

变论域自适应模糊控制器失真率的计算

岳士弘^{1,2}, 张绍杰², 李平²

(1. 天津大学 电气与自动化工程学院, 天津 300072; 2. 浙江大学 工业控制技术研究所, 浙江 杭州 310027)

摘要: 变论域自适应模糊控制器已经成功应用在许多领域, 然而它的参数难以准确估计, 因此其失真率计算十分困难. 本文基于 Markov 过程, 提出一个新的计算方法. 该方法通过一个特殊的 Markov 链模拟变论域自适应模糊控制器工作过程, 解决了它的失真率计算问题, 并证明这个方法是可行的. 同时, 通过两个算例验证这个方法的有效性.

关键词: 变论域自适应模糊控制器; Markov 过程; 失真率

中图分类号: T364 **文献标识码:** A

Computation of distortion ratio of adaptive fuzzy controller based on variable universe

YUE Shi-hong^{1,2}, ZHANG Shao-jie², LI Ping²

(1. School of Electrical Engineering and Automation, Tianjin University, Tianjin 310027, China;

2. Institute of Industrial Process Control, Zhejiang University, Hangzhou Zhejiang 310027, China)

Abstract: The adaptive fuzzy controller based on variable universe has succeeded in many applications, but its computation of distortion ratio was very difficult since there lacks feasible method for its parameter estimation. In this study an approach was presented based on Markov process. By simulating the performance of the adaptive fuzzy controller based on variable universe by a Markov chain, the problem of the computation of distortion ratio is solved. The feasibility of the approach is demonstrated theoretically, and the effectiveness is verified by two examples.

Key words: Adaptive fuzzy controller based on variable universe; Markov process; distortion ratio

1 引言 (Introduction)

自从文献[1,2]建立了变论域自适应模糊控制器以来, 给模糊控制邻域的发展带来新的契机. 即在规则形式不变的情况下, 论域随着误差的变小而收缩 (亦可随着误差的变大而变大), 局部地看, 论域收缩相当于增加规则, 也即结点加密, 从而提高了精度. 这是一个动态的逐点收敛的逼近器, 对控制来说已经足够了. 特别是这种模糊控制器几乎无需什么精明的经验和专家知识, 只要知道规则的大致趋势就可以了, 这使得它有着广泛的应用前景. 变论域自适应模糊控制器, 为自适应模糊控制的应用奠定了理论基础, 它如何应用于非线性系统是一个重要的课题. 许多文献对此类问题做了研究, 如文献[3]成功地应用它在 4 级倒立摆的控制中.

但是, 该模糊控制器的失真是它使用中的一个重要问题. 所谓的失真是指初始控制规则的主要特

征随着时间的推移和论域的变化, 从宏观的派生性上看, 并不能完全的保持, 使得控制无法达到预期的效果, 这也是一个尚未解决的问题. 实际上, 失真几乎是不可避免的. 因为采用伸缩因子后, 论域中的输入输出集的隶属函数都已发生变化, 这种变化必然引起模糊控制器输入输出对应关系的改变.

本文通过变论域自适应模糊控制器实施过程的分析, 引出一个基于随机性理论的模糊控制器失真的定义. 当把失真的大小当作评价模糊控制器的效率的标准时, 实际上也得出评价其有效性的一种量化方法. 分析表明, 这种度量过程实际上是一个 Markov 过程, 由此得到它的计算步骤和计算公式.

2 模型结构与失真率 (Computational model and distortion rate)

不失一般性, 考虑双输入单输出模糊控制器. 输入论域为 $X = [-E, E]$, $Y = [-EI, EI]$, $Z = [-EL,$

$EL]$, E , EI 和 EL 分别是模糊控制器的两个输入变量 $x(t)$, $y(t)$ 的偏差界以及控制变量 $z(t)$ 的偏差界. 变论域自适应模糊控制器的结构, 如图 1 所示.

