

## 自主汽车的侧向 $H_\infty$ 自适应变论域模糊控制

郭 纯, 王 江, 乔国栋

(天津大学 电气与自动化工程学院, 天津 300072)

**摘要:** 自主侧向控制实现汽车自动调节转向和车道变换, 是复杂的非线性控制系统. 本文将变论域模糊控制, 自适应技术和  $H_\infty$  最优控制理论相结合对自主汽车的侧向系统进行控制, 提高了系统的鲁棒性和控制精度. 设计直接自适应变论域模糊控制器, 利用 Lyapunov 稳定性理论证明了整个闭环系统的稳定性. 然后与  $H_\infty$  相结合, 通过选取控制变量的权重因子, 可以将逼近误差和外部扰动对跟踪误差的影响减小到任意给定的标准. 最后把这种算法应用到了自主汽车的侧向系统的控制, 仿真结果表明算法的实用性和有效性.

**关键词:** 变论域模糊控制; 自适应;  $H_\infty$  自主汽车

**中图分类号:** TP24 **文献标识码:** A

## H-infinity variable universe fuzzy control for lateral control of autonomous vehicle

GUO Chun, WANG Jiang, QIAO Guo-dong

(School of Electrical and Automation Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

**Abstract:** Automatic steering control is a complex nonlinear system, which includes lane keeping and lane changing. An attempt is made to create the bridge between two important design techniques, i. e. H-infinity control design and fuzzy control design, so as to provide H-infinity control design with more intelligence and fuzzy control design with better robust performance. By Lyapunov method, the overall closed-loop system is shown to be stable. In the study, the effect of both fuzzy logic approximation error and external disturbance on the tracking error is attenuated to a prescribed level by adequately selecting the weighting factor. The simulation results of the lateral control of the autonomous vehicle are given to confirm that the control algorithm is feasible for practical application.

**Key words:** variable universe fuzzy control; adaptive fuzzy control; H-infinity autonomous vehicle

### 1 引言 (Introduction)

交通阻塞现在已经是全球性的问题. 解决此问题的一种可行办法是 Varaiya 提出的自动高速公路系统 (Automated Highway Systems, 简称 AHS)<sup>[1~3]</sup>. AHS 就是采用自动控制装置来提高公路的承载能力和安全性, 减小对环境的污染. AHS 由自主汽车和计算机控制系统组成, 自主汽车的控制分为纵向控制和侧向控制, 本文对侧向系统进行了研究. 侧向控制的任务就是对汽车进行自动调节转向, 实现路线的保持和车道变换. 文献[4]采用模糊逻辑控制实现侧向控制; 文献[5]采用滑模控制实现侧向控制, 提高系统的鲁棒性; 文献[6]采用参数逼近多对象的最优算法来控制汽车, 但鲁棒性差. 本文采用自适应模糊控制实现自主汽车的侧向控制, 利用  $H_\infty$ <sup>[7~9]</sup> 自适应变论域模糊控制提高系统的鲁棒

性和精度. T-S 模糊系统<sup>[7~12]</sup>采用局部线性环节, 整体实现非线性, 形式简单, 通过较少的规则能够表示高非线性的复杂系统. 但是基于线性 T-S 模糊系统的自适应控制需要在线调节全部后件参数, 变论域<sup>[19~21]</sup>的方法只需要调节一个参数, 以达到缩放论域的目的. “可变论域”就是在规则形式(形状)不变的前提下, 论域随着误差变小而收缩自行进行调整以生成任意多条规则. 可见,  $H_\infty$  自适应变论域模糊控制方法比基于线性 T-S 模糊系统的自适应控制方法所需调节的参数的数目更少, 调节效果更好, 不需要很多规则. 仿真结果表明了  $H_\infty$  自适应变论域模糊控制可以有效地处理稳定性和扰动问题. 自适应变论域模糊控制器起到“粗调”的作用,  $H_\infty$  控制起到“微调”的作用, 不仅保证了自适应模糊系统的稳定性, 而且将逼近误差和外部扰动对跟踪误差的影

响减小到任意给定的标准。

## 2 侧向系统的数学模型 (Lateral model of autonomous vehicle)

将汽车的两个前轮都向纵轴中线平移,同理,两后轮也是如此,便将4轮模型简化成了图1所示的双轮模型<sup>[1]</sup>,在距重心  $d_f$  和  $d_r$  处分别安装两个传感器来测量该处到参考路径的距离  $y_f$  和  $y_r$ 。

自主汽车侧向系统的数学模型为

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \beta \\ \gamma \\ \Delta\Psi \\ y_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\mu(c_r+c_f)}{Mv} & -1+\frac{\mu(c_r l_r - c_f l_f)}{Mv^2} & 0 & 0 \\ \frac{\mu(c_r l_r - c_f l_f)}{J} & -\frac{\mu(c_r l_r^2 + c_f l_f^2)}{Jv} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ v & d_S & v & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta \\ \gamma \\ \Delta\Psi \\ y_S \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\mu c_f}{Mv} & 0 \\ \frac{\mu c_f l_f}{J} & 0 \\ 0 & -v \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_f \\ \rho_{ref} \end{bmatrix}. \quad (1)$$

各参数意义如下:  $v$  为汽车速度,  $v = |v| > 0$ ,  $v$  是可测的;  $\Delta\Psi$  为汽车中轴与参考路径切线的夹角;  $\beta$  为重心处的速度和纵轴的夹角;  $\rho_{ref}$  为参考路径的曲率;  $\gamma$  为汽车中轴的偏航角;  $M$  为汽车总重,  $\dot{y}_{CG}$  为重心处的侧向加速度;  $I_\Psi$  为重心  $CG$  处的汽车总惯量;  $\dot{y}_S$  为传感器  $S$  处的侧向加速度;  $\delta_f$  为前轮的转角;  $c_f(c_r)$  为前(后)轮胎的转弯硬度;  $d_S$  为传感器  $S$  的位置与重心  $CG$  之间的距离,  $l_f(l_r)$  为前轴(后轴)到重心  $CG$  处的距离  $l = l_f + l_r$ ,  $\mu$  为马路光滑程度, 作为转弯硬度的一个影响因素  $c_f^* = \mu c_f$  ( $c_r^* = \mu c_r$ )。

