第 22 卷第 5 期
2005 年 10 月

控 制 理 论 与 应 用
Control Theory & Applications

Vol.22 No.5
Oct. 2005

文章编号: 1000 - 8152(2005)05 - 0743 - 05

滞后离散广义系统的鲁棒严格耗散控制

董心壮, 张庆灵
(东北大学 系统科学研究所,辽宁 沈阳 110004)

摘要: 研究确定的及不确定的滞后离散广义系统的无记忆状态反馈严格耗散控制器设计问题.利用线性矩阵不等式(LMI)方法,首先给出滞后离散广义系统容许(即正则、稳定、因果)且严格耗散的条件,然后通过矩阵不等式(MIs)得到无记忆状态反馈严格耗散控制器的存在条件和设计方法;进而针对除 E 外其余系数矩阵均具有范数有界不确定性的滞后离散广义系统,利用矩阵不等式的解设计鲁棒严格耗散控制器,保证闭环系统广义二次稳定且严格耗散.

关键词: 滞后离散广义系统; 容许; 广义二次稳定; 严格耗散; 无记忆状态反馈

中图分类号: TP13　　**文献标识码:** A

Robust strictly dissipative control for linear discrete delay singular systems

DONG Xin-zhuang, ZHANG Qing-ling
(Institute of Systems Science, Northeastern University, Shenyang Liaoning 110004, China)

Abstract: This paper deals with the design of memory-less state feedback strictly dissipative controllers for linear discrete delay singular systems with or without uncertainty. By using the approach of linear matrix inequality (LMI), firstly a sufficient condition is presented for a prescribed linear discrete delay singular system to be admissible (i.e. regular, stable and causal) and strictly dissipative, then the existence condition with explicit expression of a memory-less state feedback strictly dissipative controller is derived in terms of matrix inequalities (MIs). Furthermore, for an uncertain system where all coefficient matrices, except matrix E, contain norm-bounded uncertainties, a robust strictly dissipative controller is designed by using the solution of matrix equalities. This controller guarantees the resultant closed-loop system to be generalized quadratically stable and strictly dissipative.

Key words: linear discrete delay singular systems; admissibility; generalized quadratic stability; strict dissipativeness; memory-less state feedback

1 引言(Introduction)

耗散系统的概念首先在文献[1]中提出,用来研究具有某些非线性反馈的线性系统的稳定性,随后在文献[2]中得到推广,继而成为电路、系统及控制理论中十分重要的概念,主要用于非线性系统的稳定性分析.研究耗散控制理论,不但能提供解决 H_∞ 控制和正实控制问题的统一框架,而且能揭示很多更深刻的内容.近年来已有学者研究正常系统的耗散控制问题[3~6].研究结果表明,线性系统及线性离散系统的严格二次型耗散性等价于 H_∞ 性能,因而严格耗散控制器的存在条件等价于 LMIs 的可解性问题[3,4].文献[5]对线性时滞系统设计了严格耗散控制器,文献[3,6]则研究了鲁棒严格耗散控制问题.

广义系统不仅反映了系统的动态特征,同时也体现了状态变量之间的代数约束,因而是许多实际系统的很自然的数学表达形式[7].许多正常系统的基本理论已被成功地推广到广义系统中[8].时间延迟在各种工程系统中经常发生,而且常常是不稳定的根源,因此时滞系统的研究在控制理论与应用中极具吸引力.文献[9~11]考虑了滞后连续广义系统的稳定性、鲁棒镇定及 H_∞ 控制问题,文献[12~14]则研究了滞后离散广义系统的稳定域、H_∞ 和鲁棒 H_∞ 控制问题.但文献[13,14]中控制器的存在条件实际上要求开环系统已经具有所需性能,此时再设计控制器就没有任何意义了,这是这两篇文章的致命缺陷.

收稿日期:2003 - 12 - 30; 收修改稿日期:2004 - 10 - 25.

广义系统作为正常系统的更一般形式，研究其耗散控制问题无疑具有更为重要的理论和现实意义.但关于广义系统的耗散控制,还未见报道.本文分别针对确定及不确定的滞后离散广义系统,利用LMIs,给出系统正则、稳定、因果且严格耗散的条件,并通过MIs的解分别设计了无记忆状态反馈严格耗散及鲁棒严格耗散控制器,所得结果包含H_∞和鲁棒H_∞控制作为特例,并且克服了文献[13,14]的缺陷.

2 预备知识(Preliminaries)

考虑如下无控制输入的滞后离散广义系统

$$Ex(k+1)=Ax(k)+A_{\mathrm{d}}x(k-d). \quad (1)$$

其中: $x(k)\in\mathbb{R}^n$ 是状态; $E,A,A_{\mathrm{d}}\in\mathbb{R}^{n\times n}$ 是已知实常数矩阵; d 是时滞正整数; $\operatorname{rank}E=r<n$.

定义 1[14] 1)如果 $\det(z^{d+1}E-z^dA-A_{\mathrm{d}})$ 不恒为零,则称系统(1)是正则的.

2) 如果系统(1)是正则的,且 $\deg(z^{nd}\det(zE-A-z^{-d}A_{\mathrm{d}}))=nd+\operatorname{rank}E$, 则称它是因果的.

3) 如果系统(1)是正则的,且 $\rho(E,A,A_{\mathrm{d}})\subset D(0,1)$,则称它是稳定的,其中 $D(0,1)$ 表示以原点为中心,以1为半径的圆的内部,且 $\rho(E,A,A_{\mathrm{d}})=\{z\,|\,\det(z^{d+1}E-z^dA-A_{\mathrm{d}})=0\}$.

4) 如果系统(1)是正则、稳定、因果的,则称它是容许的.

