第22卷第6期
2005年12月

控制理论与应用
Control Theory & Applications

Vol.22 No.6
Dec. 2005

文章编号：1000-8152(2005)06-0939-08

不确定状态滞后线性跳跃系统的时滞相关鲁棒非脆弱 H_∞ 控制

康　宇，奚宏生，季海波，王　俊
（中国科学技术大学 自动化系，安徽 合肥 230027）

摘要：讨论了一类具有Markov跳跃参数的不确定混合线性时滞系统的鲁棒非脆弱控制问题.给出了使系统鲁棒随机稳定并具有给定的 H_∞ 性能的充分条件.并且通过参数变换和Schur补定理，将已得出的充分条件转化成一系列耦合的线性矩阵不等式形式以便于控制器参数的求解.仿真结果表明了本文提出的鲁棒非脆弱控制方法的有效性.

关键词：鲁棒非脆弱 H_∞ 控制；马氏线性跳跃系统；耦合线性矩阵不等式
中图分类号：TP13　　**文献标识码**：A

Delay-dependent robust and non-fragile H-infinity control for uncertain state-delayed jump linear systems

KANG Yu, XI Hong-sheng, JI Hai-bo, WANG Jun
(Department of Automation, China University of Science & Technology, Hefei Anhui 230027, China)

Abstract: This paper studies the problem of stochastic stability and disturbance attenuation for a class of uncertain Markovian jump linear systems with time-delays which are time-varying and depend on the system mode. Sufficient conditions for the existence of a robust and non-fragile H-infinity controller are derived. By using the change of variables and Schur complements, the obtained conditions can be rewritten as a set of coupled linear matrix inequalities(LMIs), and the H-infinity controller can be constructed through the numerical solution of these LMIs. An illustrative numerical example is provided to demonstrate the effectiveness of the proposed approach.

Key words: robust and non-fragile H-infinity control; Markovian jump linear systems; coupled linear matrix inequalities

1 引言(Introduction)

近年来对具有Markov跳跃参数的不确定混合线性时滞系统的研究已经得到了国内外学者的广泛关注，并已有若干成果[1~3]，并且随着求解 H_∞ 控制问题方法的不断发展，基于 H_∞ 控制理论的鲁棒控制也被引入到这一领域中[4~7].但是上述文献所提出的鲁棒控制设计方法都有一个共同的前提假设，即控制器是可以准确实现的；而实际运用中由于控制器（或执行机构）的实现受到生产制造技术水平的限制，以及由于工作环境的变化所引起的控制系统元器件老化或损坏等诸多因素，都会造成控制器参数发生一定程度的变化. Kell 和 Bhattacharyya 在1997年文献[8]中通过实例指出了传统的最优和鲁棒控制器设计，由于忽略了控制器参数的微小摄动往往会导致原来稳定的闭环系统失去稳定或稳定性能下降，从而提出了脆弱和非脆弱控制器的概念.在随后的几年里，这一问题在一般线性和非线性系统领域得到了较为深入的研究[9~11].

另外由于时滞系统的鲁棒控制设计在很大程度上依赖于系统在时滞过程中的信息，而在实际控制中很难完全精确得到时滞过程中的全部信息，因此它的鲁棒稳定性准则要比非时滞系统保守得多[12,13].如何降低时滞系统鲁棒稳定性准则的保守性也是近年来国内外学者广泛关注的问题，特别是文献[12]针对一类一般线性时滞系统提出了一种寻求 $x(t)-\int_{t-\tau}^{t}\dot{x}(s)\mathrm{d}s$ 与 $x(t-\tau)$ 之间的优化加权关联矩阵的新方法，在很大程度上降低了系统的鲁棒稳定性准则保守性.本文将这一方法推广到混合线性时滞系统中，用于研究混合线性时滞系统中的鲁棒非脆弱控制问题.

收稿日期：2003-12-09；收修改稿日期：2005-04-15.
基金项目：国家自然科学基金资助项目(60274012).

2 问题描述(Problem statement)

考虑如下具有连续 Markov 跳跃过程的不确定混合线性时滞系统

$$\begin{cases}\dot{x}(t)=[A_1(r_t)+\Delta A_1(r_t,t)]x(t)+\\ \qquad [A_2(r_t)+\Delta A_2(r_t,t)]x(t-\tau_{r_t}(t))+\\ \qquad [B_1(r_t)+\Delta B_1(r_t,t)]u(t)+B_2(r_t)w(t),\\ z(t)=[C(r_t)+\Delta C(r_t,t)]x(t),\\ x(s)=f(s),\ r_s=r_0,\ s\in[-\mu,0].\end{cases} \tag{1}$$

其中: $x(t)\in\mathbb{R}^n$ 是系统的状态变量, $u(t)\in\mathbb{R}^{m_1}$ 是控制输入, $w(t)\in\mathbb{R}^{m_2}$ 是 $L_2[0,\infty)$ 上的任意外部扰动信号, $L_2[0,\infty)$ 表示由 $[0,\infty)$ 上任意均方可积的向量函数所张成的空间, $z(t)\in\mathbb{R}^{m_3}$ 是系统的输出, $f(\cdot):\mathbb{R}\to\mathbb{R}^n$ 是时间的连续函数, r_t 是在离散有限集 $S=\{1,2,\cdots,N\}$ 上取值的连续时间 Markov 跳跃过程[5],其转移概率是

$$P\{r_{t+\Delta}=j\mid r_t=i\}=\begin{cases}\pi_{ij}\Delta+o(\Delta), & i\neq j,\\ 1+\pi_{ii}\Delta+o(\Delta), & i=j.\end{cases}$$

其中

$$\lim_{\Delta\to0}o(\Delta)/\Delta=0\quad(\Delta>0),$$

$\pi_{ij}(i,j=1,2,\cdots,N)$ 表示 r_t 从模态 i 跳转到 j 的转移率,并且

$$\pi_{ii}=-\sum_{j\neq i}\pi_{ij}(\pi_{ij}\geqslant0,\ j\neq i). \tag{2}$$

对每一个 $r_t\in S$,系统的时变时滞参数 $\tau_{r_t}(t)$ 具有如下性质:

$$0<\tau_{r_t}(t)\leqslant\mu_{r_t}<\infty,\ \dot{\tau}_{r_t}(t)\leqslant h_{r_t}<1,\ \forall r_t\in S. \tag{3}$$

其中:对每一个 $r_t\in S$, μ_{r_t}, h_{r_t} 为已知的正常数, $\mu=\max\{\mu_{r_t},r_t\in S\}$,并有如下假设:

假设 1[4] 假设总存在常数 $\rho>0$ 使得

$$\|x(t+\theta)\|\leqslant\rho\|x(t)\|,\ \theta\in[-2\mu,0], \tag{4}$$

$A_1(r_t)\in\mathbb{R}^{n\times n}$, $A_2(r_t)\in\mathbb{R}^{n\times n}$, $B_1(r_t)\in\mathbb{R}^{n\times m_1}$, $B_2(r_t)\in\mathbb{R}^{n\times m_2}$, $C(r_t)\in\mathbb{R}^{m_3\times n}$ 是已知的常数矩阵. $\Delta A_1(r_t,t)\in\mathbb{R}^{n\times n}$, $\Delta A_2(r_t,t)\in\mathbb{R}^{n\times n}$, $\Delta B_1(r_t,t)\in\mathbb{R}^{n\times m_1}$, $\Delta C(r_t,t)\in\mathbb{R}^{m_3\times n}$ 是未知的时变不确定矩阵,并具有结构形式

$$\begin{aligned}&[\Delta A_1(r_t,t)\quad \Delta A_2(r_t,t)\quad \Delta B_1(r_t,t)]=\\&H_1(r_t)F(r_t,t)[E_1(r_t)\quad E_2(r_t)\quad E_3(r_t)],\\&\Delta C(r_t,t)=H_2(r_t)F(r_t,t)E_4(r_t).\end{aligned}$$

其中对每一个 $r_t\in S$, $H_1(r_t)$, $H_2(r_t)$, $E_1(r_t)$, $E_2(r_t)$, $E_3(r_t)$, $E_4(r_t)$ 是已知的具有适当维数的常数矩阵, $F(t,r_t)$ 是未知的具有适当维数的时变不确定矩阵,并满足

$$F^{\mathrm T}(r_t,t)F(r_t,t)\leqslant I,\ \forall r_t\in S. \tag{5}$$

以后将简记 $r_t=i$ 时刻的矩阵 $M(r_t=i)$ 为 M_i.

本文采用的是线性反馈控制器

$$u(t)=K(r_t)x(t). \tag{6}$$

考虑到控制器的脆弱性问题,可将实际工作中控制器结构表示为[10]

$$u(t)=[I+\alpha(r_t)\phi(r_t,t)]K(r_t)x(t). \tag{7}$$

其中 $\alpha(r_t)\in\mathbb{R}$, $\phi(r_t,t)\in\mathbb{R}^{m_1\times m_1}$, $K(r_t)\in\mathbb{R}^{m_1\times n}$, $\alpha(r_t)\phi(r_t,t)K(r_t)$ 为控制器的摄动增益矩阵,并且对任意 $r_t\in S$,

$\alpha(r_t)>0$, $\alpha(r_t)$ 为已知正常数,

$\phi^{\mathrm T}(r_t,t)\phi(r_t,t)\leqslant I$, $\phi(r_t,t)$ 为未知时变摄动矩阵.

本文的目标是

i) 在外部扰动 $w(t)=0$ 的情况下,寻求使时滞跳跃系统(1)呈均方意义下指数稳定的充分条件.即存在正常数 $a>0$, $b>0$ 使得,从初始状态 x_0 出发的系统状态方程解 $x_t(x_0)$ 满足[15]

$$\mathrm{E}\{\|x_t(x_0)\|^2\}\leqslant b\|x_0\|^2\mathrm{e}^{-at};$$

ii) 在零初始条件下,寻求使时滞跳跃系统(1)具有给定的 H_∞ 性能 $\gamma(\gamma>0)$,即闭环系统具有有限 L_2 增益 γ:

$$J=\mathrm{E}\{\int_0^T[z^{\mathrm T}(t)z(t)-\gamma^2w^{\mathrm T}(t)w(t)]\mathrm{d}t\}\leqslant0,\quad \forall w(t)\in L_2[0,\infty) \tag{8}$$

的充分条件.

3 不确定混合线性时滞系统鲁棒非脆弱镇定(Robust and non-fragile stabilization for uncertain hybrid linear systems with time delays)

首先引入两个矩阵不等式引理.

引理 1[14] Schur 补定理.若 $Q_{22}>0$,则矩阵

$$Q=\begin{bmatrix}Q_{11} & Q_{12}\\ Q_{12}^{\mathrm T} & Q_{22}\end{bmatrix} \tag{9}$$

为正定矩阵的充要条件是

$$Q_{11}-Q_{12}Q_{22}^{-1}Q_{12}^{\mathrm T}>0.$$

其中矩阵不等式 $M>0$ 表示 M 为正定矩阵.

引理 2[12] 对于具有适当维数的矩阵 $Q=Q^{\mathrm T}$, H, E, $R=R^{\mathrm T}>0$,则对于任何满足 $F^{\mathrm T}F\leqslant R$ 的矩阵 F 都有

$$Q+HFE+E^{\mathrm T}F^{\mathrm T}H^{\mathrm T}<0$$

成立的充分必要条件是存在正常数 $\lambda > 0$ 使得

$$Q + \lambda HH^{\mathrm{T}} + \lambda^{-1}E^{\mathrm{T}}RE < 0.$$

定理 1　对于不确定混合线性时滞系统(1),假定外部扰动输入为零 ($w(t) = 0$). 如果存在正定矩阵 $P_i > 0, Q > 0, Z > 0$,控制器系数矩阵 K_i,半正定矩阵 $X_i = \begin{bmatrix} X_i^1 & X_i^2 \\ X_i^{2\mathrm{T}} & X_i^3 \end{bmatrix} \geqslant 0$,以及具有适当维数的矩阵 Y_i, T_i 和正常数 $\lambda_{1i} > 0, \lambda_{2i} > 0 (i \in S)$ 使得下列 n 个线性耦合矩阵不等式(10) 和 n 个线性矩阵不等式(11)同时成立:

$$\bar{W}_i = \begin{bmatrix} \Phi_{11} + \lambda_{2i}E_{1i}^{\mathrm{T}}E_{1i} & \Phi_{12}+\lambda_{2i}E_{1i}^{\mathrm{T}}E_{2i} & \mu A_{1i}^{\mathrm{T}}Z & P_iB_{1i}+\lambda_{2i}E_{1i}^{\mathrm{T}}E_{3i} & K_i^{\mathrm{T}} & P_iH_{1i} & K_i^{\mathrm{T}} \\ \Phi_{12}^{\mathrm{T}}+\lambda_{2i}E_{2i}^{\mathrm{T}}E_{1i} & \Phi_{22}+\lambda_{2i}E_{2i}^{\mathrm{T}}E_{2i} & \mu A_{2i}^{\mathrm{T}}Z & \lambda_{2i}E_{2i}^{\mathrm{T}}E_{3i} & 0 & 0 & 0 \\ \mu ZA_{1i} & \mu ZA_{2i} & -\mu Z & \mu ZB_{1i} & 0 & \mu ZH_{1i} & 0 \\ B_{1i}^{\mathrm{T}}P_i+\lambda_{2i}E_{3i}^{\mathrm{T}}E_{1i} & \lambda_{2i}E_{3i}^{\mathrm{T}}E_{2i} & \mu B_{1i}^{\mathrm{T}}Z & -I+\lambda_{2i}E_{3i}^{\mathrm{T}}E_{3i} & 0 & 0 & 0 \\ K_i & 0 & 0 & 0 & -I+\lambda_{1i}\alpha_i^2 I & 0 & 0 \\ H_{1i}^{\mathrm{T}}P_i & 0 & \mu H_{1i}^{\mathrm{T}}Z & 0 & 0 & -\lambda_{2i}I & 0 \\ K_i & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\lambda_{1i}I \end{bmatrix}_{i\in S} < 0, \tag{10}$$