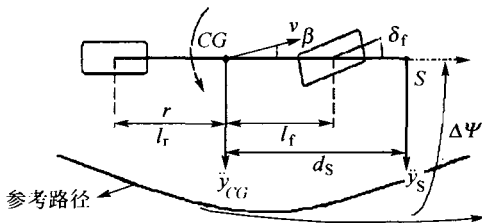


图1 汽车模型

Fig. 1 Model of vehicle

由  $y_f$  和  $y_r$  与  $\beta, \gamma, \Delta\Psi, y_S$  的关系可得

$$\begin{bmatrix} y_f \\ \dot{y}_f \\ y_r \\ \dot{y}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ v & d_f & v & 0 \\ 0 & 0 & -(d_f+d_r) & 1 \\ v & -d_r & v & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta \\ \gamma \\ \Delta\Psi \\ y_S \end{bmatrix} = P \begin{bmatrix} \beta \\ \gamma \\ \Delta\Psi \\ y_S \end{bmatrix}. \quad (2)$$

通过式(2)中的转移矩阵  $P$  由式(1)可得到新的状态空间模型为

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} y_f \\ \dot{y}_f \\ y_r \\ \dot{y}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & -a_{21} & a_{24} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ a_{41} & a_{42} & -a_{41} & a_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_f \\ \dot{y}_f \\ y_r \\ \dot{y}_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ b_{21} & b_{22} \\ 0 & b_{32} \\ b_{41} & b_{42} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_f \\ \rho_{ref} \end{bmatrix}. \quad (3)$$

式中

$$\begin{aligned} a_{21} &= \frac{\mu(c_f + c_r)}{M(d_f + d_r)} - \frac{d_f \mu(c_r l_r - c_f l_f)}{J(d_f + d_r)}, \\ a_{22} &= \frac{\mu(c_r l_r - c_f l_f) - d_r \mu(c_f + c_r)}{Mv(d_f + d_r)} + \frac{d_f [d_r \mu(c_r l_r - c_f l_f) - \mu(c_r l_r^2 + c_f l_f^2)]}{Jv(d_f + d_r)}, \\ a_{24} &= \frac{\mu(c_r l_r - c_f l_f) + d_f \mu(c_f + c_r)}{Mv(d_f + d_r)} + \frac{d_f [d_f \mu(c_r l_r - c_f l_f) + \mu(c_r l_r^2 + c_f l_f^2)]}{Jv(d_f + d_r)}, \\ a_{41} &= \frac{\mu(c_f + c_r)}{M(d_f + d_r)} + \frac{d_r \mu(c_r l_r - c_f l_f)}{J(d_f + d_r)}, \\ a_{42} &= \frac{\mu(c_r l_r - c_f l_f) - d_r \mu(c_f + c_r)}{Mv(d_f + d_r)} - \frac{d_r [d_r \mu(c_r l_r - c_f l_f) - \mu(c_r l_r^2 + c_f l_f^2)]}{Jv(d_f + d_r)}, \\ a_{44} &= -\frac{\mu(c_r l_r - c_f l_f) + d_f \mu(c_f + c_r)}{Mv(d_f + d_r)} - \frac{d_r [d_f \mu(c_r l_r - c_f l_f) + \mu(c_r l_r^2 + c_f l_f^2)]}{Jv(d_f + d_r)}, \\ b_{21} &= \mu c_f \left( \frac{1}{M} + \frac{d_f l_f}{J} \right), \quad b_{41} = \mu c_f \left( \frac{1}{M} - \frac{d_f l_f}{J} \right), \\ b_{22} &= -v^2, \quad b_{32} = v(d_f + d_r). \end{aligned}$$

### 3 鲁棒自适应变论域模糊控制器的设计 (Design of robust adaptive variable universe fuzzy control)

将侧向模型式(3)表示为状态空间的形式

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = A_1 + B_1(f_1(x) + g_1(x)u_1 + d_1), \\ y_1 = C_1^T x_1, \\ \dot{x}_2 = A_2 + B_2(f_2(x) + g_2(x)u_2 + d_2), \\ y_2 = C_2^T x_2. \end{cases} \quad (4)$$

式中

$$A_1 = A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, B_1 = B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix},$$

$$C_1 = [1 \ 0], C_2 = [1 \ 0],$$

$$f_1(x) = a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + a_{24}x_4,$$

$$g_1(x) = b_{21},$$

$$f_2(x) = a_{41}x_1 + a_{42}x_2 + a_{43}x_3 + a_{44}x_4,$$

$$g_2(x) = b_{41},$$

$$d_1 = d + d_{\rho 1}, d_{\rho 1} = b_{22}\rho_{\text{ref}},$$

$$d_2 = d + d_{\rho 2}, d_{\rho 2} = b_{42}\rho_{\text{ref}}.$$

其中:  $u_1, u_2$  是控制量,  $d$  是有界外部扰动. 所以使用两个鲁棒自适应变论域模糊控制器来控制侧向位移  $y_l$  和  $y_r$ , 如图 2 所示.

