Applications* [M]. England: Horwood, 1997.

[2] KOLMANOVSKII V B, NOSOV V R. *Stability of Functional Differential Equations* [M]. New York: Academic Press, 1986.

[3] MAO X, ALEXANDRA RODKINA, NATALIA KOROLEVA. Rumikhin-type theorems for stochastic functional differential equations [J]. *Functional Differential Equations*, 1998, 5(1-2): 195-211.

[4] MAO X. Exponential stability of neutral stochastic functional differential equations [J]. *Systems and Control Letters*, 1995, 26(4): 245-251.

[5] MAO X. Razumikhin-type theorems on exponential stability of neutral stochastic functional differential equations [J]. *SIAM J Mathematical Analysis and Applications*, 1997, 28(2): 389-401.

[6] SHEN Yi, LIAO X X. Razumikhin-type theorems on exponential stability of neutral stochastic functional differential equations [J]. *Chinese Science Bulletin*, 1999, 44(24): 2225-2228.

[7] LIPTSER R S, SHIRYAYEV A N. *Theory of Martingales* [M]. Chichester, UK: Horwood, 1989.

[8] MAO X. Asymptotic properties of neutral stochastic differential delay equations [J]. *Stochastic & Stochastic Reports*, 2000, 68(5): 273-295.

作者简介:

沈　轶　(1964—),男,博士,副教授,研究方向为随机系统、神经网络,E-mail: yishen64@163.com, lhfu@mail.hust.edu.cn;

姚宏善　(1970—),男,博士研究生,讲师,研究方向为非线性系统在经济问题建模中的应用,E-mail: yhs20021970@163.com;

张玉民　(1971—),男,博士,研究方向为非线性系统、神经网络,E-mail: zhyminus@sohu.com;

廖晓昕　(1938—),男,教授,博士生导师,研究方向为非线性系统、神经网络,E-mail: Xiaoxin-liao@hotmail.com.