$$\Gamma_i = \begin{bmatrix} X_i^1 & X_i^2 & Y_i \\ X_i^{2\mathrm{T}} & X_i^3 & T_i \\ Y_i^{\mathrm{T}} & T_i^{\mathrm{T}} & Z \end{bmatrix}_{i\in S} \geqslant 0. \tag{11}$$

其中

$$\Phi_{11} = A_{1i}^{\mathrm{T}}P_i + P_iA_{1i} + \sum_{j=1}^{N}\pi_{ij}P_j + Y_i + Y_i^{\mathrm{T}} + (1+\eta\mu)Q + \mu X_i^1,$$

$$\Phi_{12} = P_iA_{2i} - Y_i + T_i^{\mathrm{T}} + \mu X_i^2,$$

$$\Phi_{22} = -T_i - T_i^{\mathrm{T}} - (1-h_i)Q + \mu X_i^3,$$

$$\eta = \max\{|\pi_{ii}|, i \in S\},$$

则控制器 $u(t) = K(r_t)x(t)$ 是鲁棒非脆弱的,且系统(1)的闭环系统呈均方意义下指数稳定.

证　首先考虑没有外部扰动且控制器无摄动时的标称混合线性时滞系统 Σ_0(即系统(1) 中 $w(t) = 0, \Delta A_1(r_t,t) = 0, \Delta A_2(r_t,t) = 0, \Delta B_1(r_t,t) = 0, \Delta C(r_t,t) = 0, \phi(r_t,t) = 0$). 取 Lyapunov 函数如下:

$$V(x(t), r_t, t) = V_1 + V_2 + V_3 + V_4, \tag{12}$$

$$V_1 = x^{\mathrm{T}}(t)P(r_t)x(t),$$

$$V_2 = \int_{t-\tau_{r_t}(t)}^{t} x^{\mathrm{T}}(s)Qx(s)\mathrm{d}s,$$

$$V_3 = \eta\int_{-\mu}^{0}\int_{t+\beta}^{t} x^{\mathrm{T}}(s)Qx(s)\mathrm{d}s\mathrm{d}\beta,$$

$$V_4 = \int_{-\mu}^{0}\int_{t+\beta}^{t} \dot{x}^{\mathrm{T}}(s)Z\dot{x}(s)\mathrm{d}s\mathrm{d}\beta.$$

假设在 t 时刻有 $r_t = i \in S$,取马氏无穷小算子[15],则有

$$\Psi V_1 = x^{\mathrm{T}}(t)[(A_{1i}+B_{1i}K_i)^{\mathrm{T}}P_i + P_i(A_{1i}+B_{1i}K_i) + \sum_{j=1}^{N}\pi_{ij}P_j]x(t) + x^{\mathrm{T}}(t)P_iA_{2i}x(t-\tau_i(t)) + x^{\mathrm{T}}(t-\tau_i(t))A_{2i}^{\mathrm{T}}P_ix(t), \tag{13}$$

$$\Psi V_2 \leqslant x^{\mathrm{T}}(t)Qx(t) - (1-h_i)x^{\mathrm{T}}(t-\tau_i(t))Qx(t-\tau_i(t)) + \sum_{j=1}^{N}\pi_{ij}\int_{t-\tau_j(t)}^{t} x^{\mathrm{T}}(s)Qx(s)\mathrm{d}s, \tag{14}$$

$$\Psi V_3 = \eta\mu x^{\mathrm{T}}(t)Qx(t) - \eta\int_{t-\mu}^{t} x^{\mathrm{T}}(s)Qx(s)\mathrm{d}s, \tag{15}$$

$$\Psi V_4 = \mu\dot{x}^{\mathrm{T}}(t)Z\dot{x}(t) - \int_{t-\mu}^{t}\dot{x}^{\mathrm{T}}(s)Z\dot{x}(s)\mathrm{d}s \leqslant \mu\dot{x}^{\mathrm{T}}(t)Z\dot{x}(t) - \int_{t-\tau_i(t)}^{t}\dot{x}^{\mathrm{T}}(s)Z\dot{x}(s)\mathrm{d}s. \tag{16}$$

由式(2)和(3)有

$$\sum_{j=1}^{N}\pi_{ij}\int_{t-\tau_j(t)}^{t} x^{\mathrm{T}}(s)Qx(s)\mathrm{d}s \leqslant -\pi_{ii}\int_{t-\mu}^{t} x^{\mathrm{T}}(s)Qx(s)\mathrm{d}s \leqslant \eta\int_{t-\mu}^{t} x^{\mathrm{T}}(s)Qx(s)\mathrm{d}s. \tag{17}$$

另一方面考虑到如下关系式成立:

i)

$$\mu\xi^{\mathrm{T}}(t)X(r_t)\xi(t) - \int_{t-\tau_{r_t}(t)}^{t}\xi^{\mathrm{T}}(t)X(r_t)\xi(t)\mathrm{d}s \geqslant 0; \tag{18}$$

ii)

$$2[x^{\mathrm{T}}(t)Y(r_t) + x^{\mathrm{T}}(t-\tau_{r_t}(t))T(r_t)] \times [x(t) - \int_{t-\tau_{r_t}(t)}^{t}\dot{x}(s)\mathrm{d}s - x(t-\tau_{r_t}(t))] = 0. \tag{19}$$

其中 $\xi^{\mathrm{T}}(t) = [x^{\mathrm{T}}(t) \quad x^{\mathrm{T}}(t-\tau_{r_t}(t))]$, 因此有

$$\Psi V(x(t),i,t) \leqslant \xi^{\mathrm{T}}(t)\Xi_i\xi(t) - \int_{t-\tau_i(t)}^{t}\chi^{\mathrm{T}}(t,s)\Gamma_i\chi(t,s)\mathrm{d}s. \tag{20}$$