引理 1[14] 如果存在可逆对称矩阵 P 及矩阵 $M>0$ 满足

$$E^{\mathrm{T}}PE\geqslant 0,\ M-A_{\mathrm{d}}^{\mathrm{T}}PA_{\mathrm{d}}>0,$$

$$A^{\mathrm{T}}PA-E^{\mathrm{T}}PE+A^{\mathrm{T}}PA_{\mathrm{d}}(M-A_{\mathrm{d}}^{\mathrm{T}}PA_{\mathrm{d}})^{-1}A_{\mathrm{d}}^{\mathrm{T}}PA+M<0,$$

则系统(1)是容许的.

引理 2[14] 如果对称矩阵 W 可逆,矩阵 F 满足 $FF^{\mathrm{T}}\leqslant I$, M,N 是适当维数的常数矩阵,且存在正数 ε 满足 $\varepsilon I-NWN^{\mathrm{T}}>0$, 则

$$(A+MFN)W(A+MFN)^{\mathrm{T}}\leqslant A[W+WN^{\mathrm{T}}(\varepsilon I-NWN^{\mathrm{T}})^{-1}NW]A^{\mathrm{T}}+\varepsilon MM^{\mathrm{T}}.$$

3 严格耗散性分析及严格耗散控制(Strict dissipativeness analysis and strictly dissipative control)

考虑如下带控制输入的滞后离散广义系统

$$\begin{cases}Ex(k+1)=Ax(k)+A_{\mathrm{d}}x(k-d)+\\ \qquad\qquad B_1\omega(k)+B_2u(k),\\ z(k)=Cx(k)+C_{\mathrm{d}}x(k-d)+\\ \qquad\qquad D_1\omega(k)+D_2u(k).\end{cases} \quad (2)$$

其中: $\omega(k)\in\mathbb{R}^p$ 是干扰输入; $z(k)\in\mathbb{R}^q$ 是控制输出; $u(k)\in\mathbb{R}^m$ 是控制输入; $B_1,B_2,C,C_{\mathrm{d}},D_1,D_2$ 是适当维数的已知实常数矩阵.

对系统(2)的自治系统(即令 $u(k)=0$)引入二次型能量函数

$$E(\omega,z,T)=\langle z,Qz\rangle_T+2\langle z,S\omega\rangle_T+\langle\omega,R\omega\rangle_T.$$

式中: $\langle u,v\rangle_T=\sum\limits_{k=0}^{T}u^{\mathrm{T}}(k)v(k)$, T 为非负整数, Q, S, R 是适当维数的权矩阵,且 Q,R 是对称阵.

定义 2 对于给定的对称阵 Q,R 和矩阵 S,如果存在正数 α,使得在零初始状态下,不等式

$$E(\omega,z,T)\geqslant\alpha\langle\omega,\omega\rangle_T. \quad (3)$$

对任意的非负整数 T 成立,则称系统(2)的自治系统是严格(Q,S,R)-耗散的.

基于上述定义,当 Q,S,R 取合适的权矩阵,系统的严格(Q,S,R)-耗散性可分别退化为H_∞性能,正实性以及扇形约束等.

一般情形下对 Q 的选取有如下假设

假设 1 $Q\leqslant 0$.

定理 1 对于给定的对称阵 Q,R 和矩阵 S,在假设1下,如果存在可逆对称矩阵 P 及矩阵 $M>0$ 满足下面的LMIs

$$E^{\mathrm{T}}PE\geqslant 0, \quad (4)$$

$$L=\begin{bmatrix}A^{\mathrm{T}}PA-E^{\mathrm{T}}PE+M & A^{\mathrm{T}}PA_{\mathrm{d}} & A^{\mathrm{T}}PB_1-C^{\mathrm{T}}S & C^{\mathrm{T}}Q_-^{1/2}\\ A_{\mathrm{d}}^{\mathrm{T}}PA & A_{\mathrm{d}}^{\mathrm{T}}PA_{\mathrm{d}}-M & A_{\mathrm{d}}^{\mathrm{T}}PB_1-C_{\mathrm{d}}^{\mathrm{T}}S & C_{\mathrm{d}}^{\mathrm{T}}Q_-^{1/2}\\ B_1^{\mathrm{T}}PA-S^{\mathrm{T}}C & B_1^{\mathrm{T}}PA_{\mathrm{d}}-S^{\mathrm{T}}C_{\mathrm{d}} & B_1^{\mathrm{T}}PB_1-D_1^{\mathrm{T}}S-S^{\mathrm{T}}D_1-R & D_1^{\mathrm{T}}Q_-^{1/2}\\ Q_-^{1/2}C & Q_-^{1/2}C_{\mathrm{d}} & Q_-^{1/2}D_1 & -I\end{bmatrix}<0, \quad (5)$$

则系统(2)的自治系统是容许且严格(Q,S,R)-耗散的,其中 $Q_-^{1/2}=(-Q)^{1/2}$.