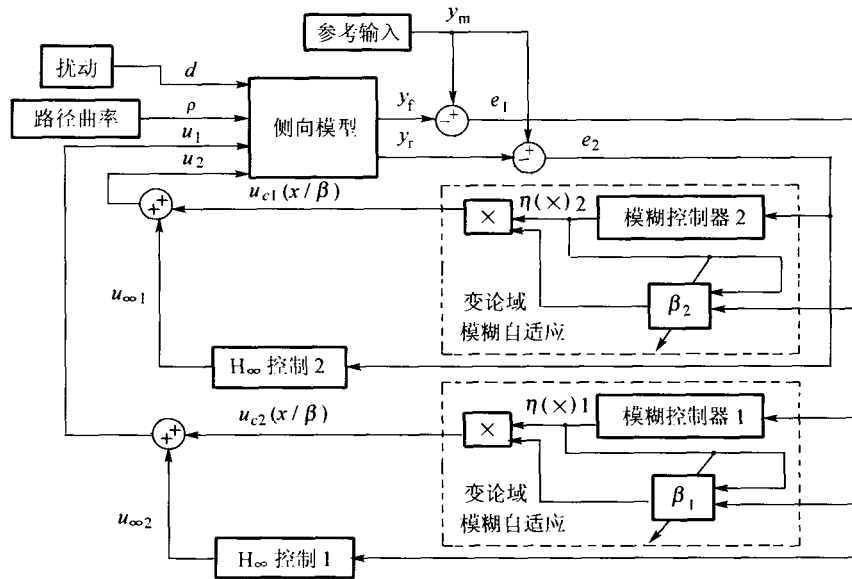


图 2 侧向系统的鲁棒自适应变论域模糊控制

Fig. 2 Structure of the variable universe fuzzy control

#### 3.1 变论域模糊自适应控制器 (Variable universe fuzzy controller)

设  $X_i = [-E, E] (i = 1, 2, \dots, n)$  为输入变量  $x_i (i = 1, 2, \dots, n)$  的论域,  $Y = [-U, U]$  为输出变量  $y$  的论域,  $\{A_{ij}\}_{(1 \leq j \leq m)}$  为  $X_i$  的模糊划分,  $\{B_j\}_{(1 \leq j \leq m)}$  为  $Y$  的模糊划分. 模糊推理规则为

If  $x_1$  is  $A_{1j}$  and  $x_2$  is  $A_{2j}$  and  $\dots$  and  $x_n$  is  $A_{nj}$

Then  $y$  is  $B_j, j = 1, \dots, m.$

$x_{ij}$  是  $A_{ij}$  的峰点,  $y_j$  是  $B_j$  的峰点, 则输出可以表示为

$$y \triangleq \sum_{j=1}^m \prod_{i=1}^n A_{ij}(x_i) y_j. \quad (5)$$

现以单输入单输出模糊控制为例简述所提出的方法. 设输入变量为误差  $e$ , 其初始论域(误差最大变化范围)为  $[-E, E], E$  为实数; 一般常用 7 个规则, 即用下述语言变量 [NB, NM, NS, ZE, PS, PM, PB] 把

$[-E, E]$  进行模糊划分. 可变论域的思想<sup>[14~16]</sup>: 在规则形式(形状)不变的前提下, 论域随着误差变小而收缩(当然亦可随着误差增大而膨胀)自行进行调整. 经过变换以后, 论域形式为

$$X_i(x_i) = [-\alpha_i(x_i)E_i, \alpha_i(x_i)E_i],$$

$$Y(y) = [-\beta(y)U, \beta(y)U].$$

$\alpha_i(x_i), \beta_i(x_i)$  为论域的伸缩因子. 建议选取伸缩因子  $\alpha(x) = 1 - \lambda \exp(-kx^2), \lambda \in (0, 1), k > 0$ . 综上所述, 变论域自适应模糊控制可以表示为

$$u_c(x/\beta) = \beta \sum_{i=1}^h \prod_{j=1}^n A_{ij} \left( \frac{x_j}{\alpha(x_j)} \right) y_i. \quad (6)$$

由式(6)可知, 选取合适的  $\beta$  可以优化自适应律.

#### 3.2 $H_\infty$ 直接自适应模糊控制器的设计 (Design of $H_\infty$ direct adaptive fuzzy controller)

若  $g_1(x)$  已知, 而且系统不受外部扰动, 可以构

造如下平衡控制器

$$\bar{u}_1 = \frac{1}{g_1(x)}(-f_1(x) + y_m^{(n)} + k_1^T e_1). \quad (7)$$

本文通过设计  $H_\infty$  控制器  $u_\infty$ , 减小由于逼近误差和外部扰动对跟踪误差的影响. 若式(4)中  $f_1(x)$  和  $g_1(x)$  已知, 可构造下述控制器

$$u_1^* = \bar{u}_1 - \frac{u_{\infty 1}}{g_1(x)}. \quad (8)$$

在  $u_1^*$  的控制下, 系统(4)的误差动态方程为

$$\dot{e}_1 = A_1 e_1 + B_1 u_{\infty 1} - B_1 d_1. \quad (9)$$

式中

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ -k_n & -k_{n-1} & -k_{n-2} & -k_{n-3} & \cdots & -k_2 & -k_1 \end{bmatrix},$$

$$B_1 = [0 \ 0 \ \cdots \ 0 \ 1]^T.$$

然而,  $f_1(x)$  未知, 因而不能直接计算  $u_1^*$ . 由广义逼近定理, 采用变论域模糊控制器  $u_{c1}(x/\beta)$  逼近  $\bar{u}_1$ ,

$$u_{c1}(x/\beta) = \beta_1^* \eta_1(x),$$

$$\eta_1(x) = \sum_{l=1}^h \prod_{j=1}^n A_{jl} \left( \frac{x_j}{\alpha(x_j)} \right) y_l. \quad (10)$$

由此, 式(8)可重写为

$$u_1 = u_{c1}(x/\beta) - \frac{u_{\infty 1}}{g_1(x)}. \quad (11)$$

经过简单的计算, 在控制器  $u_1$  的控制下, 系统(4)的误差动态方程

$$\begin{aligned} \dot{e}_1^{(n)} &= y_m^{(n)} - y_f^{(n)} = \\ & y_m^{(n)} - f_1(x) - g_1(x)u_1 - d_1 = \\ & y_m^{(n)} - f_1(x) - g_1(x)(\beta_1 \eta_1(x) - \bar{u}_1) - \\ & d_1 + u_{\infty 1} + f_1(x) - y_m^{(n)} + k_1^T e_1 = \\ & -k_1^T e_1 - g_1(\beta_1 \eta_1(x) - \bar{u}_1) + u_{\infty 1} - d_1 \end{aligned}$$

