文章编号：1000－8152(2005)05－0794－05

一类不确定切换系统的鲁棒状态反馈镇定

孙常春，刘玉忠
（沈阳师范大学 数学与系统科学学院，辽宁 沈阳 110034）

摘要：研究了一类扰动项不满足匹配条件的不确定切换系统的鲁棒镇定问题.在每个子系统均不能镇定的情况下,利用完备性条件和多李雅普诺夫函数方法,分别得到了不确定切换系统可镇定的充分条件.状态矩阵和控制输入矩阵同时带有时变、未知且有界的不确定性,基于凸组合技术和LMI方法,设计出鲁棒状态反馈控制器及相应的切换策略,使得闭环系统在其平衡点处是渐近稳定的.最后仿真结果表明所设计的控制器及切换策略的正确有效性.

关键词：不确定切换系统；完备性；Lyapunov 函数；状态反馈；鲁棒镇定

中图分类号：TP273　　**文献标识码**：A

Robust state feedback stabilization for a class of uncertain switched systems

SUN Chang-chun, LIU Yu-zhong
(College of Mathematics and Systems Science, Shenyang Normal University, Shenyang Liaoning 110034, China)

Abstract: The problem of robust stabilization for a class of uncertain switched systems is considered. The disturbance does not satisfy the so-called matching condition. By using condition of completeness and multiple Lyapunov function technique, sufficient conditions of robust stabilization for switched systems are obtained respectively under the assumption that each subsystem can not be stabilized. The parameter uncertainties are time-varying and unknown but are norm-bounded. Based on convex combinations technique and LMI (linear matrix inequality) method, robust state feedback controllers and two classes of switching laws are designed to make the closed-loop systems be asymptotically stable on the equilibrium point. The simulation results show the validity of the designed controllers and the switching law.

Key words: uncertain switched systems; completeness; Lyapunov function; state feedback; robust stabilization

1 引言(Introduction)

切换系统在计算机磁盘驱动器、无线电通讯、受约束机器人和智能高速公路控制等许多实际系统中有着十分广泛的应用,因而近年来已引起了国内外学者的普遍关注[1~4].

在系统运行中,由于测量误差、输入条件的变化、传感器和执行器等部件非正常工作及来自外界的干扰均会引起不确定性的出现.因此,对于这类系统的稳定性进行研究是非常必要的.但由于不确定性的存在,给实际研究工作带来了相当大的难度.目前,关于不确定切换系统的鲁棒镇定问题的研究成果[5,6]并不多见.文献[7]研究了一类标称系统存在共同Lyapunov函数的具有外部干扰和输入通道带有不确定性的切换系统的鲁棒镇定问题,但未曾考虑系统状态矩阵带有不确定的情形,而且标称系统存在共同Lyapunov函数的条件不易实现;文献[8]研究了一类基于控制器切换下的状态矩阵带有不确定性的线性系统输出反馈鲁棒镇定问题,却未考虑到控制输入矩阵带有不确定性且系统有外界扰动的情形.本文研究了一类状态矩阵和控制输入矩阵同时带有不确定性且有外界干扰的切换系统鲁棒状态反馈镇定问题.在一般情况下,处理扰动项有两种方法:一种是假设扰动项满足匹配条件;另一种是扰动项不满足匹配条件,但范数有界.本文综合了上述的两种方法,将扰动项分解成满足匹配条件和不满足匹配条件两部分.在系统状态矩阵和控制输入矩阵同时具有不确定性的情况下,利用完备性条件和多李雅普诺夫函数方法,分别给出了不确定切换系统

收稿日期：2004－04－06；收修改稿日期：2005－03－01.
基金项目：沈阳师范大学博士启动基金资助项目(054－554405－01).

可镇定的充分条件.基于凸组合技术和LMI方法,设计出了鲁棒状态反馈控制器及相应的切换策略.最后仿真算例验证了所设计方法的可行性和有效性.

2 系统描述及预备知识(Systems description and preliminaries)

考虑下面的切换系统:

$$\dot{x} = (A_\sigma + \Delta A_\sigma)x + (B_\sigma + \Delta B_\sigma)u + \omega_\sigma(x). \tag{1}$$

其中:$x \in \mathbb{R}^n, u \in \mathbb{R}^m$ 分别为系统的状态和控制输入,$\sigma:[0,+\infty) \to \underline{P} = \{1,2,\cdots,p\}$ 是切换函数.A_i,B_i 分别是第 i 个子系统的状态矩阵和控制输入矩阵.$\Delta A_i, \Delta B_i$ 是不确定项,$\omega_i(x)$ 是外界干扰输入.对应于系统(1)的标称系统为

$$\dot{x} = A_\sigma x + B_\sigma u. \tag{2}$$

为讨论方便,引入下述记号:

$\lambda_{\max}(P)$ 表示矩阵 P 的最大特征值,$\|\cdot\|$ 表示向量或矩阵的欧氏范数.