证 当式(4),(5)成立时,由引理1和Schur补性质知系统(2)的自治系统是容许的.令

$$V(x(k))=x^{\mathrm{T}}(k)E^{\mathrm{T}}PEx(k)+\sum_{s=k-d}^{k-1}x^{\mathrm{T}}(s)Mx(s).$$

显然 $V(x(k))\geqslant 0$. 而式(5)成立等价于下式成立

$$\begin{bmatrix} A^{\mathrm{T}}PA - E^{\mathrm{T}}PE + M - C^{\mathrm{T}}QC & A^{\mathrm{T}}PA_{\mathrm{d}} - C^{\mathrm{T}}QC_{\mathrm{d}} & A^{\mathrm{T}}PB_1 - C^{\mathrm{T}}S - C^{\mathrm{T}}QD_1 \\ A_{\mathrm{d}}^{\mathrm{T}}PA - C_{\mathrm{d}}^{\mathrm{T}}QC & A_{\mathrm{d}}^{\mathrm{T}}PA_{\mathrm{d}} - M - C_{\mathrm{d}}^{\mathrm{T}}QC_{\mathrm{d}} & A_{\mathrm{d}}^{\mathrm{T}}PB_1 - C_{\mathrm{d}}^{\mathrm{T}}S - C_{\mathrm{d}}^{\mathrm{T}}QD_1 \\ B_1^{\mathrm{T}}PA - S^{\mathrm{T}}C - D_1^{\mathrm{T}}QC & B_1^{\mathrm{T}}PA_{\mathrm{d}} - S^{\mathrm{T}}C_{\mathrm{d}} - D_1^{\mathrm{T}}QC_{\mathrm{d}} & B_1^{\mathrm{T}}PB_1 - D_1^{\mathrm{T}}S - S^{\mathrm{T}}D_1 - R - D_1^{\mathrm{T}}QD_1 \end{bmatrix} < 0.$$

不妨记上式为 $L_1 < 0$,此时总可找到充分小的正数 α,使得 $L_2 = L_1 + \mathrm{diag}(0,0,\alpha I) < 0$,而计算得到

$$\begin{aligned} & V(x(k+1)) - V(x(k)) - z^{\mathrm{T}}Qz - \\ & 2z^{\mathrm{T}}S\omega - \omega^{\mathrm{T}}R\omega + \alpha\omega^{\mathrm{T}}\omega = \\ & [x^{\mathrm{T}}(k) \quad x^{\mathrm{T}}(k-d) \quad \omega^{\mathrm{T}}(k)]L_2 \cdot \\ & [x^{\mathrm{T}}(k) \quad x^{\mathrm{T}}(k-d) \quad \omega^{\mathrm{T}}(k)]^{\mathrm{T}} \leqslant 0. \end{aligned}$$

对上式分别从0到 T 求和,并注意到 $V(x(T+1)) \geqslant 0$, $V(0) = 0$,即可得到式(3)成立,所以系统(2)的自治系统是严格 (Q,S,R)-耗散的.

严格耗散控制就是对系统(2)设计无记忆状态反馈控制器 $u(k) = Kx(k)$,使得闭环系统

$$\begin{cases} Ex(k+1) = A_{\mathrm{c}}x(k) + A_{\mathrm{d}}x(k-d) + B_1\omega(k), \\ z(k) = C_{\mathrm{c}}x(k) + C_{\mathrm{d}}x(t-d) + D_1\omega(k). \end{cases} \tag{6}$$

容许且严格 (Q,S,R)-耗散,其中 $A_{\mathrm{c}} = A + B_2K$, $C_{\mathrm{c}} = C + D_2K$,相应的控制器称为严格耗散控制器.

定理2 对于给定的对称矩阵 Q, R 和矩阵 S,在假设1下,如果存在可逆对称矩阵 P,矩阵 $M > 0$ 及正数 ε 满足式(4)以及

$$\begin{bmatrix} A^{\mathrm{T}}PA - E^{\mathrm{T}}PE + M - \Phi^{\mathrm{T}}\Psi^{-1}\Phi & A^{\mathrm{T}}PA_{\mathrm{d}} & A^{\mathrm{T}}PB_1 - C^{\mathrm{T}}S & C^{\mathrm{T}}Q_-^{1/2} \\ A_{\mathrm{d}}^{\mathrm{T}}PA & A_{\mathrm{d}}^{\mathrm{T}}PA_{\mathrm{d}} - M & A_{\mathrm{d}}^{\mathrm{T}}PB_1 - C_{\mathrm{d}}^{\mathrm{T}}S & C_{\mathrm{d}}^{\mathrm{T}}Q_-^{1/2} \\ B_1^{\mathrm{T}}PA - S^{\mathrm{T}}C & B_1^{\mathrm{T}}PA_{\mathrm{d}} - S^{\mathrm{T}}C_{\mathrm{d}} & B_1^{\mathrm{T}}PB_1 - D_1^{\mathrm{T}}S - S^{\mathrm{T}}D_1 - R & D_1^{\mathrm{T}}Q_-^{1/2} \\ Q_-^{1/2}C & Q_-^{1/2}C_{\mathrm{d}} & Q_-^{1/2}D_1 & -I \end{bmatrix} < 0, \tag{7}$$

则系统(2)存在无记忆状态反馈严格耗散控制器,而且控制器可设计为 $u(k) = -\Psi^{-1}\Phi x(k)$. 其中

$$\begin{aligned} X_1 &= B_1^{\mathrm{T}}PA_{\mathrm{d}} - S^{\mathrm{T}}C_{\mathrm{d}} - D_1^{\mathrm{T}}QC_{\mathrm{d}}, \\ X_2 &= B_1^{\mathrm{T}}PB_2 - S^{\mathrm{T}}D_2 - D_1^{\mathrm{T}}QD_2, \\ X_3 &= B_1^{\mathrm{T}}PA - S^{\mathrm{T}}C - D_1^{\mathrm{T}}QC, \\ X_4 &= B_2^{\mathrm{T}}PA_{\mathrm{d}} - D_2^{\mathrm{T}}QC_{\mathrm{d}} + X_2^{\mathrm{T}}H^{-1}X_1, \\ X_5 &= A_{\mathrm{d}}^{\mathrm{T}}PA - C_{\mathrm{d}}^{\mathrm{T}}QC + X_1^{\mathrm{T}}H^{-1}X_3, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H &= D_1^{\mathrm{T}}S + S^{\mathrm{T}}D_1 + R + D_1^{\mathrm{T}}QD_1 - B_1^{\mathrm{T}}PB_1, \\ W &= M + C_{\mathrm{d}}^{\mathrm{T}}QC_{\mathrm{d}} - A_{\mathrm{d}}^{\mathrm{T}}PA_{\mathrm{d}} - X_1^{\mathrm{T}}H^{-1}X_1, \\ \Psi &= B_2^{\mathrm{T}}PB_2 - D_2^{\mathrm{T}}QD_2 + X_2^{\mathrm{T}}H^{-1}X_2 + \\ & \quad X_4W^{-1}X_4^{\mathrm{T}} + \varepsilon I > 0, \\ \Phi &= B_2^{\mathrm{T}}PA - D_2^{\mathrm{T}}QC + X_2^{\mathrm{T}}H^{-1}X_3 + X_4W^{-1}X_5. \end{aligned}$$

