

文章编号: 1000-8152(2005)06-0973-05

## 双单体组合隔震结构振动随机最优控制

邹立华<sup>1</sup>, 赵建昌<sup>2</sup>, 虞庐松<sup>1</sup>

(1. 兰州交通大学 土木工程学院, 甘肃 兰州 730070; 2. 上海大学 理学院, 上海 200092)

**摘要:** 用作动器将相距很近的两结构连为一体, 并对其中一个结构施加隔震, 形成一种新的结构体系—组合隔震结构体系. 推导了其振动及控制方程, 假定地震动输入为白噪声, 运用随机最优控制原理, 分析研究了组合结构振动控制性能及隔震度、阻尼及场地等参数的影响. 研究表明: 经过优化控制参数, 组合隔震结构振动控制体系能对结构地震响应进行有效控制, 并且控制成本降低.

**关键词:** 双单体; 组合隔震结构; 振动控制; 随机最优控制

**中图分类号:** 352      **文献标识码:** A

## Random optimal vibration-control for a double-part combination of isolated structures

ZOU Li-hua<sup>1</sup>, ZHAO Jian-chang<sup>2</sup>, YU Lu-song<sup>1</sup>

(1. Civil School, Lanzhou Jiaotong University, Lanzhou Gansu 730070, China;

2. School of Science, Shanghai University, Shanghai 200092, China)

**Abstract:** Two building structures neighboring each other are linked with actuators, and one of them is isolated, then a new pattern of structure, a combination of isolated structures, is formed. The vibration and control equations of this new system are derived in this paper. Regarding the input of earthquake as a white noise and using the principle of random optimal control, features of vibration control and effect of parameters such as isolation degree, damping and ground site are analyzed. The conclusions indicate that vibration-control system of combined structures can bring the seismic responses of structures under effective control by optimizing the control parameters of structure, and the cost of control can be reduced.

**Key words:** double-part; combination of isolated structures; vibration control; random optimal control

### 1 引言 (Introduction)

自 20 世纪 70 年代提出对结构进行控制以来, 结构振动控制的研究得到了迅速发展, 目前已成为结构工程学科中的一个十分活跃的研究领域. 振动控制按是否需要外部能量输入可分为被动控制、主动控制和半主动控制. 隔震结构作为一种有效的被动控制方式开始广泛地应用于建筑工程领域, 但隔震体系是以增大结构绝对位移作为代价来减小结构地震力响应的, 这在许多情况下是不能容许的. 因此, 一些学者<sup>[1]</sup>提出对隔震结构再施以主动控制, 即对结构进行半主动控制.

在现代建筑中, 很多情况下建筑结构相邻布置: 由防震缝分成的两部分、主体建筑与周围附属裙房以及相距很近的建筑群等. 这时, 如果采取适当的方

式将各部分连成一体, 经过优化结构的控制参数, 就可以利用结构自身的振动, 抑制或减小其相邻结构的振动, 达到相互控制的目的. 而且, 在用作动器对结构施加主动控制力时, 由于相邻结构的存在, 作动器的位置可以更加灵活, 从而提高主动控制力的控制效果.

闵书亮<sup>[1]</sup>等提出了利用相邻结构形成组合结构的设想, 并对由两普通单体形成的组合结构进行了被动和主动控制研究; 此后 H. E. luco<sup>[2]</sup>、楼梦麟<sup>[3]</sup>、阎石<sup>[4]</sup>等进行了相关研究. 相邻结构振动控制的组合有 3 种: 1) 相邻结构各部分均不隔震; 2) 一部分隔震, 另一部分不隔震; 3) 相邻结构各部分均隔震. 文献[1~4]只是对第 1 种组合进行了确定性研究, 本文主要对第 2 种组合方式, 即组合隔震控制体