假设 1 不确定项可分解如下形式

$$\begin{cases} \Delta A_i = D_i F(t) E_i,\ \Delta B_i = B_i M_i(t), \\ \|M_i(t)\| \leqslant \alpha < 1, i \in \underline{P}, \end{cases} \tag{3}$$

其中 D_i, E_i 分别是具有适当维数的常值矩阵,且 $F(t)$ 满足条件:

$$F^{\mathrm{T}}(t)F(t) \leqslant I. \tag{4}$$

假设 2 干扰输入 $\omega_i(x)$ 可分解成满足匹配条件和不满足匹配条件两部分:

$$\omega_i(x) = B_i\omega_i^1(x) + \omega_i^2(x), \tag{5}$$

且存在连续函数 $\varphi_i(x)$ 和常数 $\delta > 0$,使下式成立

$$\begin{cases} \|\omega_i^1(x)\| \leqslant \varphi_i(x), \|\omega_i^2(x)\| \leqslant \delta\|x\|, \\ \omega_i^1(0) = 0,\ \omega_i^2(0) = 0,\ i \in \underline{P}. \end{cases} \tag{6}$$

引理[9] 对任意适维矩阵 X 和 Y 和常数 $\xi > 0$,有下式成立

$$X^{\mathrm{T}}Y + Y^{\mathrm{T}}X \leqslant \xi X^{\mathrm{T}}X + \xi^{-1}Y^{\mathrm{T}}Y. \tag{7}$$

3 主要结果(Main results)

为给出主要结果,我们需要完备性概念:

定义 1[1] 称对称矩阵集合 $\{Z_1, Z_2, \cdots, Z_p\}$ 是完备的,如果对任意 $x \in \mathbb{R}^n$,都存在 $i \in \{1,2,\cdots,p\}$,使得 $x^{\mathrm{T}}Z_ix \leqslant 0$;对称矩阵集合 $\{Z_1, Z_2, \cdots, Z_p\}$ 称为严格完备的,如果对任意 $x \in \mathbb{R}^n/\{0\}$,都存在 $i \in \{1,2,\cdots,p\}$,使得 $x^{\mathrm{T}}Z_ix < 0$.

下面给出主要结果:

定理 1 若存在对称正定阵 P 和正常数 ε 使矩阵集合

$$\{Z_i \mid Z_i = A_i^{\mathrm{T}}P + PA_i - (1-\alpha)PB_iB_i^{\mathrm{T}}P + \varepsilon^{-1}E_i^{\mathrm{T}}E_i + \varepsilon PD_iD_i^{\mathrm{T}}P + 2\lambda_{\max}(P)\delta I\}$$

是严格完备的,则存在控制器 $u = u_i^1 + u_i^2$ 和切换策略 $\sigma:[0,+\infty) \to \underline{P} = \{1,2,\cdots,p\}$ 鲁棒镇定不确定切换系统(1),其中

$$\begin{cases} u_i^1 = K_ix = -0.5B_i^{\mathrm{T}}Px, \\ u_i^2 = \begin{cases} -\dfrac{1}{1-\alpha}\dfrac{B_i^{\mathrm{T}}Px}{\|B_i^{\mathrm{T}}Px\|}\varphi_i(x), & \|B_i^{\mathrm{T}}Px\| \neq 0, \\ 0, & \|B_i^{\mathrm{T}}Px\| = 0. \end{cases} \end{cases} \tag{8}$$

切换策略:

$$\sigma(x(t)) = i = \arg\{\min x^{\mathrm{T}}[A_i^{\mathrm{T}}P + PA_i - (1-\alpha)PB_iB_i^{\mathrm{T}}P + \varepsilon^{-1}E_i^{\mathrm{T}}E_i + \varepsilon PD_iD_i^{\mathrm{T}}P + 2\lambda_{\max}(P)\delta I]x < 0\}. \tag{9}$$

其中函数 arg(·)表示满足括号内表达式条件的下标值.