证 由定理1,如果存在可逆对称矩阵 P 及矩阵 $M > 0$ 满足式(4)和下式

$$\begin{bmatrix} A_{\mathrm{c}}^{\mathrm{T}}PA_{\mathrm{c}} - E^{\mathrm{T}}PE + M & A_{\mathrm{c}}^{\mathrm{T}}PA_{\mathrm{d}} & A_{\mathrm{c}}^{\mathrm{T}}PB_1 - C_{\mathrm{c}}^{\mathrm{T}}S & C_{\mathrm{c}}^{\mathrm{T}}Q_-^{1/2} \\ A_{\mathrm{d}}^{\mathrm{T}}PA_{\mathrm{c}} & A_{\mathrm{d}}^{\mathrm{T}}PA_{\mathrm{d}} - M & A_{\mathrm{d}}^{\mathrm{T}}PB_1 - C_{\mathrm{d}}^{\mathrm{T}}S & C_{\mathrm{d}}^{\mathrm{T}}Q_-^{1/2} \\ B_1^{\mathrm{T}}PA_{\mathrm{c}} - S^{\mathrm{T}}C_{\mathrm{c}} & B_1^{\mathrm{T}}PA_{\mathrm{d}} - S^{\mathrm{T}}C_{\mathrm{d}} & B_1^{\mathrm{T}}PB_1 - D_1^{\mathrm{T}}S - S^{\mathrm{T}}D_1 - R & D_1^{\mathrm{T}}Q_-^{1/2} \\ Q_-^{1/2}C_{\mathrm{c}} & Q_-^{1/2}C_{\mathrm{d}} & Q_-^{1/2}D_1 & -I \end{bmatrix} < 0, \tag{8}$$

则系统(6)是容许且严格 (Q,S,R)-耗散的. 对式(8)重复使用Schur补性质,可知最终等价于下式

$$\begin{aligned} & A^{\mathrm{T}}PA - E^{\mathrm{T}}PE + M - C^{\mathrm{T}}QC + X_3^{\mathrm{T}}H^{-1}X_3 + \\ & K^{\mathrm{T}}(\Psi - \varepsilon I)K + K^{\mathrm{T}}\Phi + \Phi^{\mathrm{T}}K + X_5^{\mathrm{T}}W^{-1}X_5 < 0. \end{aligned} \tag{9}$$

类似地,利用式(7)可以得到

$$\begin{aligned} & A^{\mathrm{T}}PA - E^{\mathrm{T}}PE + M - C^{\mathrm{T}}QC + X_3^{\mathrm{T}}H^{-1}X_3 - \\ & \Phi^{\mathrm{T}}\Psi^{-1}\Phi + (K^{\mathrm{T}} + \Phi^{\mathrm{T}}\Psi^{-1})\Psi(K + \Psi^{-1}\Phi) + \\ & X_5^{\mathrm{T}}W^{-1}X_5 < 0. \end{aligned}$$

则当 $K = -\Psi^{-1}\Phi$ 时显然有式(8)成立.定理得证.

4 鲁棒严格耗散控制的分析与综合(Analysis and synthesis of robust strictly dissipative control)

考虑如下带控制输入的不确定滞后离散广义系统

$$\begin{cases} Ex(k+1) = \\ \quad (A + \Delta A)x(k) + (A_{\mathrm{d}} + \Delta A_{\mathrm{d}})x(t-d) + \\ \quad (B_1 + \Delta B_1)\omega(k) + (B_2 + \Delta B_2)u(k), \\ z(k) = (C + \Delta C)x(k) + (C_{\mathrm{d}} + \Delta C_{\mathrm{d}})x(t-d) + \\ \qquad (D_1 + \Delta D_1)\omega(k) + (D_2 + \Delta D_2)u(k). \end{cases} \tag{10}$$

其中不确定矩阵 ΔA, ΔA_{d}, ΔB_1, ΔB_2, ΔC, ΔC_{d}, ΔD_1, ΔD_2 具有如下形式

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \Delta A & \Delta A_{\mathrm{d}} & \Delta B_1 & \Delta B_2 \\ \Delta C & \Delta C_{\mathrm{d}} & \Delta D_1 & \Delta D_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \end{bmatrix} F[E_1 \ E_2 \ E_3 \ E_4], \\ FF^{\mathrm{T}} \leqslant I. \end{cases} \tag{11}$$

这里, H_1, H_2, E_1, E_2, E_3, E_4 是适当维数的已知矩

阵,F 代表不确定矩阵.