系进行随机控制研究。

## 2 运动方程的建立(Equation of motion)

图1所示为两单体组合结构,如果隔震结构采用基础隔震,隔震层采用叠层橡胶支座,并假设为等效线性化模型<sup>[5]</sup>。图中: $m_k^i, c_k^i, k_k^i$ (上标*i*为结构单体号)分别为楼层的质量、阻尼和刚度; $u_i$ ( $i = 1, \dots, n$ )为各质点所施加控制力。假设两相邻结构分别具有 $n_1$ (隔震时 $n_1 + 1$ ), $n_2$ 个自由度,两结构通过 $n$ 个作用力相互连接,则可以建立结构体系运动方程组为

$$\begin{cases} M_1 \ddot{x}_1 + C_1 \dot{x}_1 + K_1 x_1 = -M_1 I_1 a(t) + H_1 u, \\ M_2 \ddot{x}_2 + C_2 \dot{x}_2 + K_2 x_2 = -M_2 I_2 a(t) - H_2 u. \end{cases} \quad (1)$$

式中: $I_1, I_2$ 分别为单体1和单体2的单位元素向量; $M_i, K_i, C_i$ 分别为第*i*( $i = 1, 2$ )结构的质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵; $x_i, \dot{x}_i, \ddot{x}_i$ 分别为第*i*结构的位移、速度和加速度向量; $a(t)$ 为相应的地面运动加速度; $u$ 为控制力矩阵; $H_i$ 控制力 $u$ 的位置矩阵。

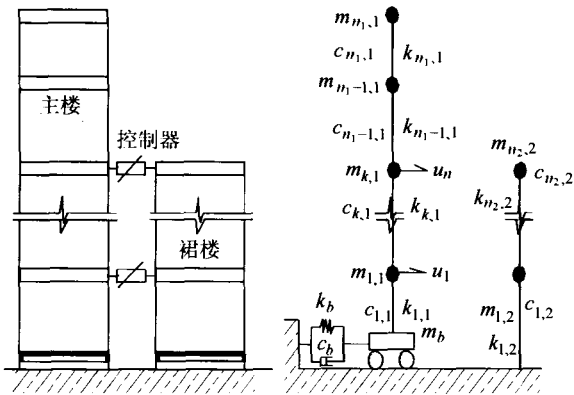


图1 组合隔震体系示意图

Fig. 1 Combined isolation structure details

组合隔震结构各单体的质量、阻尼和刚度矩阵参见文献[6]。

为分析方便,将方程组(1)改写成如下等效形式:

$$\tilde{M}\ddot{y} + \tilde{C}\dot{y} + \tilde{K}y = -\tilde{M}_i a(t) + \tilde{H}u. \quad (2)$$

式中: $\tilde{M} = \begin{bmatrix} M_1 & 0 \\ 0 & M_2 \end{bmatrix}$ ,  $\tilde{K} = \begin{bmatrix} K_1 & 0 \\ 0 & K_2 \end{bmatrix}$ ,  $\tilde{C} = \begin{bmatrix} C_1 & 0 \\ 0 & C_2 \end{bmatrix}$ ;  $y, \dot{y}, \ddot{y}$ 分别为组合隔震结构体系的等效位移、速度和加速度列向量,  $y^T = (x_1^T \ x_2^T)$ ;  $\tilde{M}_i$ 为由 $\tilde{M}$ 的对角元素组成的列向量,  $\tilde{M}_i^T = (M_{kk}^1 \ M_{jj}^2)^T$ ( $i = 1, \dots, n_1; j = 1, \dots, n_2$ );  $\tilde{H}$ 为控制力等效位置矩阵列向量,  $\tilde{H}^T = (H_1^T \ H_2^T)$ 。

## 3 随机最优控制(Random optimal control)

### 3.1 成型滤波器的建立(Molding filter)

由随机最优控制理论可知,要由控制状态方程求取最优控制力时,控制方程的干扰必须是具有零均值的白噪声,但结构的地震作用往往是有色噪声。因而首先要建立成型滤波器,将有色噪声输入转化为白噪声输入。假设 $a(t)$ 为有色噪声,则可以建立如下成型滤波器:

$$\begin{cases} \dot{Z} = A_f Z + F\dot{W}(t), \\ a(t) = C_f Z. \end{cases} \quad (3)$$

式中: $C_f = (-\omega_g^2 \ -2\xi_g\omega_g)$ ,  $F = (0 \ 1)^T$ ,  $A_f = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_g^2 & -2\xi_g\omega_g \end{bmatrix}$ ;  $\dot{W}(t)$ 为白噪声, $Z$ 为成型滤波器的状态向量, $\omega_g, \xi_g$ 分别为场地土的卓越频率和阻尼,可按表1取值。文献[7]分析了采用成型滤波器可能遇到的困难并提出了解决措施,本文不再赘述。