证 设计状态反馈控制器(8)和选取切换策略(9).

构造 Lyapunov 函数:$V(x) = x^{\mathrm{T}}Px$,则

$$\dot{V}(x) = x^{\mathrm{T}}[A_i^{\mathrm{T}}P + PA_i + E_i^{\mathrm{T}}F^{\mathrm{T}}(t)D_i^{\mathrm{T}}P + PD_iF(t)E_i]x + 2x^{\mathrm{T}}P(B_i + \Delta B_i)u + 2x^{\mathrm{T}}P\omega_i(x). \tag{10}$$

由引理[9]和式(4)得

$$E_i^{\mathrm{T}}F^{\mathrm{T}}(t)D_i^{\mathrm{T}}P + PD_iF(t)E_i \leqslant \varepsilon^{-1}E_i^{\mathrm{T}}E_i + \varepsilon PD_iD_i^{\mathrm{T}}P, \tag{11}$$

$$2x^{\mathrm{T}}PB_iu = -x^{\mathrm{T}}PB_iB_i^{\mathrm{T}}Px - \frac{2}{1-\alpha}\|B_i^{\mathrm{T}}Px\|\varphi_i(x), \tag{12}$$

$$2x^{\mathrm{T}}P\Delta B_iu \leqslant \alpha x^{\mathrm{T}}PB_iB_i^{\mathrm{T}}Px + \frac{2\alpha}{1-\alpha}\|B_i^{\mathrm{T}}Px\|\varphi_i(x), \tag{13}$$

$$2x^{\mathrm{T}}P\omega_i(x) \leqslant 2\|B_i^{\mathrm{T}}Px\|\varphi_i(x) + 2\lambda_{\max}(P)\delta\|x\|^2, \tag{14}$$

把式(11)~(14)代入式(10)得

$$\dot{V}(x) \leqslant x^{\mathrm{T}}[A_i^{\mathrm{T}}P + PA_i - (1-\alpha)PB_iB_i^{\mathrm{T}}P + \varepsilon^{-1}E_i^{\mathrm{T}}E_i + \varepsilon PD_iD_i^{\mathrm{T}}P + 2\lambda_{\max}(P)\delta I]x. \tag{15}$$

当切换系统切换到第 i 个子系统时,由矩阵集合 Z_i 的严格完备性,有 $\dot{V}(x) < 0$,故所设计的状态反馈控制器和切换策略对于不确定切换系统(1)可实现鲁棒镇定.

注 1 定理1成立的条件是存在对称正定阵 P 和正常

数 ε,下面给出 P 和 ε 的一种具体求法.

由 Schur 补定理知

$$\sum_{i=1}^{p}\beta_i S_i < 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} Q\hat{A}^{\mathrm{T}}+\hat{A}Q+W & X \\ X^{\mathrm{T}} & R \end{bmatrix} < 0, \quad (16)$$

其中

$$S_i = A_i^{\mathrm{T}}P+PA_i-(1-\alpha)PB_iB_i^{\mathrm{T}}P+\varepsilon^{-1}E_i^{\mathrm{T}}E_i+\varepsilon PD_iD_i^{\mathrm{T}}P,$$

$$Q = P^{-1}, \hat{A} = \sum_{i=1}^{p}\beta_iA_i, \sum_{i=1}^{p}\beta_i = 1, \beta_i > 0;$$

$$W = \sum_{i=1}^{p}\beta_i[(\alpha-1)B_iB_i^{\mathrm{T}}+\varepsilon D_iD_i^{\mathrm{T}}],$$

$$X = [QE_1^{\mathrm{T}},\cdots,QE_p^{\mathrm{T}}],$$

$$R = \mathrm{diag}\{-\hat{\varepsilon}_1I,\cdots,-\hat{\varepsilon}_pI\},\ \hat{\varepsilon}_i = \beta_i^{-1}\varepsilon,$$

可先取定 $\alpha,\beta_i,i=1,2,\cdots,p$ 且 $\sum_{i=1}^{p}\beta_i = 1$; 基于线性矩阵不等式(LMI)方法求解式(16)得到正定阵 Q 和 ε,即:解出对称正定阵 P.若 P 满足 $\sum_{i=1}^{p}\beta_iZ_i < 0$,则 P 为所求;若 P 不满足,在 $\sum_{i=1}^{p}\beta_i = 1$ 的前提下,可以通过适当调整参数 β_i, 重新计算,直至找到为止.