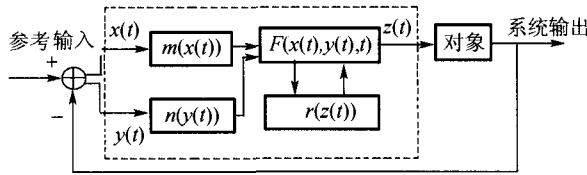


图 1 变论域自适应模糊控制系统

Fig. 1 Adaptive fuzzy control system based on variable universe

这里, m, n, r 分别是 $x(t), y(t)$ 和 $z(t)$ 的伸缩因子. 通过伸缩因子的不同取值, 原先各个变量的论域被相应的伸缩从而获得更加精确的控制量, 这正是变论域自适应模糊控制器的工作机理. 伸缩因子的详细取法参考文献 [1].

我们用符号 NV, ZO, PV 表示语言变量在其相应的论域内取正值, 零和负值等. 注意到失真实际上是由于模糊控制器与实施变论域变化之前相比, 已不能达到预期的效果而致. 而效果可以用误差反馈、控制增益或镇定性指标等来确定. 由于使用模糊系统的场合一般都是对基本处于黑箱状态的系统, 不可能有很多的关于被控制系统的精明知识. 同时, 由于系统往往带有高度的非线性和随机性, 很难由系统结构等知识直接定义, 故这里仅仅就失真的大小或称失真率给出一个描述性的定义:

定义 一个变论域自适应模糊控制器中, 任何一个输入变量在所有可能取值的集合中, 使该模糊控制器不能达到预期反馈的概率称作失真率.

使用者可以相对于具体的模糊控制器由经验等确定各个变量的失真率. 本文的目的旨在分析当两个输入变量的失真率确定后, 系统经过任意步控制实施后, 所引起的整个系统的失真, 或者说实施变论域模糊控制的有效性. 让两个变量在任意时刻对应两组结点, 每组结点分别取值 NV, ZO, PV, 在同一组内的各个结点的依次连接形成一个链, 如图 2 所示. 图中带箭头连线表示模糊控制器, 在取前一个步骤中结点的对应值后, 接着取到后一个步骤中结点的对应值, 它们模拟了在这个离散的控制步骤中前后采取的行动.

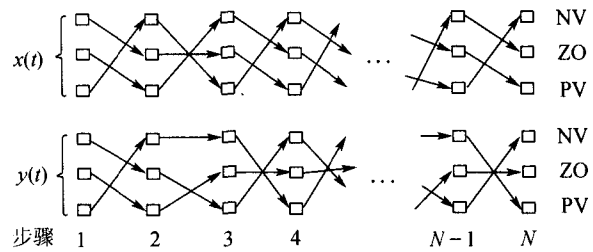


图 2 变论域自适应模糊控制链

Fig. 2 Control chain from adaptive fuzzy control system based on variable universe

3 有效性分析 (Analysis of effectiveness)

设模糊控制器中两个输入变量有效的概率均为 p , 则它们失真的概率为 $1 - p$ (使用者也可以逐个考虑结点的其它连接情况并定义有效性, 其推导与本文往下的部分是类似的). 为了使最后的结果整齐, 这里假定了两个输入变量的失真率相同. 相对于模糊控制器的第 k 步实施定义随机变量如下:

$$x_k = \begin{cases} 0, & \text{表示第 } k \text{ 步两个输入变量均失真,} \\ 1, & \text{表示第 } k \text{ 步两个输入变量恰有一个失真, } (k = 1, 2, \dots), \\ 2, & \text{表示第 } k \text{ 组两个输入变量都有效,} \end{cases} \quad (1)$$

若 $x_k = 0$, 则第 k 步中两个结点都失真, 从而对应的模糊控制器已经不能达到预期的效果或有效, 根据控制经验, 此时应该认为整个系统已经失真, 因此以后的结点都不会有效. 即一个实施步骤有效被定义为至少一个变量是有效的, 否则称为失真. x_k 的取值为 0, 1, 2 表示了 x_k 的状态. 这是一个离散型随机过程 [4, 5]. 下面计算经过任意步实施后系统的有效性. 显然这个控制链是一个随机过程. 用 \bar{A}_k 表示第 k 个结点失效的事件, B 表示到第 k 步后控制链中所有结点全部有效的事件. 则经过 N 步后, 控制链的有效性定义为

$$p(B) = 1 - P(\bar{B}) = 1 - P(\bar{A}_1 + \bar{A}_2 + \dots + \bar{A}_N). \quad (2)$$