表1 不同场地的频率和阻尼<sup>[8]</sup>

Table 1 Natural frequency and damping

ratio of different ground soil

	软土地基	中硬场地	坚硬场地
$\omega_g / \text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$	10.5	15.6	31.4
$\xi_g$	0.65	0.60	0.55

### 3.2 控制方程的建立及求解(Control equation and its solution)

将组合隔震结构的等效运动方程(2)写成状态方程形式

$$\dot{Y} = AY + Bu + Ea(t). \quad (4)$$

式中: $Y$ 为组合结构状态向量, $A, B, E$ 为常系数矩阵:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I \\ -M_1^{-1}K_1 & 0 & -M_1^{-1}C_1 & 0 \\ 0 & -M_2^{-1}K_2 & 0 & -M_2^{-1}C_2 \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ M_1^{-1}H_1 \\ -M_2^{-1}H_2 \end{bmatrix}, \quad E = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -I \\ -I \end{bmatrix}.$$

根据式(3)的成型滤波器,将式(4)写成扩大的状态方程

$$\dot{x}_c = A_c x_c + B_c u + D\dot{W}(t), \quad (5)$$

$$A_c = \begin{bmatrix} A & EC_f \\ 0 & A_f \end{bmatrix}, \quad B_c = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$D = \begin{bmatrix} 0 \\ F \end{bmatrix}, x_c = \begin{bmatrix} Y \\ Z \end{bmatrix}.$$

对于时不变系统,从跟踪性问题观点出发,目标函数可写为

$$J = E\left(\frac{1}{2} \int_0^T Y^T Q Y + u^T R u dt\right). \quad (6)$$

式中:  $E(\cdot)$  为数学期望,  $Q, R$  分别为结构状态反应加权矩阵和控制力向量加权矩阵,其取值参照文献[6],随机最优控制的目标是,在满足式(2)的约束条件下,使  $J$  值最小.根据极值条件,可求出最优控制力为

$$u^* = -R^{-1} B_c^T P x_c. \quad (7)$$

对于闭环控制,为尽量减小“时滞”,矩阵  $P$  通过脱线求解 Riccati 方程求出

$$P A_c + A_c^T P - P B_c R^{-1} B_c^T P + 2Q_c = 0. \quad (8)$$

式中  $Q_c = \begin{bmatrix} Q & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ .

方程(8)的求解可采用叠代法,详见文献[8,9].式中:只需  $Q_c$  为对称半正定矩阵、 $R$  为正定矩阵、且初始值  $P_0$  能使  $A_c - B_c R^{-1} B_c^T P_0$  的特征值全部具有负实部,则式(8)有唯一解.

由于  $x_c$  和  $u$  都是随机过程,其特征可用方差表示,系统状态向量  $x_c$  的响应方差阵  $K(t)$  满足方程

$$\dot{K}(t) = (A_c - B_c R^{-1} B_c^T P) K(t) + K(t) (A_c - B_c R^{-1} B_c^T P)^T + V(t). \quad (9)$$

式中  $V(t)$  为与时间有关白噪声强度阵.

对于时不变系统,式(9)可写成以下形式:

$$(A_c - B_c R^{-1} B_c^T P) K + K (A_c - B_c R^{-1} B_c^T P)^T + V = 0. \quad (10)$$

式中:  $V$  为白噪声强度阵,  $K$  为  $x_c$  的响应方差阵,

$$V = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 2\pi S_0 \end{bmatrix}, S_0 \text{ 为白噪声的谱密度,取值可根据}$$

Key. D 建议的如下公式由所须最大加速度值(与规范烈度指标相联系)反算求得<sup>[10]</sup>

$$S_0 = \frac{0.141 a_{\max}^2 \xi_g}{2\omega_g (1 + 4\xi_g^2)^{0.5}}. \quad (11)$$

式中  $a_{\max}$  加速度峰值.

由式(10)求出状态向量的响应方差阵  $K$  后,由式(7)可以求出最优控制力方差

$$K_{uu} = R^{-1} B_c^T P K P B_c R^{-1}. \quad (12)$$

由式(10)求出的状态向量的响应方差  $K$  中,只含有位移和速度项,没有加速度项,而在隔震结构中,加速度是衡量隔震效果的最重要指标,可以通过对式

(4)两端同时取方差求出加速度响应的方差.