定理 2 若存在两个同负或同正常数 γ_1,γ_2 和正数 ε,以及两个对称正定阵 P_1,P_2,使以下两个不等式成立

$$\begin{aligned}&-P_1A_1-A_1^{\mathrm{T}}P_1+\gamma_1(P_2-P_1)+\\&(1-\alpha)P_1B_1B_1^{\mathrm{T}}P_1-\varepsilon^{-1}E_1^{\mathrm{T}}E_1-\\&\varepsilon P_1D_1D_1^{\mathrm{T}}P_1-2\lambda_{\max}(P_1)\delta I > 0,\end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned}&-P_2A_2-A_2^{\mathrm{T}}P_2+\gamma_2(P_1-P_2)+\\&(1-\alpha)P_2B_2B_2^{\mathrm{T}}P_2-\varepsilon^{-1}E_2^{\mathrm{T}}E_2-\varepsilon P_2D_2D_2^{\mathrm{T}}P_2-\\&2\lambda_{\max}(P_2)\delta I > 0.\end{aligned} \quad (18)$$

则存在控制器 $u = u_i^1+u_i^2$ 和切换策略 $\sigma:[0,+\infty)\to \underline{P} = \{1,2\}$ 鲁棒镇定不确定切换系统(1),其中

$$\begin{cases} u_i^1 = -0.5B_i^{\mathrm{T}}P_ix; \\ u_i^2 = \begin{cases}-\dfrac{1}{1-\alpha}\dfrac{B_i^{\mathrm{T}}P_ix}{\|B_i^{\mathrm{T}}P_ix\|}\varphi_i(x), & \|B_i^{\mathrm{T}}P_ix\|\neq 0,\\ 0, & \|B_i^{\mathrm{T}}P_ix\| = 0,\end{cases} \\ i = 1,2. \end{cases} \quad (19)$$

切换策略:

$$\sigma(x(t)) = i = \begin{cases}\arg\{\max V_i(x(t))\}, \gamma_i > 0,\\ \arg\{\min V_i(x(t))\}, \gamma_i < 0,\end{cases} \quad i = 1,2. \quad (20)$$

证 不失一般性,不妨设 γ_1 和 γ_2 同正,由 S-procedure 引理[10]知:式(17),(18)同时成立可得下面结论:

当 $x^{\mathrm{T}}(P_1-P_2)x \geqslant 0$ 且 $x\neq 0$ 时,有下式成立:

$$x^{\mathrm{T}}[A_1^{\mathrm{T}}P_1+P_1A_1-(1-\alpha)P_1B_1B_1^{\mathrm{T}}P_1+\varepsilon^{-1}E_1^{\mathrm{T}}E_1+\varepsilon P_1D_1D_1^{\mathrm{T}}P_1+2\lambda_{\max}(P_1)\delta I]x < 0;$$

当 $x^{\mathrm{T}}(P_2-P_1)x \geqslant 0$ 且 $x\neq 0$ 时,有下式成立:

$$x^{\mathrm{T}}[A_2^{\mathrm{T}}P_2+P_2A_2-(1-\alpha)P_2B_2B_2^{\mathrm{T}}P_2+\varepsilon^{-1}E_2^{\mathrm{T}}E_2+\varepsilon P_2D_2D_2^{\mathrm{T}}P_2+2\lambda_{\max}(P_2)\delta I]x < 0.$$

令

$$\Omega_1 = \{x \mid x^{\mathrm{T}}(P_1-P_2)x \geqslant 0,\ x\neq 0\},$$

$$\Omega_2 = \{x \mid x^{\mathrm{T}}(P_2-P_1)x \geqslant 0,\ x\neq 0\}.$$

显然 $\Omega_1\cup\Omega_2 = \mathbb{R}^n\setminus\{0\}$.

设计状态反馈控制器(19)和选取切换策略(20).构造 Lyapunov 函数:

$$V_1(x) = x^{\mathrm{T}}P_1x,\ V_2(x) = x^{\mathrm{T}}P_2x,$$

考虑系统(1),当 $x\in\Omega_1$ 时,$\sigma(x(t)) = 1$, 即切换到第一个子系统时,有

$$\begin{aligned}\dot{V}_1(x) \leqslant\ & x^{\mathrm{T}}[A_1^{\mathrm{T}}P_1+P_1A_1-(1-\alpha)P_1B_1B_1^{\mathrm{T}}P_1+\\&\varepsilon^{-1}E_1^{\mathrm{T}}E_1+\varepsilon P_1D_1D_1^{\mathrm{T}}P_1+\\&2\lambda_{\max}(P_1)\delta I]x < 0.\end{aligned}$$

同理可证:当 $x\in\Omega_2-\Omega_1$ 时,有 $\dot{V}_2(x) < 0$.