3.1 一步转移概率矩阵 (Single step of transition probability matrix)

由于第 $k + 1$ 组结点仅依赖第 k 组结点的传接, x_{k+1} 的状态仅与 x_k 的状态有关, 而与 x_1, \dots, x_{k-1} 的状态无关, 因而此随机过程是一个离散型 Markov 过程, 其一步转移概率矩阵为

$$P_1 = \begin{bmatrix} p_{00} & p_{01} & p_{02} \\ p_{10} & p_{11} & p_{12} \\ p_{20} & p_{21} & p_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ (1-p)^3 & (1-p)[1-(1-p)^2] + (1-p)^2 p & p[1-(1-p)^2] \\ (1-p)^6 & 2(1-p)^3[1-(1-p)^3] & [1-(1-p)^3]^2 \end{bmatrix}. \quad (3)$$

矩阵中的元素 $p_{ij} = p(x_{k+1} = j / x_k = i), (i, j = 0, 1, 2)$ 表示在 x_k 的状态为 i 的条件下, x_{k+1} 的状态为 j

的条件概率. 例如 $p_{22} = p(x_{k+1} = 2/x_k = 2) = [1 - (1 - p)^3]^2$ 表示在第 k 步中两变量都有效的条件下, 传到第 $k + 1$ 步时两个变量也有效的概率. 由概率论不难知道此概率为 $[1 - (1 - p)^3]^2$.

3.2 n 步转移概率矩阵 (n steps of transition probability matrix)

由 P_1 矩阵可知, 每个 p_{ij} 的值与 k 无关, 仅与子结点的失真率 $1 - p$ 有关, 因而此随机过程是齐次的. 由齐次 Markov 过程的性质可知, n 步转移概率矩阵为

$$P_n = \begin{bmatrix} p_{00}^{(n)} & p_{01}^{(n)} & p_{02}^{(n)} \\ p_{10}^{(n)} & p_{11}^{(n)} & p_{12}^{(n)} \\ p_{20}^{(n)} & p_{21}^{(n)} & p_{22}^{(n)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_{00} & p_{01} & p_{02} \\ p_{10} & p_{11} & p_{12} \\ p_{20} & p_{21} & p_{22} \end{bmatrix}^n, \quad (4)$$

($n = 1, 2, \dots, N - 1$),

其中 P_n 中元素 $p_{ij}^{(n)} = P(x_{k+n} = j/x_k = i)$ 表示在 x_k 的状态为 i 的条件下, 经过 n 步转移 x_{k+n} 的状态为 j 的条件概率.

3.3 整个控制链的有效性 (Accumulative effectiveness of control chain)

由控制链的有效性定义

$$p(B) = 1 - P(\bar{B}) = 1 - P(\bar{A}_1 + \bar{A}_2 + \dots + \bar{A}_N) = 1 - P(\bar{A}_N) = 1 - p_{20}^{(N-1)}, \quad (5)$$

式中满足下列关系 $\bar{A}_1 \subseteq \bar{A}_2 \subseteq \dots \subseteq \bar{A}_N$. 假定初始状态 $x_1 = 2, p_{20}^{(N-1)}$ 表示从 $x_1 = 2$ 开始, 经过 $N - 1$ 次状态转移到最后一步时, $x_N = 0$ 的 $N - 1$ 步转移概率, 它正是第 N 步失效的概率 $p(\bar{A}_N)$. 于是得到计算整个控制链有效性的步骤如下:

- 1) 在每个结点的合格率 p 计算出一步转移矩阵 P_1 .
- 2) 计算 P_1^{N-1} (N 是步骤数) 得到左下角的元素 $p_{20}^{(N-1)}$.
- 3) 计算整个控制链的有效性 $R = 1 - p_{20}^{(N-1)}$.

当控制步数在一定范围内网络的有效性程度是很高的. 例如, 取控制步数为 $p = 0.9, N = 162$.

$$P_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0.001 & 0.108 & 0.891 \\ 0.00001 & 0.001998 & 0.998001 \end{bmatrix},$$

$$P_{(161)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1.001635 & 0.002231 & 0.996134 \\ 0.000518 & 0.002234 & 0.997248 \end{bmatrix},$$

$$p_{20}^{(161)} = 0.000518.$$

所以 $R = 1 - p_{20}^{(161)} = 0.999482$, 这表明在有限的步

骤内, 变论域自适应模糊控制器很可靠.