定义 3 如果对于所有满足式(11)的不确定矩阵 $\Delta A,\Delta A_{\mathrm{d}}$,存在可逆对称矩阵 P 及矩阵 $M>0$ 满足式(4)以及

$$\begin{bmatrix}(A+\Delta A)^{\mathrm{T}}P(A+\Delta A)-E^{\mathrm{T}}PE+M & (A+\Delta A)^{\mathrm{T}}P(A_{\mathrm{d}}+\Delta A_{\mathrm{d}})\\ (A_{\mathrm{d}}+\Delta A_{\mathrm{d}})^{\mathrm{T}}P(A+\Delta A) & (A_{\mathrm{d}}+\Delta A_{\mathrm{d}})^{\mathrm{T}}P(A_{\mathrm{d}}+\Delta A_{\mathrm{d}})-M\end{bmatrix}<0,$$

则称系统(10)是广义二次稳定的.

显然,如果系统(10)是广义二次稳定的,则它对于所有满足式(11)的 $\Delta A,\Delta A_{\mathrm{d}}$ 都是容许的.

定理 3 对于给定的对称矩阵 Q,R 和矩阵 S,在假设 1 下,如果存在可逆对称矩阵 P,矩阵 $M>0$ 及正数 $\varepsilon_1,\varepsilon_2$ 满足式(4)以及下面的 LMI

$$\Sigma=\begin{bmatrix}L & \Sigma_1^{\mathrm{T}}\\ \Sigma_1 & \Sigma_2\end{bmatrix}<0. \qquad (12)$$

其中 L 与定理 1 中相同,

$$\Sigma_1=\begin{bmatrix}H_1^{\mathrm{T}}PA & H_1^{\mathrm{T}}PA_{\mathrm{d}} & H_1^{\mathrm{T}}PB_1 & 0\\ (\varepsilon_1+\varepsilon_2)E_1 & (\varepsilon_1+\varepsilon_2)E_2 & (\varepsilon_1+\varepsilon_2)E_3 & 0\\ 0 & 0 & -H_2^{\mathrm{T}}S & H_2^{\mathrm{T}}Q_-^{1/2}\end{bmatrix},$$

$$\Sigma_2=\begin{bmatrix}-\varepsilon_1 I+H_1^{\mathrm{T}}PH_1 & 0 & 0\\ 0 & -(\varepsilon_1+\varepsilon_2)I & 0\\ 0 & 0 & -\varepsilon_2 I\end{bmatrix}.$$

则系统(10)的自治系统对于所有满足式(11)的不确定性都是广义二次稳定且严格(Q,S,R)-耗散的.

证 为简便起见,记

$$\begin{bmatrix}\tilde A & \tilde A_{\mathrm{d}} & \tilde B_1\\ \tilde C & \tilde C_{\mathrm{d}} & \tilde D_1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}A+\Delta A & A_{\mathrm{d}}+\Delta A_{\mathrm{d}} & B_1+\Delta B_1\\ C+\Delta C & C_{\mathrm{d}}+\Delta C_{\mathrm{d}} & D_1+\Delta D_1\end{bmatrix}.$$

由定理 1 及定义 3 知,如果存在可逆对称矩阵 P 和矩阵 $M>0$ 满足式(4)及下式

$$\Omega=\begin{bmatrix}\tilde A^{\mathrm{T}}P\tilde A-E^{\mathrm{T}}PE+M & \tilde A^{\mathrm{T}}P\tilde A_{\mathrm{d}} & \tilde A^{\mathrm{T}}P\tilde B_1-\tilde C^{\mathrm{T}}S & \tilde C^{\mathrm{T}}Q_-^{1/2}\\ \tilde A_{\mathrm{d}}^{\mathrm{T}}P\tilde A & \tilde A_{\mathrm{d}}^{\mathrm{T}}P\tilde A_{\mathrm{d}}-M & \tilde A_{\mathrm{d}}^{\mathrm{T}}P\tilde B_1-\tilde C_{\mathrm{d}}^{\mathrm{T}}S & \tilde C_{\mathrm{d}}^{\mathrm{T}}Q_-^{1/2}\\ \tilde B_1^{\mathrm{T}}P\tilde A-S^{\mathrm{T}}\tilde C & \tilde B_1^{\mathrm{T}}P\tilde A_{\mathrm{d}}-S^{\mathrm{T}}\tilde C_{\mathrm{d}} & \tilde B_1^{\mathrm{T}}P\tilde B_1-\tilde D_1^{\mathrm{T}}S-S^{\mathrm{T}}\tilde D_1-R & \tilde D_1^{\mathrm{T}}Q_-^{1/2}\\ Q_-^{1/2}\tilde C & Q_-^{1/2}\tilde C_{\mathrm{d}} & Q_-^{1/2}\tilde D_1 & -I\end{bmatrix}<0,$$

则系统(10)的自治系统对于所有满足式(11)的不确定性都是广义二次稳定且严格(Q,S,R)-耗散的.由引理 2 知

$$\begin{bmatrix}\tilde A^{\mathrm{T}}\\ \tilde A_{\mathrm{d}}^{\mathrm{T}}\\ \tilde B_1^{\mathrm{T}}\\ 0\end{bmatrix}P\begin{bmatrix}\tilde A^{\mathrm{T}}\\ \tilde A_{\mathrm{d}}^{\mathrm{T}}\\ \tilde B_1^{\mathrm{T}}\\ 0\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}\leqslant$$

$$\begin{bmatrix}A^{\mathrm{T}}\\ A_{\mathrm{d}}^{\mathrm{T}}\\ B_1^{\mathrm{T}}\\ 0\end{bmatrix}(P+PH_1(\varepsilon_1 I-H_1^{\mathrm{T}}PH_1)^{-1}H_1^{\mathrm{T}}P)\begin{bmatrix}A^{\mathrm{T}}\\ A_{\mathrm{d}}^{\mathrm{T}}\\ B_1^{\mathrm{T}}\\ 0\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}+$$

$$\varepsilon_1\begin{bmatrix}E_1^{\mathrm{T}}\\ E_2^{\mathrm{T}}\\ E_3^{\mathrm{T}}\\ 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}E_1^{\mathrm{T}}\\ E_2^{\mathrm{T}}\\ E_3^{\mathrm{T}}\\ 0\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}.$$