故所设计的状态反馈控制器和切换策略鲁棒镇定不确定切换系统(1).

当 γ_1 和 γ_2 同负时,选取切换策略:$\sigma(x(t)) = i = \arg\{\min V_i(x(t))\}, i = 1,2$.

可得到相同的结论,因此定理 2 成立.

注 2 定理 2 仅仅针对两个切换子系统的情形.对于多个切换子系统,所要分析的情况相应变得较复杂,而且寻找多个对称正定矩阵和正常数同时满足不等式组也是相当困难的,但是与之相对应的、与定理 2 类似的结论仍然是成立的.定理 2 成立的条件是存在对称正定阵 P_1,P_2, 但是,由于式(17),(18)无法转化为求解线性矩阵不等式(LMI)的形式,故寻找 P_1,P_2 有一定的困难.下面给出一种基于 MATLAB 平台下的算法:根据所给定的系统方程,先确定 α,δ 在满足所限定的条件下,值取得越小越好;其次,适当取定 ε,一般值取得不宜太大或太小;然后,自行设计对称正定阵 P_1,P_2, 算出 $\lambda_{\max}(P_1),\lambda_{\max}(P_2)$; 最后,通过调整同号参数 γ_1,γ_2,若使式(17),(18) 同时成立,则 P_1,P_2 为所求;否则,重新构造 P_1,P_2, 重复上一步,直至满足条件为止.

注 3 定理 1 和定理 2 分别从不同角度阐述了同一类不确定切换系统的鲁棒镇定问题,前者从完备性理论的角度出发,基于凸组合技术和求解线性矩阵不等式(LMI)方法下,利用单李雅普诺夫函数方法;后者基于 MATLAB 平台下,利用多李雅普诺夫函数方法,分别来实现闭环系统的渐

近稳定.同时,二者构造的控制器及所采取的与之相应的切换策略也是不同的.故它们是相对独立的,即:二者互不包含.

4 仿真结果(Simulation results)

考虑不确定切换系统:

$$\dot{x} = (A_i+\Delta A_i)x+(B_i+\Delta B_i)u+\omega_i(x),\quad i = 1,2,3. \tag{21}$$

其中

$$A_1 = \begin{bmatrix} 3.5 & 0.2 & 0.1 \\ 0 & 4.5 & 0.2 \\ 0 & 0 & 6.3 \end{bmatrix},$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 4.5 & 0 & 0 \\ 0.2 & 3.7 & 0.3 \\ 0 & 0 & 5.6 \end{bmatrix},$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} 5.6 & 0 & 0 \\ 0.2 & 5.5 & 0 \\ 0.1 & 0.3 & 6.7 \end{bmatrix},$$

$\Delta A_1 = \mathrm{diag}\{0.02\sin t, 0.06\sin t, 0.15\cos t\}$,

$\Delta A_2 = \mathrm{diag}\{0.04\sin t, 0.04\sin t, 0.04\cos t\}$,

$\Delta A_3 = \mathrm{diag}\{0.02\sin t, 0.03\sin t, 0.03\cos t\}$,

$D_1 = \mathrm{diag}\{0.1, 0.2, 0.3\}$, $D_2 = \mathrm{diag}\{0.2, 0.1, 0.2\}$,

$D_3 = \mathrm{diag}\{0.1, 0.3, 0.3\}$, $E_1 = \mathrm{diag}\{0.2, 0.3, 0.5\}$,

$E_2 = \mathrm{diag}\{0.2, 0.4, 0.2\}$, $E_3 = \mathrm{diag}\{0.2, 0.1, 0.1\}$,

$B_1 = [5\ \ 0\ \ 0]^{\mathrm{T}}$, $B_2 = [0\ \ 6\ \ 0]^{\mathrm{T}}$,

$B_3 = [0\ \ 0\ \ 6]^{\mathrm{T}}$, $\Delta B_1 = [0.8\sin t\ \ 0\ \ 0]^{\mathrm{T}}$,