但是当控制步数无限增加时, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} R = \lim_{n \rightarrow \infty} (1 - p_{20}^{(161)}) = 1 - 1 = 0$, 即控制步数不断增加时, 有效性逐渐降低, 直至为零. 可以证明如下

证

$$P_{n+1} = p_1^{n+1} = P_1^n \cdot P_1 = \begin{bmatrix} p_{00}^{(n)} & p_{01}^{(n)} & p_{02}^{(n)} \\ p_{10}^{(n)} & p_{11}^{(n)} & p_{12}^{(n)} \\ p_{20}^{(n)} & p_{21}^{(n)} & p_{22}^{(n)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_{00} & p_{01} & p_{02} \\ p_{10} & p_{11} & p_{12} \\ p_{20} & p_{21} & p_{22} \end{bmatrix}, \quad (6)$$

由矩阵乘法可知 p_{n+1} 左下角元素为

$$p_{20}^{(n+1)} = p_{20}^{(n)} p_{00} + p_{21}^{(n)} p_{10} + p_{22}^{(n)} p_{20} = p_{20}^{(n)} + p_{20}^{(n)} + p_{21}^{(n)}(1 - p)^3 + p_{22}^{(n)}(1 - p)^6, \\ p_{20}^{(n+1)} - p_{20}^{(n)} = p_{21}^{(n)}(1 - p)^3 + p_{22}^{(n)}(1 - p)^6 \geq 0, \quad (7)$$

所以 $p_{20}^{(n)} \leq p_{20}^{(n+1)} \leq 1$.

可知序列 $\{p_{20}^{(n)}\}$ 是单调有界的. 由极限存在准则可知 $\lim_{n \rightarrow \infty} p_{20}^{(n)}$ 一定存在, 不妨设此极限为 a . 对式 (7) 两端求极限得

$$a - a = \lim_{n \rightarrow \infty} (p_{21}^{(n)}(1 - p)^3 + p_{22}^{(n)}(1 - p)^6), \quad (8)$$

即

$$\lim_{n \rightarrow \infty} [p_{21}^{(n)}(1 - p)^3 + p_{22}^{(n)}(1 - p)^6] = 0. \quad (9)$$

注意到

$$p_{21}^{(n)}(1 - p)^3 \geq 0, \quad p_{22}^{(n)}(1 - p)^6 \geq 0, \quad (10)$$

则必有 $\lim_{n \rightarrow \infty} p_{21}^{(n)} = 0, \lim_{n \rightarrow \infty} p_{22}^{(n)} = 0$. 又因为 $p_{20}^{(n)} + p_{21}^{(n)} + p_{22}^{(n)} = 1$, 所以 $\lim_{n \rightarrow \infty} p_{20}^{(n)} = 1$.

4 结论 (Conclusions)

本文的方法解决了变论域自适应模糊控制器的失真率计算问题, 它为估计这类控制器的有效方法提供一条量化方法, 这个方法可以用来判断它何时有效以及何时会失效. 此外, 当实际的控制器各个变量的失真率各不相同及先后结点间的关系不像图 2 所描述时, 本文推导的两个基本假定, 即 Markov 过程和齐次性仍然不变, 因而本文的推导具有很好的泛化能力.

必须注意的是, 使用本文的方法必须注意它的适用范围, 特别是对于多输入单输出控制系统, 否则应该按照本文的思想重新推导相应的公式. 此外, 也可把输入视做向量函数, 采用椭圆形、梯形等隶属函数以适应不同的应用要求.

Springer-Verlag, 1985.

- [6] SLOTINE J, LI W. *Applied Nonlinear Control* [M]. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall Inc, 1991.