这里正数 ε_1 满足 $\varepsilon_1 I-H_1^{\mathrm{T}}PH_1>0$. 则

$$\Omega\leqslant\Omega_1+\begin{bmatrix}0\\ 0\\ -S^{\mathrm{T}}H_2\\ Q_-^{1/2}H_2\end{bmatrix}F[E_1\quad E_2\quad E_3\quad 0]+$$

$$\begin{bmatrix}E_1^{\mathrm{T}}\\ E_2^{\mathrm{T}}\\ E_3^{\mathrm{T}}\\ 0\end{bmatrix}F^{\mathrm{T}}[0\quad 0\quad -H_2^{\mathrm{T}}S\quad H_2^{\mathrm{T}}Q_-^{1/2}]\leqslant$$

$$\Omega_1+\varepsilon_2^{-1}\begin{bmatrix}0\\ 0\\ -S^{\mathrm{T}}H_2\\ Q_-^{1/2}H_2\end{bmatrix}[0\quad 0\quad -H_2^{\mathrm{T}}S\quad H_2^{\mathrm{T}}Q_-^{1/2}]+$$

$$\varepsilon_2\begin{bmatrix}E_1^{\mathrm{T}}\\ E_2^{\mathrm{T}}\\ E_3^{\mathrm{T}}\\ 0\end{bmatrix}[E_1\quad E_2\quad E_3\quad 0]$$

对任意的正数 ε_2 成立,这里 Ω_1 是不含不确定性 F 的矩阵,且

$$\Omega_1 = \begin{bmatrix} -E^{\mathrm{T}}PE+M & 0 & -C^{\mathrm{T}}S & C^{\mathrm{T}}Q_-^{1/2} \\ 0 & -M & -C_{\mathrm{d}}^{\mathrm{T}}S & C_{\mathrm{d}}^{\mathrm{T}}Q_-^{1/2} \\ -S^{\mathrm{T}}C & -S^{\mathrm{T}}C_{\mathrm{d}} & -D_1^{\mathrm{T}}S-S^{\mathrm{T}}D_1-R & D_1^{\mathrm{T}}Q_-^{1/2} \\ Q_-^{1/2}C & Q_-^{1/2}C_{\mathrm{d}} & Q_-^{1/2}D_1 & -I \end{bmatrix} + \varepsilon_1 \begin{bmatrix} E_1^{\mathrm{T}} \\ E_2^{\mathrm{T}} \\ E_3^{\mathrm{T}} \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1^{\mathrm{T}} \\ E_2^{\mathrm{T}} \\ E_3^{\mathrm{T}} \\ 0 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} + \begin{bmatrix} A^{\mathrm{T}} \\ A_{\mathrm{d}}^{\mathrm{T}} \\ B_1^{\mathrm{T}} \\ 0 \end{bmatrix} (P+$$
$$PH_1(\varepsilon_1 I - H_1^{\mathrm{T}}PH_1)^{-1}H_1^{\mathrm{T}}P)[A \quad A_{\mathrm{d}} \quad B_1 \quad 0].$$

当式(12)成立时,由Schur补性质知此时有 $\Omega < 0$ 成立,定理得证.

鲁棒严格耗散控制就是为系统(10)设计无记忆状态反馈控制器 $u(k) = Kx(k)$, 使得闭环系统

$$\begin{cases} Ex(k+1) = (A_{\mathrm{c}}+\Delta A_{\mathrm{c}})x(k) + \\ \qquad (A_{\mathrm{d}}+\Delta A_{\mathrm{d}})x(t-d) + \\ \qquad (B_1+\Delta B_1)\omega(k), \\ z(k) = (C_{\mathrm{c}}+\Delta C_{\mathrm{c}})x(k) + \\ \qquad (C_{\mathrm{d}}+\Delta C_{\mathrm{d}})x(k-d) + \\ \qquad (D_1+\Delta D_1)\omega(k) \end{cases} \tag{13}$$

是广义二次稳定且严格 (Q,S,R)-耗散的,相应的控制器称为鲁棒严格耗散控制器,这里

$$\begin{bmatrix} A_{\mathrm{c}}+\Delta A_{\mathrm{c}} \\ C_{\mathrm{c}}+\Delta C_{\mathrm{c}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A+B_2K \\ C+D_2K \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \end{bmatrix} F(E_1+E_4K).$$

利用定理3,并采用类似于定理2的证明思路,可以得到如下定理.