写成状态空间形式为

$$\dot{e}_1 = A e_1 + B_1 u_{\infty 1} - B_1 g_1(x)(u_{c1}(x/\beta) - \bar{u}_1) - B_1 d_1. \quad (12)$$

式中

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ -k_n & -k_{n-1} & -k_{n-2} & -k_{n-3} & \cdots & -k_2 & -k_1 \end{bmatrix},$$

$$B_1 = [0 \ 0 \ \cdots \ 0 \ 1]^T.$$

选取变论域模糊控制器的最优参数

$$\beta_1^* = \arg \min_{\beta \in \Omega_\beta} \left[ \sup_{x \in \Omega_x} \|u_{c1}(x/\beta) - \bar{u}_1\| \right]. \quad (13)$$

式中  $\Omega_x$  和  $\Omega_\beta$  为  $x_1$  和  $\beta_1$  约束集. 设模糊控制器的最小逼近误差

$$\omega_{c1} = -g_1(x)(u_1(x/\beta^*) - \bar{u}_1), \quad (14)$$

则动态误差方程(12)为

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 &= A e_1 + B_1 u_{\infty 1} - B_1 g_1(x)(u_1(x/\beta) - \\ & u_1(x/\beta^*)) - B_1 d_1 + B_1 \omega_{c1} = \\ & A e_1 + B_1 u_{\infty 1} - B_1 g_1(x)(\beta_1 - \\ & \beta_1^*) \eta_1(x) + B_1(\omega_{c1} - d_1) = \\ & A e_1 + B_1 u_{\infty 1} - B_1 g_1(x) \tilde{\beta}_1 \eta_1(x) + B_1 \omega_1. \end{aligned} \quad (15)$$

式中变量定义如下:

$$\tilde{\beta}_1 = \beta_1 - \beta_1^*, \quad (16)$$

$$\omega_1 = \omega_{c1} - d_1.$$

下面设计自适应律, 选取 Lyapunov 函数为

$$V = \frac{1}{2} e_1^T P_1 e_1 + \frac{1}{2\gamma_1} \tilde{\beta}_1^T \tilde{\beta}_1. \quad (17)$$

对式(17)求导, 则有

$$\dot{V} = \frac{1}{2} \dot{e}_1^T P_1 e_1 + \frac{1}{2} e_1^T P_1 \dot{e}_1 + \frac{1}{2\gamma_1} \dot{\tilde{\beta}}_1^T \tilde{\beta}_1 + \frac{1}{2\gamma_1} \tilde{\beta}_1^T \dot{\tilde{\beta}}_1, \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \frac{1}{2} [e_1^T A^T P_1 e_1 + u_{\infty 1}^T B_1^T P_1 e_1 - \\ & \tilde{\beta}_1^T \eta_1(x) g_1(x) B_1^T P_1 e_1 + \\ & \omega_1^T B_1^T P_1 e_1 + \frac{1}{\gamma_1} \dot{\tilde{\beta}}_1^T \tilde{\beta}_1 + e_1^T P_1 A e_1] + \\ & \frac{1}{2} [e_1^T P_1 B_1 u_{\infty 1} - e_1^T P_1 B_1 g_1(x) \eta_1^T(x) \tilde{\beta}_1 + \\ & e_1^T P_1 B_1 \omega_1 + \frac{1}{\gamma_1} \tilde{\beta}_1^T \dot{\tilde{\beta}}_1^T]. \end{aligned} \quad (19)$$

由于矩阵  $P$  为 Riccati-like 方程的解, 从而选取

$$u_{\infty 1} = -\frac{1}{r_1} B_1^T P_1 e_1, \quad (20)$$

则式(19)为

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \frac{1}{2} e_1^T \left( P_1 A + A^T P_1 - \frac{2}{r_1} P_1 B_1 B_1^T P_1 \right) e_1 - \\ & \tilde{\beta}_1^T \left( \eta_1(x) g_1(x) B_1^T P_1 e_1 - \frac{1}{\gamma_1} \dot{\tilde{\beta}}_1 \right) + \\ & \frac{1}{2} \omega_1^T B_1^T P_1 e_1 + \frac{1}{2} e_1^T P_1 B_1 \omega_1. \end{aligned} \quad (21)$$

由此, 选取伸缩因子的自适应律为

$$\dot{\beta}_1 = \gamma_1 \eta_1(x) g_1(x) B_1^T P_1 B_1 e_1. \quad (22)$$

由 Riccati-like 方程可得

$$P_1 A + A^T P_1 - \frac{2}{r_1} P_1 B_1 B_1^T P_1 = -Q_1 - \frac{1}{\rho_1^2} P_1 B_1 B_1^T P_1. \quad (23)$$

由式(22)(23), 式(21)可写为

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -\frac{1}{2} e_1^T Q_1 e_1 - \frac{1}{2\rho_1^2} e_1^T P_1 B_1 B_1^T P_1 e_1 + \\ & \frac{1}{2} (\omega_1^T B_1^T P_1 e_1 + e_1^T P_1 B_1 \omega_1) = \\ & -\frac{1}{2} e_1^T Q_1 e_1 - \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\rho_1} B_1^T P_1 e_1 - \rho_1 \omega_1 \right)^T \cdot \\ & \left( \frac{1}{\rho_1} B_1^T P_1 e_1 - \rho_1 \omega_1 \right) + \frac{1}{2} \rho_1^2 \omega_1^T \omega_1 \leq \\ & -\frac{1}{2} e_1^T Q_1 e_1 + \frac{1}{2} \rho_1^2 \omega_1^T \omega_1. \end{aligned} \quad (24)$$

对式(24)两边进行积分, 则

$$\begin{aligned} V(T) - V(0) \leq \\ -\frac{1}{2} \int_0^T e_1^T Q_1 e_1 dt + \frac{1}{2} \rho_1^2 \int_0^T \omega_1^T \omega_1 dt. \end{aligned} \quad (25)$$