其中

$$\chi^{\mathrm{T}}(t,s) = [x^{\mathrm{T}}(t) \quad x^{\mathrm{T}}(t-\tau_i(t)) \quad \dot{x}^{\mathrm{T}}(s)],$$

$$\Xi_i = \begin{bmatrix} \Phi_{11} + K_i^{\mathrm{T}}B_{1i}^{\mathrm{T}}P_i + P_iB_{1i}K_i + \mu(A_{1i}+B_{1i}K_i)^{\mathrm{T}}Z(A_{1i}+B_{1i}K_i) & \Phi_{12} + \mu(A_{1i}+B_{1i}K_i)^{\mathrm{T}}ZA_{2i} \\ \Phi_{12}^{\mathrm{T}} + \mu A_{2i}^{\mathrm{T}}Z(A_{1i}+B_{1i}K_i) & \Phi_{22} + \mu A_{2i}^{\mathrm{T}}ZA_{2i} \end{bmatrix}.$$

运用 Schur 补定理易见，$\Xi_i < 0$ 等价于

$$\begin{bmatrix} \Phi_{11} & \Phi_{12} & \mu A_{1i}^{\mathrm{T}}Z \\ \Phi_{12}^{\mathrm{T}} & \Phi_{22} & \mu A_{2i}^{\mathrm{T}}Z \\ \mu ZA_{1i} & \mu ZA_{2i} & -\mu Z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} P_iB_{1i} \\ 0 \\ \mu ZB_{1i} \end{bmatrix} I[K_i \quad 0 \quad 0] + \begin{bmatrix} K_i^{\mathrm{T}} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} I[B_{1i}^{\mathrm{T}}P_i \quad 0 \quad \mu B_{1i}^{\mathrm{T}}Z] < 0. \tag{21}$$

因此由引理 2 可知使式(21)成立的一个充分条件是存在一个正常数 $\lambda_i, i \in S > 0$ 使得

$$\lambda_i\begin{bmatrix} \Phi_{11} & \Phi_{12} & \mu A_{1i}^{\mathrm{T}}Z \\ \Phi_{i2}^{\mathrm{T}} & \Phi_{22} & \mu A_{2i}^{\mathrm{T}}Z \\ \mu ZA_{1i} & \mu ZA_{2i} & -\mu Z \end{bmatrix} + \lambda_i^2\begin{bmatrix} P_iB_{1i} \\ 0 \\ \mu ZB_{1i} \end{bmatrix} I[B_{1i}^{\mathrm{T}}P_i \quad 0 \quad \mu B_{1i}^{\mathrm{T}}Z] + \begin{bmatrix} K_i^{\mathrm{T}} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} I[K_i \quad 0 \quad 0] < 0. \tag{22}$$

把 $\lambda_iP_i, \lambda_iQ, \lambda_iZ, \lambda_iX_i, \lambda_iY_i, \lambda_iT_i$ 分别替换成 P_i, Q, Z, X_i, Y_i, T_i，由 Schur 补定理可知式(22)等价于

$$W_i = \begin{bmatrix} \Phi_{11} & \Phi_{12} & \mu A_{1i}^{\mathrm{T}}Z & P_iB_{1i} & K_i^{\mathrm{T}} \\ \Phi_{12}^{\mathrm{T}} & \Phi_{22} & \mu A_{2i}^{\mathrm{T}}Z & 0 & 0 \\ \mu ZA_{1i} & \mu ZA_{2i} & -\mu Z & \mu ZB_{1i} & 0 \\ B_{1i}^{\mathrm{T}}P_i & 0 & \mu B_{1i}^{\mathrm{T}}Z & -I & 0 \\ K_i & 0 & 0 & 0 & -I \end{bmatrix}_{i\in S} < 0. \tag{23}$$

由假设 1 可以很容易推得

$$\begin{cases} V_2(x_t,r_t,t) \leqslant \tau_{r_t}(t)\rho\lambda_{\max}(Q)x^{\mathrm{T}}(t)x(t), \\ V_3(x_t,r_t,t) \leqslant \dfrac{1}{2}\mu^2\rho\lambda_{\max}(Q)x^{\mathrm{T}}(t)x(t), \\ V_4(x_t,r_t,t) \leqslant \dfrac{1}{2}\mu^2\rho[Z_1+Z_2]x^{\mathrm{T}}(t)x(t). \end{cases} \tag{24}$$

其中

$$Z_1 = \lambda_{\max\limits_{r_t\in S}}[G_1^{\mathrm{T}}(r_t)ZG_1(r_t) + G_1^{\mathrm{T}}(r_t)ZG_1(r_t)],$$

$$Z_2 = \lambda_{\max\limits_{r_t\in S}}[A_2^{\mathrm{T}}(r_t)Z^{\mathrm{T}}ZA_2(r_t) + A_2^{\mathrm{T}}(r_t)ZA_2(r_t)],$$

因此总有

$$\rho_1x^{\mathrm{T}}(t)x(t) \leqslant V(x_t,r_t,t) \leqslant \rho_2x^{\mathrm{T}}(t)x(t). \tag{25}$$

其中

$$\rho_1 = \lambda_{\min\limits_{i\in S}}(P_i) > 0,$$

$$\rho_2 = \lambda_{\max\limits_{i\in S}}(P_i) + \rho[(\mu + \frac{1}{2}\mu^2)\lambda_{\max}(Q) + \frac{1}{2}\mu^2(Z_1+Z_2)] > 0.$$

再由式(20)可知

$$\Psi V(x_t,i,t) \leqslant \xi^{\mathrm{T}}(t)\Xi_i\xi(t) - \int_{t-\tau_i(t)}^{t}\chi^{\mathrm{T}}(t,s)\Gamma_i\chi(t,s)\mathrm{d}s \leqslant -\lambda_{\min}(-\Xi_i)x^{\mathrm{T}}(t)x(t), \tag{26}$$

因此对任意 $x \neq 0$ 有

$$\frac{\Psi V(x_t,i,t)}{V(x_t,i,t)} \leqslant -\rho_3. \tag{27}$$

其中 $\rho_3 \triangleq \min\limits_{i\in S}\left\{\dfrac{\lambda_{\min}(-\Xi_i)}{\rho_2}\right\} > 0$，则由 Dynkin's 公式可得

$$\mathrm{E}V(x_t,r_t,t) - V(x_0,r_0,0) = \mathrm{E}\left\{\int_0^t\Psi V(x_s,r_s,s)\mathrm{d}s\right\} \leqslant -\rho_3\int_0^t\mathrm{E}\{V(x_s,r_s,s)\}\mathrm{d}s. \tag{28}$$

再由 Gronwell-Bellman 引理和式(25)可知

$$\rho_1\|x(t)\|^2 \leqslant \mathrm{E}\{V(x_t,r_t,t)\} \leqslant \exp(-\rho_3t)V(x_0,r_0,0) \leqslant \exp(-\rho_3t)\rho_2\|x(0)\|^2.$$

从而证明了系统是均方意义下指数稳定的.