作者简介:

宾洋 (1976—),男,博士研究生,研究领域为鲁棒非线性系统控制,车辆 Stop and Go 巡航控制, E-mails: biny02@mails.tsinghua.edu.cn;

李克强 (1963—),男,工学博士,博士生导师,1992年~1994年在日本五十铃汽车公司车身技术中心作客座研究员,1994年~1997年为重庆大学汽车工程系教授,1997年~1998年在日本东京农工大

学车辆动力学与控制研究室访问学者,1998年~2000年在日本国立交通安全与公害研究所工作,2000年至今,清华大学教师、STA Fellow,2003年~2004年在德国亚琛工业大学(RWTH-Aachen) IKA 访问教授,研究兴趣为智能汽车与智能交通系统,混合动力电动汽车(HEV)整车控制系统,车辆噪声振动分析与控制;

连小珉 (1955—),男,工学博士,博士生导师,1982年~1983年在四川省交通科学研究所工作,1986年至今,清华大学教师,1988年~1990年,日本五十铃汽车公司的研究人员,研究领域为汽车噪声与振动控制, GPS 汽车导航,智能交通系统,计算机辅助设计,计算机辅助测试技术.

(上接第 809 页)

参考文献(References):

- [1] 李洪兴. 变论域自适应模糊控制器[J]. 中国科学(E辑), 1999, 29(1): 32-42.
(LI Hongxin. Adaptive fuzzy controller based on variable universe [J]. *Science in China (Series E)*, 1999, 29(1): 32-42.)
- [2] 李洪兴. 一类高精度模糊控制器的设计[J]. 控制理论与应用, 1997, 14(6): 868-876.
(LI Hongxin. Design on a class of high-accuracy fuzzy controller [J]. *Control Theory & Applications*, 1997, 14(6): 868-876.)
- [3] 李洪兴, 苗志宏, 王加银. 四级倒立摆的变论域自适应模糊控制[J]. 中国科学(E辑), 2002, 32(1): 65-75.
(LI Hongxin, MIAO Zhihong, WANG Jiayin. Variable universe adaptive fuzzy control on the quadruple inverted pendulum [J]. *Science in China (Series E)*. 1999, 29(1): 32-42.)

- [4] 汪荣鑫. 随机过程[M]. 西安: 西安交通大学出版社, 1993.

(WANG Rongxing. *Random Process* [M]. Xi'an: Xi'an Jiaotong University Press, 1993.)

- [4] 李少远. 模糊滑动模态控制系统的性质分析[J]. 控制理论与应用, 2000, 17(1): 14-18.

(LI Shaoyuan. Analysis of property of fuzzy sliding mode control [J]. *Control Theory & Applications*, 2000, 17(1): 14-18.)

作者简介:

岳士弘 (1964—),男,博士,副教授,从事数据挖掘,数据融合,模糊控制和优化理论等工程应用研究, E-mail: shyue1999@tju.edu.cn;

张绍杰 (1972—),男,博士生,从事控制理论及其工程应用研究;

李平 (1954—),男,教授,博士生导师,浙江大学工业控制技术研究所所长,从事控制理论与应用的研究.

(上接第 813 页)

- [5] 李斌. 金融时间序列数据挖掘关键算法研究[D]. 合肥: 中国科学技术大学, 2001.
(LI Bin. *The main algorithm research on financial time series data mining* [D]. Hefei: University of Science and Technology of China, 2001.)
- [6] YANG Junan, LI Bin, ZHUANG Zhenquan. Research of quantum genetic algorithm and its application in blind source separation [J]. *J of Electronics*, 2003, 20(1): 62-68.
- [7] 李映, 焦李成. 一种有效的基于并行量子进化算法的图像边缘检测方法[J]. 信号处理, 2003, 19(1): 69-74.
(LI Ying, JIAO Licheng. An effective method of image edge detection based on parallel quantum evolutionary algorithm [J]. *Signal Processing*, 2003, 19(1): 69-74.)

- [8] NARAYANAN A, MOORE M. Quantum-inspired genetic algorithm [C]// *Proc of IEEE Int Conf on Evolutionary Computation*. Piscataway: IEEE Press, 1996: 61-66.

作者简介:

张葛祥 (1974—),男,博士研究生,研究领域为进化计算、雷达辐射源信号处理、优化理论与优化控制、神经网络等, E-mail: dy-lan7237@sina.com;

金炜东 (1959—),男,博士,教授,博士生导师,研究领域为优化理论与优化控制、智能信息处理、系统仿真等;

胡来招 (1945—),男,博士,研究员,博士生导师,研究领域为信号处理、侦察接收机、无源定位等.