由于  $V(T) \geq 0$ ,

$$\dot{\beta}_1 = \begin{cases} \gamma_1 \eta_1(x) g_1(x) B_1^T P_1 e_1, & \text{if } \|\beta_1\| < N_{\beta_1} \text{ or } (\|\beta_1\| = N_{\beta_1} \text{ and } e_1^T P_1 B_1 g_1(x) \beta_1 \eta_1(x) \leq 0), \\ \text{Proj}(\gamma_1 \eta_1(x) g_1(x) B_1^T P_1 e_1), & \text{if } \|\beta_1\| = N_{\beta_1} \text{ and } e_1^T P_1 B_1 g_1(x) \beta_1 \eta_1(x) > 0. \end{cases} \quad (28)$$

#### 4 仿真(Simulation)

仿真参数如表 1 所示. 所有仿真均在  $\mu = 1$ ,  $v = 70 \text{ cm/s}$  下进行的. 当参考路径是弯曲的曲线时需要加入马路的曲率, 为了消除曲率  $\rho_{\text{ref}}$  对系统的影响, 增加了前馈控制器, 这样就提高了控制器的性能. 前馈控制器的输出为  $\delta_{ff}$ :

$$\delta_{ff} = \frac{mv^2(c_r l_r - c_f l_f) + \mu c_f c_r (l_f + l_r)^2}{\mu c_f c_r (l_f + l_r)} \rho_{\text{ref}}. \quad (29)$$

式(24)可写成

$$\frac{1}{2} \int_0^T e_1^T Q_1 e_1 dt \leq V(0) + \frac{1}{2} \int_0^T \omega_1^T \omega_1 dt. \quad (26)$$

式中  $V(0) = e_1^T(0) P_1 e_1(0) + \frac{1}{\gamma_1} \bar{\beta}_1^T(0) \bar{\beta}_1(0)$ , 这便保证了  $H_\infty$  跟踪性能.

考虑到参数  $\beta_1$  的取值, 设  $\Omega_{\beta_1} = [\beta_1 / \|\beta_1\| \leq N_{\beta_1}]$ ,  $N_{\beta_1}$  是一个正常数. 采用投影算子对式(22)进行修正,

$$\begin{aligned} \text{Proj}(\gamma_1 \eta_1(x) g_1(x) B_1^T P_1 e_1) = \\ \gamma_1 \eta_1(x) g_1(x) B_1^T P_1 e_1 - \frac{\gamma_1 e_1^T P_1 B_1 g_1(x) \eta_1(x) \beta_1}{\|\beta_1\|^2} \beta_1, \end{aligned} \quad (27)$$

则式(22)可写成

加入前馈控制器后, 系统的输入转角为  $\delta_f = \delta_{fb} + \delta_{ff}$ .

表 1 模型参数<sup>[12]</sup>  
Table 1 Model parameters<sup>[12]</sup>

$M/\text{kg}$	$J/(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$	$l_f/\text{m}$	$l_r/\text{m}$	$d_f/\text{m}$	$d_r/\text{m}$	$c_f = c_r/(\text{N}\cdot\text{rad}^{-1})$
1573	2873	1.1	1.58	1.96	2.49	80000

#### 4.1 线性 T-S 模糊系统仿真结果(Simulation results of linear T-S fuzzy system)

基于线性 T-S 模糊系统的自适应控制器的结构如图 3 所示.

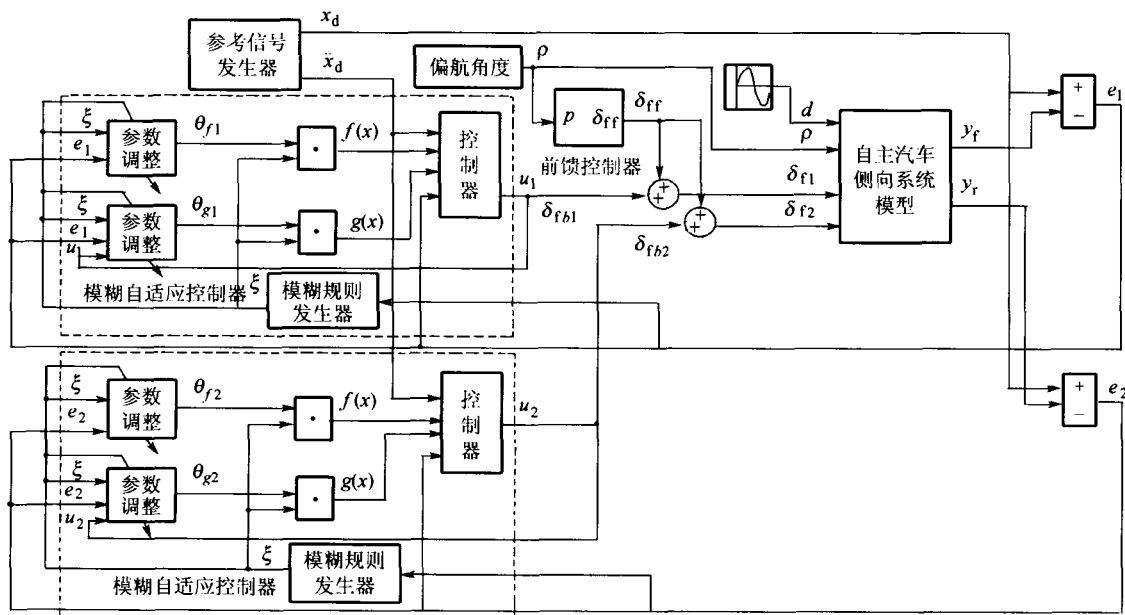


图 3 基于线性 T-S 模糊系统的自适应控制  
Fig. 3 Control structure of T-S fuzzy system

选取误差和误差变化率的隶属度函数如下:

$$\begin{aligned}
 e_N &= \min(1, \max(0, 1 - (e + 2)/4)), \\
 e_P &= \min(1, \max(0, 1 + (e - 2)/4)), \\
 \dot{e}_{NB} &= \min(1, \max(0, 1 - (\dot{e} + 20)/19)), \\
 \dot{e}_{NS} &= \max(0, \min(1 + (\dot{e} + 1)/19, \\
 &\quad 1 - (\dot{e} + 1)/0.65)), \\
 \dot{e}_{NVS} &= \max(0, \min(1 + (\dot{e} + 0.35)/0.65, \\
 &\quad 1 - (\dot{e} + 0.35)/0.7)), \\
 \dot{e}_{PVS} &= \max(0, \min(1 + (\dot{e} - 0.35)/0.7, \\
 &\quad 1 - (\dot{e} - 0.35)/0.65)), \\
 \dot{e}_{PS} &= \max(0, \min(1 + (\dot{e} - 1)/0.65, \\
 &\quad 1 - (\dot{e} - 1)/19)), \\
 \dot{e}_{PB} &= \min(1, \max(0, 1 + (\dot{e} - 20)/19)).
 \end{aligned}$$

侧向给定间距 20cm, 参考路径曲率如图 4 所示. 加入正弦扰动  $y = \sin(10x)$ , 前后轮的侧向距离  $y_f$  和  $y_r$  的跟踪轨迹如图 5, 6 所示, 上升时间将近 2s, 在扰动的作用下稳态值有抖动, 因为扰动的幅值为 1, 相对于给定的 0.2 而言已经很大了, 所以有些抖动还是正常的.

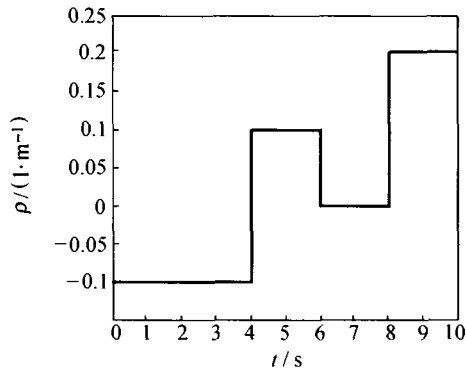


图 4 参考路径曲率  $\rho$   
Fig. 4  $\rho$  of reference pathway

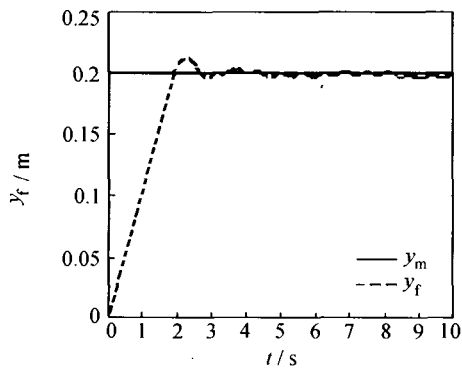


图 5  $y_f$  响应  
Fig. 5 Response  $y_f$

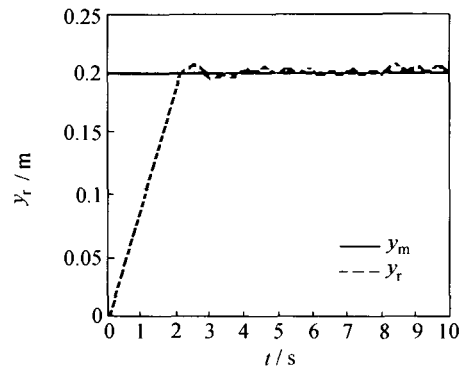


图 6  $y_r$  响应  
Fig. 6 Response  $y_r$

#### 4.2 鲁棒自适应变论域模糊控制的仿真结果 (Simulation results of robust adaptive variable universe fuzzy control)

采用变论域自适应模糊控制器, 控制侧向系统的状态  $x_1, x_3$  去跟踪给定的参考信号  $y_m$ , 获取  $H_\infty$  跟踪性能. 在扰动  $d$  为正弦信号的情况下, 控制器设计步骤如下:

第 1 步 选取反馈增益向量  $k = [1 \ 2]$ ;

第 2 步 选取矩阵  $Q = \begin{bmatrix} 6 & 0 \\ 0 & 6 \end{bmatrix}$ , 调节系数  $\gamma = 1$ , 取  $\rho = 0.05, r = 0.005$ ;

第 3 步 由 Riccati-like 方程, 计算 3 种情况下 Riccati-like 的解  $P = \begin{bmatrix} 9 & 3 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$ ;

第 4 步 选取误差和误差变化率的隶属度函数如下:

$$\begin{aligned}
 e_{NB} &= \min(1, \max(0, -3e/2 - 2)), \\
 e_{NM} &= \max(0, \min(3e/2 + 3, -3e/2 - 1)), \\
 e_{NS} &= \max(0, \min(3e/2 + 2, -3e/2)), \\
 e_{ZE} &= \max(0, \min(3e/2 + 1, -3e/2 + 1)), \\
 e_{PS} &= \max(0, \min(3e/2, -3e/2 + 2)), \\
 e_{PM} &= \max(0, \min(3e/2 - 1, 3e/2 + 3)), \\
 e_{PB} &= \min(1, \max(0, 3e/2 - 2)), \\
 \dot{e}_{NB} &= \min(1, \max(0, -3\dot{e}/8 - 2)), \\
 \dot{e}_{NM} &= \max(0, \min(3\dot{e}/8 + 3, -3\dot{e}/8 - 1)), \\
 \dot{e}_{NS} &= \max(0, \min(3\dot{e}/8 + 2, -3\dot{e}/8)), \\
 \dot{e}_{ZE} &= \max(0, \min(3\dot{e}/8 + 1, -3\dot{e}/8 + 1)), \\
 \dot{e}_{PS} &= \max(0, \min(3\dot{e}/8, -3\dot{e}/8 + 2)), \\
 \dot{e}_{PM} &= \max(0, \min(3\dot{e}/8, -3\dot{e}/8 + 3)), \\
 \dot{e}_{PB} &= \min(1, \max(0, 3\dot{e}/8 - 2)).
 \end{aligned}$$

状态变量的初始值  $x(0) = [0, 0]$ , 调节参数  $\beta(0) = 0$ ;

第5步 用式(28)计算参数自适应律.