对于不确定时滞系统(1)的鲁棒性能分析，只需将耦合矩阵不等式(23)中确定系统矩阵 $A_{1i}, A_{2i}, B_{1i}, K_i$ 替换成不确定系数矩阵 $A_{1i} + H_{1i}F_i(t)E_{1i}$，$A_{2i} + H_{1i}F_i(t)E_{2i}, B_{1i} + H_{1i}F_i(t)E_{3i}$ 和 $K_i + \alpha_i\phi_i(t)K_i$ 进行分析即可，则有

$$W_i + \begin{bmatrix} P_iH_{1i} \\ 0 \\ \mu ZH_{1i} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} F_i(t)[E_{1i} \quad E_{2i} \quad 0 \quad E_{3i} \quad 0] + \begin{bmatrix} E_{1i}^{\mathrm{T}} \\ E_{2i}^{\mathrm{T}} \\ 0 \\ E_{3i}^{\mathrm{T}} \\ 0 \end{bmatrix} F_i(t)[H_{1i}^{\mathrm{T}}P_i \quad 0 \quad \mu H_{1i}^{\mathrm{T}}Z \quad 0 \quad 0] + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \alpha_i \end{bmatrix} \phi_i(t)[K_i \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0] + \begin{bmatrix} K_i^{\mathrm{T}} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \phi_i^{\mathrm{T}}(t)[0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad \alpha_i] < 0. \tag{29}$$

同样地由引理 2 可知,使式(29)成立的一个充分条件是存在正常数 $\lambda_{1i} > 0, \lambda_{2i} > 0, i \in S$ 使得

$$W_i + \lambda_{2i}^{-1} \begin{bmatrix} P_iH_{1i} \\ 0 \\ \mu ZH_{1i} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} [H_{1i}^{\mathrm{T}}P_i \quad 0 \quad \mu H_{1i}^{\mathrm{T}}Z \quad 0 \quad 0] + \lambda_{2i} \begin{bmatrix} E_{1i}^{\mathrm{T}} \\ E_{2i}^{\mathrm{T}} \\ 0 \\ E_{3i}^{\mathrm{T}} \\ 0 \end{bmatrix} [E_{1i} \quad E_{2i} \quad 0 \quad E_{3i} \quad 0] + \lambda_{1i} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \alpha_i \end{bmatrix} [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad \alpha_i] + \lambda_{1i}^{-1} \begin{bmatrix} K_i^{\mathrm{T}} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} [K_i \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0] < 0. \tag{30}$$

由 Schur 补定理可知式(10)等价于式(30).因此耦合矩阵不等式(10)和(11)的成立保证了不确定混合线性时滞系统(1)是均方意义下指数稳定的,并且控制器是鲁棒非脆弱的.

4 不确定混合线性时滞系统的 H∞ 鲁棒非脆弱控制(Robust and non-fragile H∞ control for uncertain hybrid linear systems with time delays)

同样先考虑有外部扰动且控制器无摄动时的标称混合线性时滞系统 Σ_1(即系统(1)中 $\Delta A_1(r_t,t)=0$, $\Delta A_2(r_t,t)=0, \Delta B_1(r_t,t)=0, \Delta C=(r_t,t)=0$, $\phi(r_t,t)=0$) 的 H∞ 控制问题.本文有如下结论:

定理 2　对于标称混合线性时滞系统 Σ_1,如果存在正定矩阵 $P_i>0, Q>0, Z>0$,半正定矩阵 $\bar{X}_i = \begin{bmatrix} \bar{X}_i^{11} & \bar{X}_i^{12} & \bar{X}_i^{13} \\ \bar{X}_i^{12\mathrm{T}} & \bar{X}_i^{22} & \bar{X}_i^{23} \\ \bar{X}_i^{13\mathrm{T}} & \bar{X}_i^{23\mathrm{T}} & \bar{X}_i^{33} \end{bmatrix} \geqslant 0$,控制器系数矩阵 K_i 和具有适当维数的矩阵 $Y_i, T_i, N_i (i \in S)$ 使得下列 n 个线性耦合矩阵不等式(31) 和 n 个线性矩阵不等式(32)同时成立:

$$M_i = \begin{bmatrix} \bar{\Phi}_{11}+C_i^{\mathrm{T}}C_i & \bar{\Phi}_{12} & \bar{\Phi}_{13} & \mu A_{1i}^{\mathrm{T}}Z & P_iB_{1i} & K_i^{\mathrm{T}} \\ \bar{\Phi}_{12}^{\mathrm{T}} & \bar{\Phi}_{22} & \bar{\Phi}_{23} & \mu A_{2i}^{\mathrm{T}}Z & 0 & 0 \\ \bar{\Phi}_{13}^{\mathrm{T}} & \bar{\Phi}_{23}^{\mathrm{T}} & \bar{\Phi}_{33}-r^2I & \mu B_{2i}^{\mathrm{T}}Z & 0 & 0 \\ \mu ZA_{1i} & \mu ZA_{2i} & \mu ZB_{2i} & -\mu Z & \mu ZB_{1i} & 0 \\ B_{1i}^{\mathrm{T}}P_i & 0 & 0 & \mu B_{1i}^{\mathrm{T}}Z & -I & 0 \\ K_i & 0 & 0 & 0 & 0 & -I \end{bmatrix}_{i\in S} < 0, \tag{31}$$

$$\bar{\Gamma}_i = \begin{bmatrix} \bar{X}_i^{11} & \bar{X}_i^{12} & \bar{X}_i^{13} & Y_i \\ \bar{X}_i^{12\mathrm{T}} & \bar{X}_i^{22} & \bar{X}_i^{23} & T_i \\ \bar{X}_i^{13\mathrm{T}} & \bar{X}_i^{23\mathrm{T}} & \bar{X}_i^{33} & N_i \\ Y_i^{\mathrm{T}} & T_i^{\mathrm{T}} & N_i^{\mathrm{T}} & Z \end{bmatrix}_{i\in S} \geqslant 0. \tag{32}$$

其中

$$\bar{\Phi}_{11} = A_{1i}^{\mathrm{T}}P_i + P_iA_{1i} + \sum_{j=1}^{N}\pi_{ij}P_j + Y_i + Y_i^{\mathrm{T}} + (1+\eta\mu)Q + \mu\bar{X}_i^{11},$$

$$\bar{\Phi}_{12} = P_iA_{2i} - Y_i + T_i^{\mathrm{T}} + \mu\bar{X}_i^{12},$$

$$\bar{\Phi}_{13} = P_iB_{2i} + N_i^{\mathrm{T}} + \mu\bar{X}_i^{13},$$

$$\bar{\Phi}_{22} = -T_i - T_i^{\mathrm{T}} - (1-h_i)Q + \mu\bar{X}_i^{22},$$

$\bar{\Phi}_{23} = -N_i^{\mathrm{T}} + \mu \bar{X}_i^{23}$,

$\bar{\Phi}_{33} = \mu \bar{X}_i^{33}$, $\eta = \max\{|\pi_{ii}|, i \in S\}$,

则标称系统 Σ_1 在零初始条件下具有给定的 H_∞ 性能 γ,即对于任意 $w(t) \in L_2[0,\infty)$ 都有式(8)成立.