$\Delta B_2 = [0\ \ 0.6\sin t\ \ 0]^{\mathrm{T}}$,

$\Delta B_3 = [0\ \ 0\ \ 0.6\cos t]^{\mathrm{T}}$,

$M_1 = 0.8\sin t$, $M_2 = 0.6\sin t$, $M_3 = 0.6\cos t$,

$F(t) = \mathrm{diag}\{\sin t, \sin t, \cos t\}$,

$\omega_1^1(x) = 0.2\sin(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)$,

$\omega_2^1(x) = 0.1\sin(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)$,

$\omega_3^1(x) = 0.3\sin(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)$,

$$\omega_1^2(x) = \begin{bmatrix} 0.2x_1\sin x_1 \\ 0.1x_2\sin x_2 \\ 0.3x_3\cos x_3 \end{bmatrix},$$

$$\omega_2^2(x) = \begin{bmatrix} 0.1x_1\sin x_1 \\ 0.2x_2\sin x_2 \\ 0.3x_3\cos x_3 \end{bmatrix},$$

$$\omega_3^2(x) = \begin{bmatrix} 0.2x_1\sin x_1 \\ 0.3x_2\sin x_2 \\ 0.1x_3\cos x_3 \end{bmatrix},$$

$x_0 = [0.019\quad -0.016\quad -0.012]^{\mathrm{T}}$.

切换系统(21)中的每个子系统在任何状态反馈控制器 u 下均不能镇定,即对应于系统(21)的标称系统不存在共同的 Lyapunov 函数,但通过本文的方法可以镇定该系统.

取:$\alpha = 0.8, \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 1/3$;基于线性矩阵不等式(LMI)方法求解式(16),解出对称正定矩阵 P 和正常数 ε:

$$P = \begin{bmatrix} 6.9922 & 0.1185 & 0.0420 \\ 0.1185 & 4.5671 & 0.1296 \\ 0.0420 & 0.1296 & 6.2985 \end{bmatrix},\ \varepsilon = 1.0771;$$

$\lambda_{\max}(P) = 7.0013$;取 $\delta = 0.3$,

$$Z_i = S_i + 2\lambda_{\max}(P)\delta I,\ i = 1,2,3. \tag{22}$$

易验证矩阵集合 Z_i 是严格完备的.

构造 Lyapunov 函数: $V(x) = x^{\mathrm{T}}Px$,当切换系统切换到第 i 个子系统时,有 $\dot{V}(x) < 0$.

状态反馈控制器

$$u = u_i^1 + u_i^2, \tag{23}$$

$u_1^1 = -0.5B_1^{\mathrm{T}}Px = -17.4805x_1 - 0.2963x_2 - 0.1050x_3$,

$$u_1^2 = \begin{cases} -5\dfrac{\rho_1}{\|\rho_1\|}\varphi_1(x), & \rho_1 \neq 0, \\ 0, & \rho_1 = 0, \end{cases}$$

$\rho_1 = 34.9610x_1 + 0.5925x_2 + 0.2100x_3$;

$u_2^1 = -0.5B_2^{\mathrm{T}}Px = -0.3555x_1 - 13.7013x_2 - 0.3888x_3$,

$$u_2^2 = \begin{cases} -5\dfrac{\rho_2}{\|\rho_2\|}\varphi_2(x), & \rho_2 \neq 0, \\ 0, & \rho_2 = 0, \end{cases}$$

$\rho_2 = 0.7110x_1 + 27.4026x_2 + 0.7776x_3$;

$u_3^1 = -0.5B_3^{\mathrm{T}}Px = -0.1260x_1 - 0.3888x_2 - 18.8955x_3$,

$$u_3^2 = \begin{cases} -5\dfrac{\rho_3}{\|\rho_3\|}\varphi_3(x), & \rho_3 \neq 0, \\ 0, & \rho_3 = 0, \end{cases}$$

$\rho_3 = 0.2520x_1 + 0.7776x_2 + 37.7910x_3$;

$\varphi_1(x) = 0.2|\sin(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)|$,

$\varphi_2(x) = 0.1|\sin(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)|$,

$\varphi_3(x) = 0.3|\sin(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)|$.

切换策略:

$$\sigma(x(t)) = i = \begin{cases} 1, & \text{当 } x^{\mathrm{T}}(Z_1 - Z_2)x \leqslant 0, \\ & \text{且 } x^{\mathrm{T}}(Z_1 - Z_3)x \leqslant 0, \\ 2, & \text{当 } x^{\mathrm{T}}(Z_2 - Z_1)x \leqslant 0, \\ & \text{且 } x^{\mathrm{T}}(Z_2 - Z_3)x \leqslant 0, \\ 3, & \text{其他}. \end{cases} \tag{24}$$

由式(21),(23),(24)组成的闭环系统是渐近稳定的(如图1所示).