### 4 算例及分析(Example and its analysis)

一相邻结构,主楼9层,裙楼3层.主楼为基础隔震结构,叠层橡胶支座隔震层,上部结构质量  $m_1^1 = \dots = m_7^1 = 5 \times 10^5 \text{ kg}$ ,水平刚度为  $k_1^1 = \dots = k_9^1 = 1.7 \times 10^9 \text{ N/m}$ ,阻尼为瑞利阻尼,阻尼系数为  $\xi_1 = 0.05$ ;隔震层质量为  $m_b = 2.5 \times 10^6 \text{ kg}$ ,水平刚度为  $k_b = 4.7 \times 10^7 \text{ N/m}$ ,隔震层阻尼比  $\xi_2$  为 0.2;裙楼结构质量为  $m_1^2 = m_2^2 = m_3^2 = 3.2 \times 10^6 \text{ kg}$ ,水平刚度为  $k_1^2 = k_2^2 = k_3^2 = 1.2 \times 10^9 \text{ N/m}$ ,阻尼同主楼.在第3层顶安装控制设备将之连接,地震最大加速度  $a_{\max}$  为  $4 \text{ m/s}^2$ .以上参数如有特别说明时例外,根据试算结果,  $R, Q$  可取对角矩阵,对角矩阵元素分别为  $r_{ii} = 10^{-12}, q_{ii} = 10^3$ .

#### 4.1 控制效果(Effect of control)

为研究组合隔震结构控制的效果,根据以上所给的条件,分别计算出主楼各层在不隔震不控制(工况1)、只控制不隔震(工况2)、既控制又隔震(工况3)、只隔震不控制(工况4)4种情况的响应均方根值,如图2,3所示.图中:  $n$  为楼层,  $a$  为加速度,  $x$  为位移.

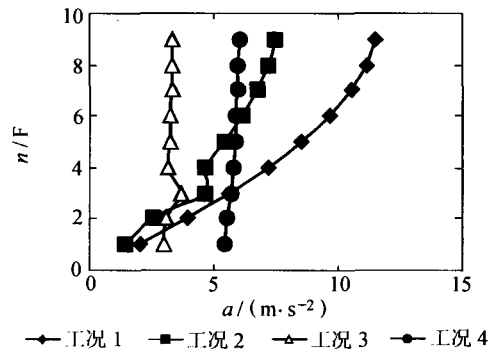


图2 主楼加速度响应均方根  
Fig. 2 Root mean square of main building acceleration

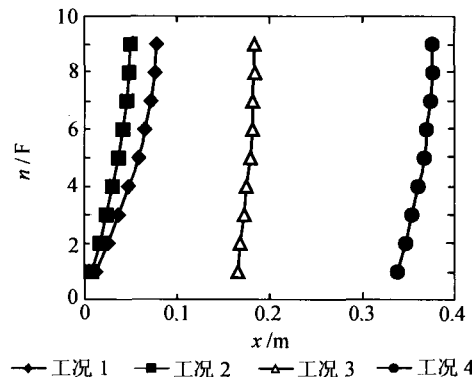


图3 主楼结构位移响应均方根  
Fig. 3 Root mean square of main building displacement

从图2和图3可以看出,当只采用隔震措施时,结构的加速度响应显著减小,但其位移响应却有明显增大;当隔震控制同时施加时,其加速度响应比只隔震不控制时减小1/2左右,比只控不隔时也有明显减小,更重要的是,其绝对位移也有明显减小,这可以有效克服隔震结构位移过大的弱点.当只采取控制措施而不隔震时,位移和加速度响应都可以大大减小,但光靠控制措施来抑制结构的地震响应,对相邻结构动力特性或控制力有过高的要求.这说明,在组合隔震体系中,隔震措施对减小地震力响应效果非常明显,但同时使结构绝对位移响应增大;而相互控制,不但可以减小结构的地震力响应,同时可以极大地抑制结构的绝对位移响应.当两者同时采用时,可以充分发挥各自的优势.