侧向给定间距 20 cm, 参考路径曲率如图 7 所示; 加入正弦扰动  $y = \sin(10x)$ , 前后轮的侧向距离  $y_f$  和  $y_r$  的跟踪轨迹如图 8, 9 所示, 伸缩因子的变化情况如图 10, 11 所示. 上升时间不足 0.2 s, 比基于线性 T-S 模糊系统的自适应方法的响应速度更快. 在相同扰动作用下, 稳态值趋于恒定. 可见鲁棒自适应变论域模糊控制很好地克服了大扰动作用, 抗干扰效果好.

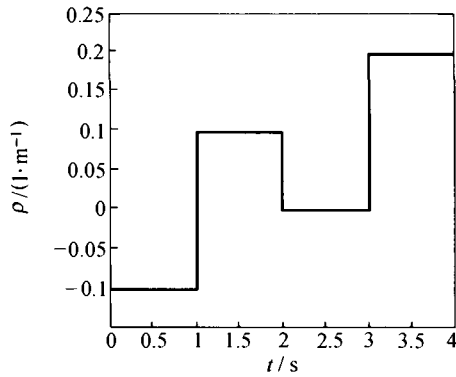


图 7 参考路径曲线  $\rho$   
Fig. 7  $\rho$  of reference pathway

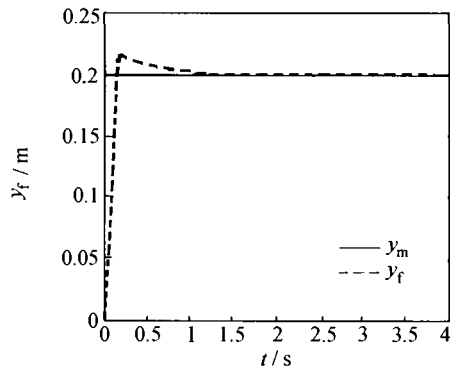


图 8  $y_f$  响应  
Fig. 8 Response  $y_f$

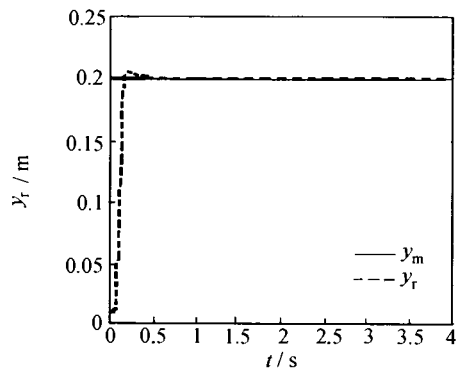


图 9  $y_r$  响应  
Fig. 9 Response  $y_r$

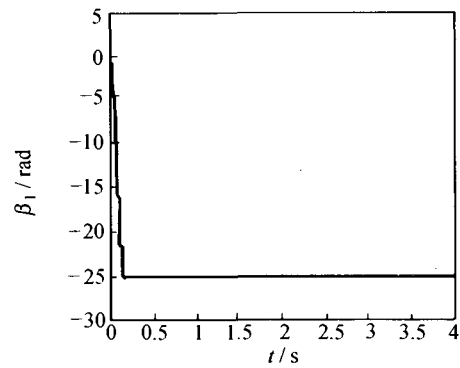


图 10 控制器 1 中的  $\beta_1$   
Fig. 10  $\beta_1$  in controller 1

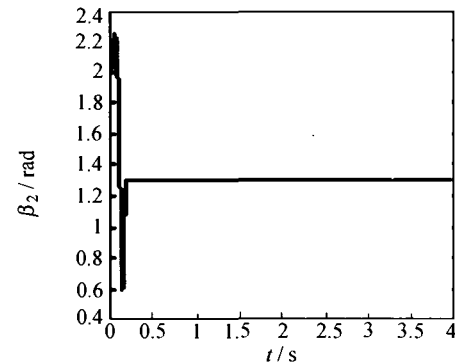


图 11 控制器 2 中的  $\beta_2$   
Fig. 11  $\beta_2$  in controller 2

本文还进一步研究了汽车在变换车道时的情况, 即侧向距离的给定在 20 cm 与 30 cm 间变换, 马路的曲率和干扰仍然加入, 这样加大了难度, 要使汽车在转弯的同时变换车道. 由仿真结果可见, 鲁棒自适应变论域模糊控制的控制效果还是非常好的, 前后轮的轨迹都达到了理想的跟踪效果, 只有在给定突变时, 才会产生显著偏差, 但是很快就又逼近新的给定值了. 前后轮的侧向距离  $y_f$  和  $y_r$  的跟踪轨迹如图 12 所示, 伸缩因子的变化情况如图 13, 14 所示.