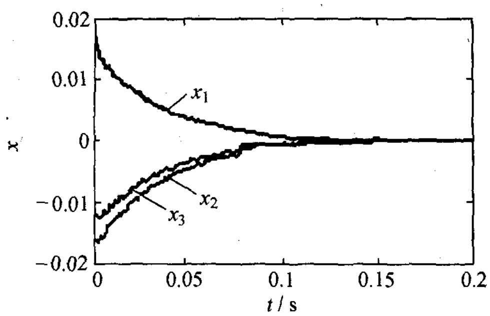

图1 切换系统的状态响应曲线

Fig. 1 State response curves of switched systems

5 结论(Conclusions)

本文研究了一类不确定切换系统的鲁棒状态反馈镇定问题.在系统具有外部干扰且不满足匹配条件、状态矩阵和控制输入矩阵同时具有不确定性的情况下,利用完备性条件和多李雅普诺夫函数方法,分别得到了不确定切换系统可镇定的充分条件,且该条件易于检验.最后对 $p=3$ 时的系统进行了仿真计算,其结果验证了所设计控制器及相应切换策略是正确有效的.且特别值得指出的是:在扰动项分解成满足匹配条件和不满足匹配条件两部分的前提下,当系统(1)控制输入矩阵的不确定项 ΔB_i 不满足匹配条件,若也能分解成类似 $\Delta A_i = D_iF(t)E_i$ 的形式时,此类切换系统的鲁棒镇定问题尚未有好的解决办法,有待于进一步研究.

参考文献(References):

[1] SKAFIDAS E, EVANS R J, SAVKIN A V, et al. Stability results for switched controller systems [J]. *Automatica*, 1999, 35(4): 553 – 564.

[2] LIBERZON D, MORSE A S. Basic problems in stability and design of switched systems [J]. *IEEE Control Systems Magazine*, 1999, 19(5): 59 – 70.

[3] BRANICKY M S. Multiple Lyapunov functions and other analysis tools for switched and hybrid systems [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1998, 43(4): 475 – 482.

[4] 刘玉忠,赵军.具有 m 个开关系统的渐近稳定性[J].控制理论与应用,2001,18(5):745 – 747.
(LIU Yu-zhong, ZHAO Jun. Asymptotic stability of m-switched systems [J]. *Control Theory & Applications*, 2001, 18(5): 745 – 747.)

[5] Li Z G, WEN C, SOH Y C. Stability of perturbed switching nonlinear systems [C] // *American Control Conference*. San Diego, CA: [s.n.], 1999, 2969 – 2973.

[6] LEE S H, LIM J T. Switching control of H_∞ gain scheduled controllers in uncertain nonlinear systems [J]. *Automatica*, 2000, 36(7): 1067 – 1074.

[7] 张霄力,赵军.任意切换下不确定线性切换系统的鲁棒镇定[J].自动化学报,2002,28(5):859 – 861.
(ZHANG Xiaoli, ZHAO Jun. Robust stabilization of switched linear systems with uncertainty under arbitrary switching [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2002, 28(5): 859 – 861.)

[8] 孙洪飞,鲁春铭,赵军.通过控制器切换实现线性系统输出反馈鲁棒镇定[J].控制理论与应用,2002,19(3):438 – 441.
(SUN Hongfei, LU Chunming, ZHAO Jun. Output feedback robust stabilization of linear system via controller switching [J]. *Control Theory & Applications*, 2002, 19(3): 438 – 441.)

[9] PETERSEN I R. A stabilization algorithm for a class of uncertain linear systems [J]. *Systems & Control Letters*, 1987, 7(8): 351 – 357.

[10] BOYD S, GHAOUI L E, FERON E, et al. *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory* [M]. Philadelphia, PA: SIAM, 1994.

作者简介:

孙常春 (1979—),男,研究方向:切换系统的稳定性和鲁棒控制,E-mail: changchunsun@sina.com;

刘玉忠 (1963—),男,博士,沈阳师范大学教授,研究方向:混杂系统,复杂非线性系统,网络控制系统,E-mail: liuyuzhong@sina.com.