#### 4.2 隔震度的影响(Impact of isolation degree)

在分析隔震度对组合隔震体系振动控制的影响时,假设其它条件均不变,而只是隔震层刚度产生变化,主楼顶层地震响应及结构控制力均方根随隔震度的变化关系如图4~6示.由图4、图5可以看出,隔震度越大,位移响应越大,而加速度响应越小.由图6可以看出,控制力的大小与主楼的隔震度有关,当隔震度在1.5~2.5范围内时,所需控制力最小,这以后逐步增大.当然,控制力的大小还与裙楼的动力特性有关,这是因为随着隔震度增大,所需抑制的结构位移增大.说明组合隔震体系中,主楼的隔震度对结构的振动控制有重要影响,但并非隔震度越高越有利于结构的振动控制,而要通过控制权函数确定地震响应和控制力之间的关系.图中: $x$ 为顶层位移均方根, $I$ 为隔震度, $a$ 为顶层加速度均方根, $u$ 为控制力.

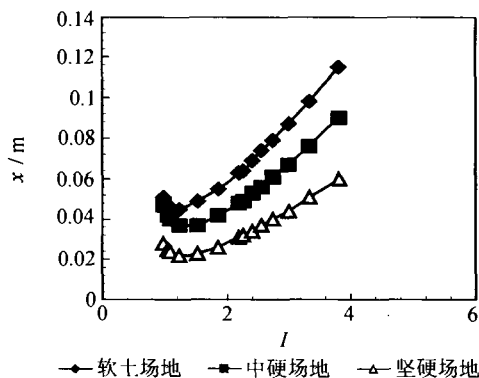


图4 主楼顶层位移与隔震度的关系

Fig. 4 Relationship between displacement of main building top floor and isolation degree

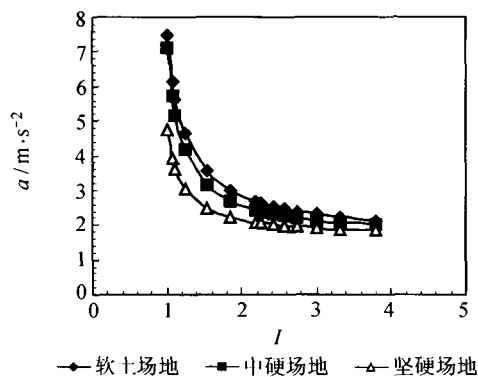


图5 主楼顶层加速度与隔震度的关系

Fig. 5 Relationship between acceleration of main building top floor and isolation degree

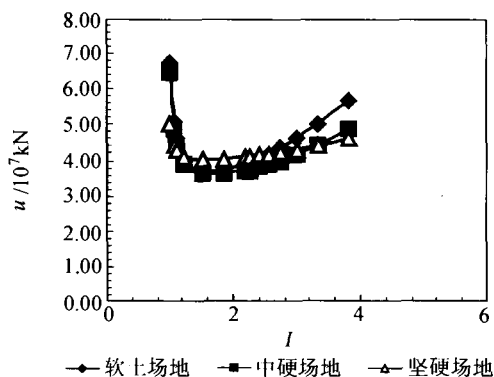


图6 控制力与隔震度的关系

Fig. 6 Relationship between control force and isolation degree

#### 4.3 隔震器阻尼的影响(Impact of damping of isolation)

结构隔震系统的阻尼可以吸收下部传来的地震能量,因此,阻尼(特别是隔震系统的阻尼)对结构的地震响应是有影响的.假定其他条件不变,仅隔震层的阻尼比发生变化,主楼顶层响应及最优控制力均方根随隔震层阻尼比的变化如图7~9示.从图7可知,随着隔震器的阻尼增大,控制力减小,而且减小的趋势很快,当阻尼比达到0.2左右时变化趋于平缓;从图8和图9可以看出,主楼位移和加速度响应均随隔震器阻尼比的增大而减小,位移响应受阻尼比的影响更大.当阻尼比达到0.2附近时,加速度响应基本上趋于平缓,位移响应的变化幅度也大大趋缓,因此,对于组合隔震结构来说,主楼的隔震层的阻尼存在一个最优值.图中: $u$ 为控制力, $\xi_b$ 为阻尼比, $x$ 为顶层位移均方根, $a$ 为顶层加速度均方根.