定理 4 对于给定的对称矩阵 Q,R 和矩阵 S, 在假设1下,如果存在可逆对称矩阵 P,矩阵 $M>0$ 及正数 $\varepsilon_1,\varepsilon_2,\varepsilon_3$ 满足式(4)和 $\Theta<0$,这里 Θ 是由将定理3中 Σ 的 L 中的项 $A^{\mathrm{T}}PA - E^{\mathrm{T}}PE + M$ 换成 $A^{\mathrm{T}}PA - E^{\mathrm{T}}PE + M - \Gamma^{\mathrm{T}}\Lambda^{-1}\Gamma$, Σ 的其余矩阵皆保持不变得到,则系统(10)存在无记忆状态反馈鲁棒严格耗散控制器,而且控制器可设计为 $u(k) = -\Lambda^{-1}\Gamma x(k)$, 其中

$$V = PH_1(\varepsilon_1 I - H_1^{\mathrm{T}}PH_1)^{-1}H_1^{\mathrm{T}}P,$$
$$U = Q_-^{1/2}(I - \varepsilon_2^{-1}Q_-^{1/2}H_2H_2^{\mathrm{T}}Q_-^{1/2})^{-1}Q_-^{1/2},$$
$$X = D_1 + \varepsilon_2^{-1}H_2H_2^{\mathrm{T}}S,$$
$$Y_{00} = A_{\mathrm{d}}^{\mathrm{T}}PA + (\varepsilon_1+\varepsilon_2)E_2^{\mathrm{T}}E_1 + A_{\mathrm{d}}^{\mathrm{T}}VA + C_{\mathrm{d}}^{\mathrm{T}}UC,$$
$$Y_{10} = B_1^{\mathrm{T}}PA - S^{\mathrm{T}}C + (\varepsilon_1+\varepsilon_2)E_3^{\mathrm{T}}E_1 + B_1^{\mathrm{T}}VA + X^{\mathrm{T}}UC,$$
$$Y_{11} = B_1^{\mathrm{T}}PA_{\mathrm{d}} - S^{\mathrm{T}}C_{\mathrm{d}} + (\varepsilon_1+\varepsilon_2)E_3^{\mathrm{T}}E_2 + B_1^{\mathrm{T}}VA_{\mathrm{d}} + X^{\mathrm{T}}UC_{\mathrm{d}},$$
$$Y_{12} = B_1^{\mathrm{T}}PB_2 - S^{\mathrm{T}}D_2 + (\varepsilon_1+\varepsilon_2)E_3^{\mathrm{T}}E_4 + B_1^{\mathrm{T}}VB_2 + X^{\mathrm{T}}UD_2,$$
$$Y_{20} = B_2^{\mathrm{T}}PA + (\varepsilon_1+\varepsilon_2)E_4^{\mathrm{T}}E_1 + B_2^{\mathrm{T}}VA + D_2^{\mathrm{T}}UC,$$
$$Y_{21} = B_2^{\mathrm{T}}PA_{\mathrm{d}} + (\varepsilon_1+\varepsilon_2)E_4^{\mathrm{T}}E_2 + B_2^{\mathrm{T}}VA_{\mathrm{d}} + D_2^{\mathrm{T}}UC_{\mathrm{d}},$$
$$Y_{22} = B_2^{\mathrm{T}}PB_2 + (\varepsilon_1+\varepsilon_2)E_4^{\mathrm{T}}E_4 + B_2^{\mathrm{T}}VB_2 + D_2^{\mathrm{T}}UD_2,$$
$$Z = D_1^{\mathrm{T}}S + S^{\mathrm{T}}D_1 + R - B_1^{\mathrm{T}}PB_1 - \varepsilon_2^{-1}S^{\mathrm{T}}H_2H_2^{\mathrm{T}}S - B_1^{\mathrm{T}}VB_1 - X^{\mathrm{T}}UX,$$
$$W = M - A_{\mathrm{d}}^{\mathrm{T}}PA_{\mathrm{d}} - (\varepsilon_1+\varepsilon_2)E_2^{\mathrm{T}}E_2 - A_{\mathrm{d}}^{\mathrm{T}}VA_{\mathrm{d}} - C_{\mathrm{d}}^{\mathrm{T}}UC_{\mathrm{d}} - Y_{11}^{\mathrm{T}}Z^{-1}Y_{11},$$
$$\Lambda = Y_{22} + Y_{12}^{\mathrm{T}}Z^{-1}Y_{12} + (Y_{21} + Y_{12}^{\mathrm{T}}Z^{-1}Y_{12})W^{-1}(Y_{21}^{\mathrm{T}} + Y_{12}^{\mathrm{T}}Z^{-1}Y_{12}) + \varepsilon_3 I > 0,$$
$$\Gamma = Y_{20} + Y_{12}^{\mathrm{T}}Z^{-1}Y_{10} + (Y_{21} + Y_{12}^{\mathrm{T}}Z^{-1}Y_{11})W^{-1}(Y_{00} + Y_{11}Z^{-1}Y_{10}).$$

限于篇幅,数值算例略去.

5 结论(Conclusion)

研究了滞后离散广义系统的鲁棒严格耗散控制问题.通过LMI方法,分析了系统的耗散性及鲁棒耗散性,并利用MIs,分别给出无记忆状态反馈严格耗散及鲁棒严格耗散控制器的存在条件和设计方法.所得结果,不仅适合解决 H_∞ 及鲁棒 H_∞ 控制问题,且避免了文献[13,14]的缺陷,而且给出了统一的框架以解决滞后离散广义系统目前研究较少的课题,如正实控制,扇形约束控制问题等.

参考文献(References):

[1] WILLEMS J C. Dissipative dynamical systems—Part 1: general theory, Part 2: linear systems with quadratic supply rates [J]. *Archive for Rational Mechanics Analysis*, 1972, 45(5): 321 – 393.

[2] HILL D J, MOYLAN P J. Dissipative dynamical systems: basic input-output and state properties [J]. *J of the Franklin Institute*, 1980, 309(5): 327 – 357.

[3] XIE S L, XIE L H, DE SOUZA C E. Robust dissipative control for linear systems with dissipative uncertainty [J]. *Int J of Control*, 1998, 70(2): 169 – 191.

[4] TAN Z Q, SOH Y C, XIE L H. Dissipative control for linear discrete-time systems [J]. *Automatica*, 1999, 35(9): 1557 – 1564.