证　仍然取 Lyapunov 函数为式(12),类似于定理 1 的证明并利用如下两个关系式:

i)

$$\mu\bar{\xi}^{\mathrm{T}}(t)\bar{X}(r_t)\bar{\xi}(t) - \int_{t-\tau_{r_t}(t)}^{t}\bar{\xi}^{\mathrm{T}}(t)\bar{X}(r_t)\bar{\xi}(t)\mathrm{d}s \geqslant 0; \tag{33}$$

ii)

$$2[x^{\mathrm{T}}(t)Y(r_t)+x^{\mathrm{T}}(t-\tau_{r_t}(t))T(r_t)+w^{\mathrm{T}}(t)N(r_t)]\times [x(t) - \int_{t-\tau_{r_t}(t)}^{t}\dot{x}(s)\mathrm{d}s - x(t-\tau_{r_t}(t))] = 0, \tag{34}$$

可得

$$\Psi V(x(t),i,t) \leqslant \bar{\xi}^{\mathrm{T}}(t)\bar{\Xi}_i\bar{\xi}(t) - \int_{t-\tau_i(t)}^{t}\bar{\chi}^{\mathrm{T}}(t,s)\bar{\Gamma}_i\bar{\chi}(t,s)\mathrm{d}s. \tag{35}$$

其中

$$\bar{\xi}^{\mathrm{T}}(t) = [x^{\mathrm{T}}(t)\quad x^{\mathrm{T}}(t-\tau_i(t))\quad w^{\mathrm{T}}(t)],\ \bar{\chi}^{\mathrm{T}}(t,s) = [x^{\mathrm{T}}(t)\quad x^{\mathrm{T}}(t-\tau_i(t))\quad w^{\mathrm{T}}(t)\quad \dot{x}^{\mathrm{T}}(s)],$$

$$\bar{\Xi}_i = \begin{bmatrix} \begin{gathered}\bar{\Phi}_{11} + K_i^{\mathrm{T}}B_{1i}^{\mathrm{T}}P_i + P_iB_{1i}K_i + \\ \mu(A_{1i}+B_{1i}K_i)^{\mathrm{T}}Z(A_{1i}+B_{1i}K_i)\end{gathered} & \bar{\Phi}_{12} + \mu(A_{1i}+B_{1i}K_i)^{\mathrm{T}}ZA_{2i} & \bar{\Phi}_{13} + \mu(A_{1i}+B_{1i}K_i)^{\mathrm{T}}ZB_{2i} \\ \bar{\Phi}_{12}^{\mathrm{T}} + \mu A_{2i}^{\mathrm{T}}Z(A_{1i}+B_{1i}K_i) & \bar{\Phi}_{22} + \mu A_{2i}^{\mathrm{T}}ZA_{2i} & \bar{\Phi}_{23} + \mu A_{2i}^{\mathrm{T}}ZB_{2i} \\ \bar{\Phi}_{13}^{\mathrm{T}} + \mu B_{2i}^{\mathrm{T}}Z(A_{1i}+B_{1i}K_i) & \bar{\Phi}_{23}^{\mathrm{T}} + \mu B_{2i}^{\mathrm{T}}ZA_{2i} & \bar{\Phi}_{33} + \mu B_{2i}^{\mathrm{T}}ZB_{2i} \end{bmatrix}.$$

由 Dynkin's 公式[16]知,在零初始条件下对任意 $w(t) \in L_2[0,\infty)$ 有

$$J = \mathrm{E}\{\int_0^T[z^{\mathrm{T}}(t)z(t)-r^2w^{\mathrm{T}}(t)w(t)+\Psi V(x(t),r_t,t)]\mathrm{d}t\} - \mathrm{E}\{V(x(T),r_T,T)\} \leqslant \mathrm{E}\{\int_0^T[z^{\mathrm{T}}(t)z(t)-r^2w^{\mathrm{T}}(t)w(t)+\Psi V(x(t),r_t,t)]\mathrm{d}t\}.$$

把式(35)代入上式,得

$$J \leqslant \mathrm{E}\{\int_0^T[\bar{\xi}^{\mathrm{T}}(t)\left(\bar{\Xi}_i + \begin{bmatrix} C_i^{\mathrm{T}}C_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -r^2I \end{bmatrix}\right)\bar{\xi}(t) - \int_{t-\tau_i(t)}^{t}\bar{\chi}^{\mathrm{T}}(t,s)\bar{\Gamma}_i\bar{\chi}(t,s)\mathrm{d}s]\mathrm{d}t\}. \tag{36}$$

由引理 2 和 Schur 补定理可知式(31)和(32)保证了式(36)的负定性,从而证明了标称系统 Σ_1 在零初始条件下具有给定的 H_∞ 性能 γ,即对于任意 $w(t) \in L_2[0,\infty)$ 都有式(8)成立.

在定理 1 和定理 2 的基础上,可以进一步得到不确定混合线性时滞系统的 H_∞ 鲁棒非脆弱控制要求.