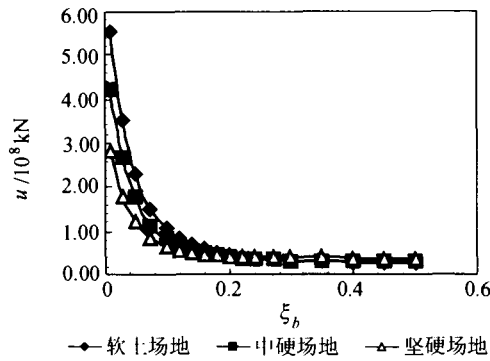


图 7 控制力与阻尼比的关系

Fig. 7 Relationship between control force and damping ration

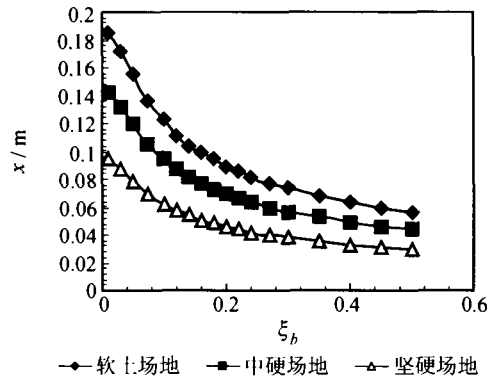


图 8 主楼顶层位移随阻尼的变化

Fig. 8 Relationship between displacement of main building top floor and damping

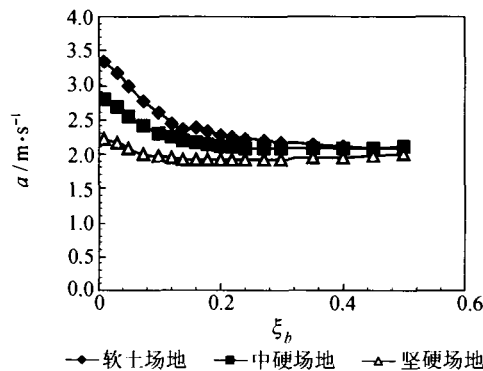


图 9 主楼顶层加速度随阻尼的变化

Fig. 9 Relationship between acceleration of main building top floor and damping

#### 4.4 组合后主楼对裙楼的影响讨论 (Discussion for impact of main building to apron building after combined)

笔者在文献[6]中分析计算了组合后 4 种工况下对裙楼地震相应的影响,总的来说,组合后裙楼的地震响应都有不同程度的减小,以工况 3 效果最佳.另外,通过计算还发现,当主楼和裙楼自振频率接近时,组合后的减振效果并不明显,当两者频率相等

时,组合后对原结构的地震相应不产生影响.因此,在采用组合结构或组合隔震结构进行减振或减振控制时,应确保两单体的自振频率相互远离.

#### 5 结论 (Conclusion)

通过以上计算与分析,可以得到如下结论:

- 1) 经过优化控制参数,组合隔震结构振动控制体系能有效抑制结构的振动;
- 2) 组合隔震结构振动控制体系的控制效果与主楼的隔震度、隔震器的阻尼有密切关系,存在最优隔震度和最优阻尼,最优隔震度与结构的初始刚度有关;最优阻尼比为 0.2;
- 3) 采用组合隔震结构进行减振或减振控制时,应确保两单体的自振频率相互远离.