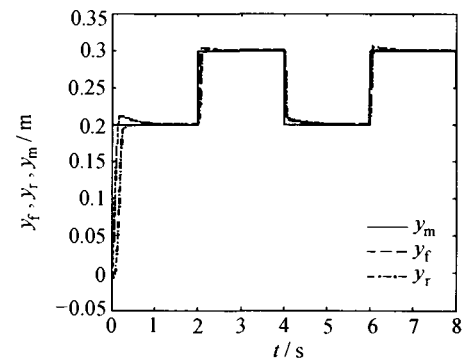


图 12  $y_f$  和  $y_r$  的响应  
Fig. 12 Responses  $y_f$  and  $y_r$

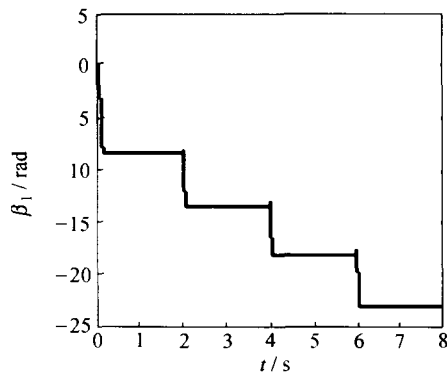


图 13 控制器 1 中的  $\beta_1$   
Fig. 13  $\beta_1$  in controller 1

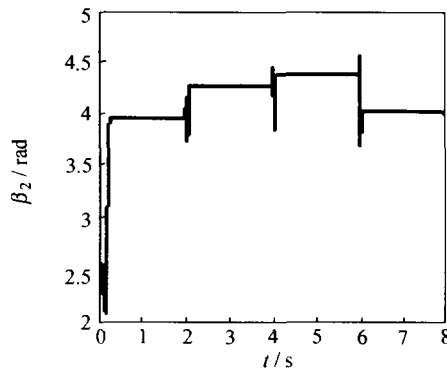


图 14 控制器 2 中的  $\beta_2$   
Fig. 14  $\beta_2$  in controller 2

## 5 结论(Conclusion)

将变论域模糊控制、自适应技术和  $H_\infty$  最优控制理论相结合,实现对自主汽车的侧向系统进行控制,不仅扩充了  $H_\infty$  最优控制的智能性,而且还提高了变论域模糊控制的鲁棒性.传统的自适应模糊控制不可能完全消除逼近误差,因而控制精度不高.对基于线性 T-S 模糊系统的自适应控制和鲁棒自适应变论域模糊控制两种方法在自主汽车的侧向系统的控制上都作了研究及仿真,无论是在响应的快速性,还是逼近效果上鲁棒自适应变论域模糊控制方法的控制效果都是比较理想的,仿真结果表明了算法的实用性和有效性,而且本文对变换车道也做了研究,仿真结果十分理想.

## 参考文献(References):

- [1] FENTON R E. IVHS/AHS: driving into the future [J]. *IEEE Control Systems Magazine*, 1994, 14(4): 13 - 20.
- [2] HEDRICK J K, LIM E H M. Lateral and longitudinal vehicle control coupling for automated vehicle operation [C]// *Proc of American Control Conference*. San Diego, California; [s. n.], 1999, 5: 3676 - 3680.

- [3] CAI Lin. *Design and implementation of a novel adaptive cruise control* [D]. Hong Kong: The Hong Kong Polytechnic University, 2004.
- [4] HESSBURG T, TOMIZUKA M. Fuzzy logic control for lateral vehicle guidance [J]. *IEEE Control Systems Magazine*, 1994, 14(4): 55 - 63.
- [5] GULDNER J, SIENEL W, TAN Han-Shue, et al. Robust automatic steering control for look-down reference systems with front and rear sensors [J]. *IEEE Trans on Control Systems Technology*, 1999, 7(1): 2 - 11.
- [6] YANG Gao, MENG Joo Er. Online adaptive Fuzzy Neural Identification and control of a class of MIMO nonlinear systems [J]. *IEEE Trans on Fuzzy Systems*, 2003, 11(4): 462 - 477.
- [7] CHANG Yeong-Chan. Adaptive fuzzy-based tracking control for nonlinear SISO systems via VSS and approaches [J]. *IEEE Trans on Fuzzy Systems*, 2001, 9(2): 278 - 292.
- [8] CHEN B S, LEE C H, CHANG Yeong-Chan.  $H_\infty$  tracking design of uncertain nonlinear SISO systems: adaptive fuzzy approach [J]. *IEEE Trans on Fuzzy Systems*, 1996, 4(1): 32 - 43.
- [9] CHEN B S, LEE C H.  $H_\infty$  adaptive fuzzy tracking control design in a class of uncertain nonlinear systems [C]// *Proc of the 14th World Congress of IFAC*. Beijing: IFAC, 1999: 209 - 214.
- [10] WANG L X. *Adaptive Fuzzy System and Control: Design and Stability Analysis* [M]. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1994.
- [11] LEU Y G, LEE T T, WANG W Y. Observer-based adaptive fuzzy-neural control for unknown nonlinear dynamical systems [J]. *IEEE Trans on System, Man, and Cybernetics*, 1999, 29(5): 583 - 591.
- [12] CHEN B S, LEE T S, FENG J H. A nonlinear  $H_\infty$  control design in robotic systems under parameter perturbation and external disturbance [J]. *Int J Control*, 1994, 59(5): 439 - 461.
- [13] JIA Yingmin. Robust control with decoupling performance for steering and traction of 4WS vehicles under velocity-varying motion [J]. *IEEE Trans on Control Systems Technology*, 2000, 8(3): 554 - 569.
- [14] 李洪兴. 变论域自适应模糊控制器 [J]. *中国科学(E 辑)*, 1999, 29(1): 32 - 42.  
(LI Hongxing. Variable universe adaptive fuzzy control [J]. *Science in China (Series E)*, 1999, 29(1): 32 - 42.)
- [15] 李洪兴, 苗志宏, 王加银. 四级倒立摆的变论域自适应模糊控制 [J]. *中国科学(E 辑)*, 2002, 32(1): 65 - 75.  
(LI Hongxing, MAO Zhihong, WANG Jiayin. Variable universe adaptive fuzzy control on the quadruple inverted pendulum [J]. *Science in China (Series E)*, 2002, 32(1): 65 - 75.)
- [16] 李洪兴. 从模糊控制的数学本质看模糊逻辑的成功 [J]. *模糊数学与数学*, 1995, 9(4): 1 - 14.  
(LI Hongxing. To see the success of fuzzy logic from mathematic essence of fuzzy control [J]. *Fuzzy and Mathematics*, 1995, 9(4): 1 - 14.)

## 作者简介:

郭纯 (1982—), 女, 南开大学研究生, 研究方向为控制理论与应用, E-mail: guochun@mail.nankai.edu.cn;

王江 (1964—), 男, 教授, 博士生导师, 研究方向为非线性控制、生物系统与控制, E-mail: jiangwang@tju.edu.cn;

乔国栋 (1979—), 男, 天津大学研究生, 研究方向为模糊控制、生物系统与控制.