定理 3　对于不确定混合线性时滞系统(1),如果存在正定矩阵 $P_i > 0, Q > 0, Z > 0 (i \in S)$,半正定矩阵 $\bar{X}_i = \begin{bmatrix} \bar{X}_i^{11} & \bar{X}_i^{12} & \bar{X}_i^{13} \\ \bar{X}_i^{12T} & \bar{X}_i^{22} & \bar{X}_i^{23} \\ \bar{X}_i^{13\mathrm{T}} & \bar{X}_i^{23\mathrm{T}} & \bar{X}_i^{33} \end{bmatrix} \geqslant 0$,控制器系数矩阵 K_i 以及具有适当维数的矩阵 Y_i, T_i, N_i 和正常数 $\lambda_{1i} > 0, \lambda_{2i} > 0, \lambda_{3i} > 0 (i \in S)$ 使得 n 个线性矩阵不等式(32)和下列 n 个线性耦合矩阵不等式(37)同时成立:

$$\begin{bmatrix} L_1 & P_iB_{1i} + \lambda_{2i}E_{1i}^{\mathrm{T}}E_{3i} & K_i^{\mathrm{T}} & P_iH_{1i} & K_i^{\mathrm{T}} & C_i^{\mathrm{T}} & E_{4i}^{\mathrm{T}} \\ L_2 & \lambda_{2ji}E_{2i}^{\mathrm{T}}E_{3i} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ L_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ L_4 & \mu ZB_{1i} & 0 & \mu ZH_{1i} & 0 & 0 & 0 \\ L_5 & -I + \lambda_{2i}E_{3i}^{\mathrm{T}}E_{3i} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ L_6 & 0 & -I + \lambda_{1i}\alpha_i^2I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ L_7 & 0 & 0 & -\lambda_{2i}I & 0 & 0 & 0 \\ L_8 & 0 & 0 & 0 & -\lambda_{1i}I & 0 & 0 \\ L_9 & 0 & 0 & 0 & 0 & -I + \lambda_{3i}H_{2i}H_{2i}^{\mathrm{T}} & 0 \\ L_{10} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\lambda_{3i}I \end{bmatrix}_{i \in S} < 0. \tag{37}$$

其中

$$\begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \\ L_4 \\ L_5 \\ L_6 \\ L_7 \\ L_8 \\ L_9 \\ L_{10} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\Phi}_{11} + \lambda_{2i}E_{1i}^{\mathrm{T}}E_{1i} & \bar{\Phi}_{12} + \lambda_{2i}E_{1i}^{\mathrm{T}}E_{2i} & \bar{\Phi}_{13} & \mu A_{1i}^{\mathrm{T}}Z \\ \bar{\Phi}_{12}^{\mathrm{T}} + \lambda_{2i}E_{2i}^{\mathrm{T}}E_{1i} & \bar{\Phi}_{22} + \lambda_{2i}E_{2i}^{\mathrm{T}}E_{2i} & \bar{\Phi}_{23} & \mu A_{2i}^{\mathrm{T}}Z \\ \bar{\Phi}_{13}^{\mathrm{T}} & \bar{\Phi}_{23}^{\mathrm{T}} & \bar{\Phi}_{33} - r^2 I & \mu B_{2i}^{\mathrm{T}}Z \\ \mu Z A_{1i} & \mu Z A_{2i} & \mu Z B_{2i} & -\mu Z \\ B_{1i}^{\mathrm{T}}P_i + \lambda_{2i}E_{3i}^{\mathrm{T}}E_{1i} & \lambda_{2i}E_{3i}^{\mathrm{T}}E_{2i} & 0 & \mu B_{1i}^{\mathrm{T}}Z \\ K_i & 0 & 0 & 0 \\ H_{1i}^{\mathrm{T}}P_i & 0 & 0 & \mu H_{1i}^{\mathrm{T}}Z \\ K_i & 0 & 0 & 0 \\ C_i & 0 & 0 & 0 \\ E_{4i} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

$\bar{\Phi}_{11},\bar{\Phi}_{12},\bar{\Phi}_{13},\bar{\Phi}_{22},\bar{\Phi}_{23},\bar{\Phi}_{33}$ 的定义同定理 2. 则控制器 $u(t) = K(r_t)x(t)$ 是鲁棒非脆弱的,并且系统在零初始条件下具有给定的 H_∞ 性能 γ,即对于任意 $w(t) \in L_2[0,\infty)$ 都有式(8) 成立.

证　只需将耦合矩阵不等式(31) 中确定系数矩阵 $A_{1i},A_{2i},B_{1i},C_i,K_i$ 替换成不确定系数矩阵 $A_{1i} + H_{1i}F_i(t)E_{1i}, A_{2i} + H_{1i}F_i(t)E_{2i}, B_{1i} + H_{1i}F_i(t)E_{3i}, C_i + H_{2i}F_i(t)E_{4i}$ 和 $K_i + \alpha_i\phi_i(t)K_i$ 进行分析即可,其证明完全类似于定理 1,这里省略.

5　仿真(Simulation)

考虑形如式(1)的二阶混合线性时滞系统.假定系统中的 Markov 跳跃参数 r_t 有两个状态($r_t \in S = \{1,2\}$). 对应的有

$$A_{11} = \begin{bmatrix} -25 & -5 \\ 1 & -25 \end{bmatrix},\ A_{21} = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.4 \\ -1 & -2 \end{bmatrix},$$

$$B_{11} = \begin{bmatrix} -0.8 \\ 1 \end{bmatrix},\ B_{21} = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 1 \end{bmatrix},$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}},\ A_{12} = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix},$$

$$A_{22} = \begin{bmatrix} -0.4 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix},\ B_{12} = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix},$$

$$B_{22} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix},\ C_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}},$$

$$H_{11} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix},\ E_{11} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0.5 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}},$$

$$E_{21} = \begin{bmatrix} 0.1 \\ 2 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}},\ E_{31} = -0.5,$$

$$H_{21} = 1,\ E_{41} = \begin{bmatrix} 0.9 \\ 0.2 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}},$$

$$H_{12} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix},\ E_{12} = \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}},$$

$$E_{22} = \begin{bmatrix} -1 \\ 0.2 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}},\ E_{32} = 0.6,$$

$$H_{22} = 2,\ E_{42} = \begin{bmatrix} -1 \\ 0.2 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}},$$

$$\mu_1 = \mu_2 = 0.1,\ h_1 = 0.5,\ h_2 = 0.4,$$

$$\alpha_1 = 2,\ \alpha_2 = 3,\ \gamma = 1.2,$$

并取转移率矩阵

$$\Pi = \begin{bmatrix} \pi_{11} & \pi_{12} \\ \pi_{12} & \pi_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -20 & 20 \\ 70 & -70 \end{bmatrix}.$$