#### 文献参考 (References):

- [1] 闵书亮,刘季.组合结构体系的振动控制方法[J].地震工程与工程振动,1989,9(4):6-12.  
(MIN Shuliang, LIU Ji. Vibration control method of Combined structure [J]. *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, 1989, 9(4):60-71.)
- [2] LUCO J E, WONG H L. Control of the seismic of adjacent structures [C]// *Proc of the First World Conference on Structural Control*. New York: John Wiley & Sons, 1994.
- [3] 楼梦麟,林皋.附属结构的地震反应[J].地震工程与工程振动,1984,4(2):27-32.  
(LOU Menlin, LIN Gao. Earthquake response of secondary structure [J]. *Earthquake engineering and Engineering vibration*, 1984, 4(2): 21-27.)
- [4] 阎石,林皋,李晓光,等.相邻建筑结构的模糊振动控制[J].地震工程与工程振动,2000,6(2):39-43.  
(YAN Shi, LIN Gao, LI Xiaoguang, et al. Fuzzy vibration control of adjacent structures [J]. *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, 2000, 20(2):39-43.)
- [5] 王文亮,丁海成,梁起智.基础隔震的主动控制结构抗震性能分析[J].复旦大学学报,1996,35(4):436-446.  
(WANG Wenliang, DING Haicheng, LIANG Qizhi. Performance analysis of earthquake resistance for active control of base-isolated structures [J]. *J of Fudan University (Natural Science)*, 1996, 35(4):436-446.)
- [6] 邹立华.工程结构减振控制中若干问题的研究[D].成都:西南交通大学,2004.  
(ZOU Lihua. *Study of some problems on vibration-reduction control of engineering structures* [D]. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2004.)
- [7] 袁著祉,阮荣耀,高龙.现代控制理论在工程中的应用[M].北京:科学出版社,1985.  
(YUAN Zhuzhi, RUAN Rongyao, GAO Long. *Application of Modern Control Theory in Engineering* [M]. Beijing: Science Press, 1985.)

(下转第 982 页)

- [4] 王长永. 组合变流器相移 SPWM 技术及其在有源电力滤波器中的应用研究[D]. 杭州: 浙江大学, 2000 年.  
(WANG Changyong. *Multi-modular converter with phase-shifted SPWM technique and its application to active power filter* [D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2000.)
- [5] WANG X, OOI B T. Unity PF current-source rectifier based on dynamic tri-logic PWM [J]. *IEEE Trans on Power Electron*, 1993, 8(3): 288 - 294.
- [6] KAZERANI M, ZHANG Zhongchao, OOI B O. Linearly controllable boost voltage from tri-Level PWM current-source inverter [J]. *IEEE Trans on Ind Electron*, 1995, 42(1): 72 - 77.
- [7] 张崇巍, 张兴. PWM 整流器及其控制[M]. 北京: 机械工业出版社, 2003: 321 - 359.  
(ZHANG Congwei, ZHANG Xing. *PWM Rectifiers and Control* [M]. Beijing: China Machine Press, 2003: 321 - 359.)
- [8] BOTAN C, ONEA A. The weight selection in the LQ optimal control for an electrical drive system [J]. *Industrial Electronics Proceedings of the IEEE Int Symposium*, 1997, 7(3): 1039 - 1043.
- [9] 刘豹. 现代控制理论[M]. 北京: 机械工业出版社, 1999: 272 - 293.  
(LIU Bao. *Modern Control Theories* [M]. Beijing: China Machine Press, 1999: 272 - 293.)

#### 作者简介:

李玉玲 (1973—), 女, 博士生, 主要从事有源滤波、功率因素校正方面的研究, E-mail: liyl@cee.zju.edu.cn;

鲍建宇 (1976—), 男, 从事多电平变流器方面的研究, E-mail: jianyu\_bao@163.com;

张仲超 (1942—), 男, 教授, 博士生导师, 从事电力电子技术和应用方面研究, E-mail: zhangzc@public.zju.edu.cn.

#### (上接第 977 页)

- [8] 胡聿贤. 地震工程学[M]. 北京: 地震出版社, 1988.  
(HU Luxian. *Earthquake Engineering* [M]. Beijing: Earthquake Press, 1988.)
- [9] 闵书亮. 主附结构的组合及控制机理研究[J]. 哈尔滨建筑工程学院学报, 1993, 26(4): 12 - 18  
(MIN Shuliang. Study on the composition and control principles of main-secondary structure [J]. *J of Harbin Archit & Civ Eng Inst*, 1993, 26(4): 13 - 18.)
- [10] 陈仁福. 大跨悬索桥理论[M]. 成都: 西南交通大学出版社, 1994.  
(CHENG Renfu. *Theory of Large Span Suspend Bridge* [M]. Chengdu: Southwest Jiaotong University Press, 1994.)

#### 作者简介:

邹立华 (1966—), 男, 教授, 博士, 主要从事结构减振控制研究, E-mail: zoulhua66@163.com;

赵建昌 (1962—), 男, 教授, 博士, 主要从事结构工程研究, E-mail: zhaojchang@163.com;

虞庐松 (1968—), 男, 教授, 博士, 主要从事工程抗震研究, E-mail: yls@163.com.