[5] LI Z H, WANG J C, SHAO H H. Delay-dependent dissipative control for linear time-delay systems [J]. *J of the Franklin Institute*, 2002, 339(6 – 7): 529 – 542.

[6] 刘飞,苏宏业,褚健.线性离散时滞系统鲁棒严格耗散控制[J].自动化学报,2002,28(6):897 – 903.
(LIU Fei, SU Hongye, CHU Jian. Robust strictly dissipative control for linear discrete time-delay systems [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2002, 28(6): 897 – 903.)

(下转第752页)

结果.从仿真结果可以看出,未经过配准的航路存在偏差,影响到后续融合和跟踪的效果,而经过配准补偿的航路则消除了偏差的影响,提高了融合和跟踪的精度.仿真结果说明了在线补偿算法对系统改善融合跟踪性能的有效性.而对于研究的另一类常见的多传感器纯角度被动融合跟踪系统的在线补偿算法,限于文章篇幅,将另文给出.

参考文献(References):

[1] BLACKMAN S, POPOLI R. *Design and Analysis of Modern Tracking Systems* [M]. New York: Artech House, 1999.

[2] FRIEDLAND B. Treatment of bias in recursive filtering [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1969, 14(4): 359 - 367.

[3] ZHOU Y F, LEUNG H, PATRICK C Y. An exact maximum likelihood registration algorithm for data fusion [J]. *IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems*, 1997, 45(6): 1560 - 1572.

[4] NASSIB N, BISHOP R H. Solution to a multi-sensor tracking problem with sensor registration errors [J]. *IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems*, 1999, 35(1): 354 - 363.

[5] HELMICK R E, RICE T R. Removal of alignment errors in an integrated system of two 3D sensors [J]. *IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems*, 1993, 29(10): 1333 - 1343.

[6] HAIM K, HAVA T S. Sensor registration using neural network [J]. *IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems*, 2000, 36(1): 85 - 100.

[7] MCMICHAEL D W, NOKELLO N. Maximum likelihood registration of dissimilar sensors [C]// *Proc of the First Australian Data Fusion Symposium*. Adelaide: [s.n.], 1996: 31 - 34.

[8] ZHOU Y F, LEUNG H, BLANQUTTE M. Sensor alignment with earth-centered earth-fixed (ECEF) coordination system [J]. *IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems*, 1999, 35(4): 410 - 417.

[9] RISTIC B, OKELLO N. Performance bounds for sensor registration [C]// *The Fifth Int Conf of Information Fusion*. Annapolis: [s.n.], 2002: 346 - 353.

[10] HELMICK R E, RICE T R. Alignment of a 2-D sensor and 3-D radar [J]. *Acquisition, Tracking, and Pointing VI*, 1992, 1697(3): 142 - 155.

作者简介:

胡士强 (1969—),男,博士,教授,研究领域为数据融合、运动图像跟踪与理解等,E-mail: sqhu@mail.sjtu.edu.cn;

敬忠良 (1960—),男,长江学者,博士,研究领域为目标跟踪、智能信息融合与控制;

田宏伟 (1973—)男,博士研究生,研究方向为多分辨率融合跟踪技术;

胡洪涛 (1977—)男,博士研究生,研究方向为非线性滤波及跟踪技术.

(上接第747页)

[7] LUENBERGER D G, ARBEL A. Singular dynamical Leotief systems [J]. *Econometrica*, 1977, 45(4): 991 - 995.

[8] COBB D. Controllability, observability, and duality in singular systems [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1984, 29(11), 1076 - 1082.

[9] FRIDMAN E. Stability of linear descriptor systems with delay: a Lyapunov-based approach [J]. *J of Mathematical Analysis and Applications*, 2002, 273(1): 24 - 44.

[10] XU S Y, DOOREN P V, STETAN R, et al. Robust stability and stabilization for singular systems with state delay and parameter uncertainty [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2002, 47(7): 1122 - 1128.

[11] FRIDMAN E, SHAKED U. H_∞-control of linear state - delay descriptor systems: an LMI approach [J]. *Linear Algebra and its Applications*, 2002, 351 - 352: 271 - 302.

[12] 王汝凉,李远清,刘永清.离散滞后广义系统稳定域的定量估计[J].控制理论与应用,2002,19(2):188 - 192.
(WANG Ruliang, LI Yuanqing, LIU Yongqing. A quantitative estimate on the stability region of discrete-delay singular systems [J]. *Control Theory & Applications*, 2002, 19(2): 188 - 192.)

[13] 谢湘生,胡刚,刘洪伟.带有外干扰的滞后离散广义系统鲁棒H_∞控制器设计:LMI方法[J].控制理论与应用,2002,19(6): 937 - 939.
(XIE Xiangsheng, HU Gang, LIU Hongwei. Robust H_∞ control of discrete-time singular systems with exogenous disturbance and time-delays [J]. *Control Theory & Applications*, 2002, 19(6): 937 - 939.)

[14] XU S Y, LAM J, YANG C W. Robust H_∞ control for discrete singular systems with state delay and parameter uncertainty [J]. *Dynamics of Continuous, Discrete and Impulsive Systems*, 2002, 9b(4): 539 - 554.

作者简介:

董心壮 (1973—),女,1994年毕业于解放军信息工程学院,1998年于解放军电子技术学院获军事学硕士学位,2004年于东北大学获得博士学位,现于中国科学院系统科学研究所从事博士后研究工作,目前主要研究领域是广义系统的H_∞控制、无源控制、耗散控制等,E-mail: xzdong@hotmail.com;

张庆灵 (1956—),男,1995年于东北大学获得博士学位,东北大学理学院院长,教授,博士生导师,主要研究领域为广义系统、鲁棒控制、分散控制等.