利用 MATLAB LMI 工具箱,由式(32)和(37)可解得

$$P_1 = \begin{bmatrix} 1.8266 & -0.8598 \\ -0.8598 & 1.2383 \end{bmatrix},$$

$$P_2 = \begin{bmatrix} 3.9361 & -1.6941 \\ -1.6941 & 2.4939 \end{bmatrix},$$

$$Q = \begin{bmatrix} 0.0249 & -0.0115 \\ -0.0115 & 0.0106 \end{bmatrix},$$

$$T_1 = \begin{bmatrix} 4.9889 & -3.5848 \\ -3.4358 & 4.6244 \end{bmatrix},$$

$$T_2 = \begin{bmatrix} 4.5059 & -3.3150 \\ -3.4965 & 4.9447 \end{bmatrix},$$

$$Z = \begin{bmatrix} 0.4260 & -0.2917 \\ 0.2917 & 0.4292 \end{bmatrix},$$

$$Y_1 = \begin{bmatrix} -5.1987 & 4.4090 \\ 3.4275 & -5.0004 \end{bmatrix},$$

$$Y_2 = \begin{bmatrix} -4.2623 & 2.9091 \\ 4.3837 & -5.5395 \end{bmatrix},$$

$$N_1 = \begin{bmatrix} 0.2182 \\ -0.2333 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}},\ N_2 = [-0.1608 \quad 0.1930],$$

$$K_1 = [1.0097 \quad -0.6615],$$

$$K_2 = [-2.0533 \quad 2.0053],$$

$$\lambda_{11} = 0.1667,\ \lambda_{12} = 0.0833,\ \lambda_{21} = 0.1737,$$

$\lambda_{22} = 0.4199,\ \lambda_{31} = 0.3435,\ \lambda_{32} = 0.0860,$

$$\bar{X}_1 = \begin{bmatrix} 117.7061 & -82.3255 & -85.7773 & 63.4681 & -6.5792 \\ -82.3255 & 83.6699 & 63.4681 & -69.6317 & 0.0821 \\ -85.7773 & 63.4681 & 81.1513 & -59.9768 & 3.2960 \\ 63.4681 & -69.6317 & -59.9768 & 66.4236 & -1.5681 \\ -6.5792 & 0.0821 & 3.2960 & -1.5681 & 9.1835 \end{bmatrix},$$

$$\bar{X}_2 = \begin{bmatrix} 81.6616 & -23.3613 & -50.0166 & 35.4312 & -15.3729 \\ -23.3613 & 215.2947 & 35.4312 & -95.0509 & -8.1841 \\ -50.0166 & 35.4312 & 70.2692 & -56.5459 & -2.0906 \\ 35.4312 & -95.0509 & -56.5459 & 83.5492 & 2.1411 \\ -15.3729 & -8.1841 & -2.0906 & 2.1411 & 9.4353 \end{bmatrix}.$$

6 结论(Conclusion)

本文讨论了一类具有 Markov 跳跃参数的不确定混合线性时滞系统的鲁棒非脆弱控制问题,给出了使系统鲁棒随机稳定并具有给定的 H_∞ 性能 γ 的充分条件,并将上述结论转换成耦合线性矩阵不等式的形式以便于问题的求解.文中的研究结果证明了所提论点的有效性.注意到本文对混合系统的研究是以系统的状态变量 $x(t)$ 和 Markov 跳跃参数 r_t 的实时状态确切已知为前提条件的,如何在状态变量信息部分可得以及 r_t 所处状态未知(或不确定)的情况下实现不确定混合线性时滞系统的鲁棒非脆弱控制问题有待于进一步的研究.

参考文献(References):

[1] BOUKAS E K, LIU Z K. Output feedback robust stabilization of jump linear system with mode-dependent time-delays [C]// *Proc of American Control Conference*. Arlington, VA: AACC Press, 2001: 4683 – 4688.

[2] BENJELLOUN K, BOUKAS E K. Independent delay sufficient conditions for robust stability of uncertain linear time-delay systems with jumps [C]// *Proc of American Control Conference*. Albuquerque, New Mexico: AACC Press, 1997: 3814 – 3815.

[3] WANG Z, QIAO H, BURNHAM K J. On stabilization of bilinear uncertain time-delay stochastic systems with Markovian jumping parameters [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2002, 47(4): 640 – 646.

[4] CAO Y Y, LAM J. Robust H_∞ control of uncertain Markovian jump systems with time-delay [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2000, 45(1): 77 – 82.

[5] XU S, CHEN T, LAM J. Robust H_∞ filtering for uncertain Markovian jump systems with mode-dependent time delays [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2003, 48(5): 900 – 907.

[6] ALIYU M D S, BOUKAS E K. H_∞ control for Markovian jump nonliner systems [C]// *Proc of the 37th IEEE Conf on Decision and Control*. Tampa, Florida: IEEE Press, 1998: 776 – 771.

[7] BENJELLOUN K, BOUKAS E K, COSTA O L V. H_∞ control for linear time-delayed systems with Markovian jumping parameters [C] // *Proc of the 38th IEEE Conf on Decision and Control*. Phoenix, Arizona: IEEE Press, 1999: 1567 – 1572.

[8] KEEL L H, BHATTACHARYYA S P. Robust, Fragile, or Optimal? [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1997, 42(8): 1098 – 1105.

[9] FAMULARO D, ABDALLAH C T, JADBABAIE A, et al. Robust non-fragile LQ controller: the static feedback case [C]// *Proc of Amerrican Control Conference*. Philadelphia, Pennsylvania: AACC Press, 1998: 1109 – 1113.

[10] KIM J H, LEE S K, PARK H B. Robust and non-fragile H_∞ control of parameter uncertainties time-varying delay systems [C]// *Proc of the 38th SICE Annual Conference*. Morioka, Japan: SICE Press, 1999: 927 – 932.

[11] YANG G H, WANG J L. Robust non-fragile H_∞ control for linear systems with a class of controller gain variations [C]// *Proc of American Control Conference*. Chicago, Lllinois: AACC Press, 2000: 897 – 901.

[12] WU M, HE Y, SHE J H, et al. Delay-dependent criteria for stability of time-varying delay systems [J]. *Automatica*, 2004, 40(10): 1435 – 1439.

[13] MOON Y S, PARK P, KWON W H, et al. Delay-dependent robust stabilization of uncertain state-delayed systems [J]. *Int J Control*, 2001, 74(14): 1447 – 1455.

[14] KREINDLER E, JAMESON A. Conditions for nonnegativeness of partitioned matrices [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1972, 17(1): 147 – 148.

[15] MARITON M. *Jump Linear Systems in Automatic Control* [M]. New York: Marcel Dekker, 1990.

[16] KUSHNER H J. *Stochastic Stability and Control* [M]. New York: Academic, 1967.

作者简介:

康 宇 (1977—),男,博士研究生,主要从事滑模变结构控制理论、混合系统控制理论等方面的研究工作,E-mail: tangningmatthew@ustc.edu;

奚宏生 (1955—),男,教授,博士生导师,长期从事鲁棒控制、离散事件动态系统及其应用等方面的研究,E-mail: xihs@ustc.edu.cn.

季海波 (1964—),男,教授,博士生导师,主要研究方向为非线性系统的数值计算、非线性控制、鲁棒自适应控制、随机系统、混合系统等;

王 俊 (1963—),男,副教授,主要研究方向为非线性系统、鲁棒自适应控制、随机系统等.