第23卷第1期
2006年2月

控制理论与应用
Control Theory & Applications

Vol.23 No.1
Feb. 2006

文章编号: 1000-8152(2006)01-0014-05

离散广义系统具有完整性的鲁棒二次稳定

陈跃鹏[1,4], 周祖德[3], 刘焕彬[3], 张庆灵[2], 姚 波[5]

(1.武汉理工大学 自动化学院,湖北 武汉 430070; 2.武汉理工大学 机电学院,湖北 武汉 430070;
3.黄冈师范学院 数学系,湖北 黄冈 438000; 4.东北大学 系统科学研究所, 辽宁 沈阳 110004;
5.沈阳师范大学 数学与系统科学学院, 辽宁 沈阳 110006)

摘要: 研究时不变不确定离散广义系统具有完整性的鲁棒二次稳定问题. 首先,给出不确定离散广义系统鲁棒二次稳定的充要条件. 其次,利用广义代数 Riccati 不等式,设计状态反馈使得不确定离散广义系统鲁棒二次稳定. 进一步,给出状态反馈设计方法,使得不确定离散闭环广义系统在执行器正常以及部分出现故障情况下,都保持鲁棒二次稳定. 即不确定广义系统具有完整性. 同时,还讨论了所给的广义代数 Riccati 不等式的求解问题. 最后给出数字例子来验证所给结果的有效性.

关键词: 完整性; 二次稳定; 不确定离散广义系统; 执行器

中图分类号: TP13 **文献标识码**: A

Robust quadratic stabilization with integrity for discrete-time descriptor system

CHEN Yue-peng[1,4], ZHOU Zu-de[2], LIU Huan-bin[3], ZHANG Qing-ling[4], YAO Bo[5]

(1. School of Automation, Wuhan University of Technology, Wuhan Hubei 430070, China;
2. School of Mechantronic Engineering, Wuhan University of Technology, Wuhan Hubei 430070, China;
3. Department of Mathematics, Huanggang Normal University, Huangang Hubei 438000, China;
4. Institute of System Sciences, Northeastern University, Shenyang Liaoning 110004, China;
5. School of Mathematics and Systematic Sciences, Shenyang Normal University, Shenyang Liaoning 110006, China)

Abstract: In this paper, robust quadratic stabilization with integrity is explored for an uncertain time-invariant discrete-time descriptor system. Firstly, a sufficient and necessary condition for an uncertain discrete-time descriptor system to be robust quadratically stable is given. Then, in terms of generalized algebraic Riccati inequality, the state feedback is designed such that the resultant uncertain discrete-time closed-loop descriptor system is robustly quadratically stable. Furthermore, attention is focused on the design of state feedback which guarantees the resultant uncertain discrete-time closed-loop descriptor system to be robustly quadratically stable even when part of the actuators failure, i.e. the controlled descriptor system possesses integrity. Simultaneous, the problem of how to solve the generalized algebraic Riccati inequality is also discussed. Finally, a numerical example is provided to demonstrate the effectiveness of the proposed approach.

Key words: integrity; quadratic stabilization; uncertain discrete-time descriptor system; actuator

1 引言(Introduction)

近年来,广义系统在电网、经济、航天和生物工程等领域得到了广泛的应用,并吸引了大量的学者从事这些方面的研究[1,2]. 但无论是哪一种形式的广义系统,都会因为某些原因而使得系统元件不可避免地出现不同程度的故障. 当故障发生后,系统可能不再满足一些给定的性能指标[3],甚至会不稳定. 系统的完整性控制器设计是指设计同一个鲁棒控制器,使得系统在正常情况下和在出现故障情况下,该控制器都能使系统保持二次稳定或其它的良好性能. 因此系统完整性控制器的设计问题具有重要的理论意义和实际应用价值[4~6].

目前,人们对正常系统的完整性控制器设计做了大量的研究并取得许多成果[4]. 但由于广义系统

收稿日期: 2003-11-07; 收修改稿日期: 2005-06-13.
基金项目: 国家自然科学基金重点资助项目(50335020); 国家自然科学基金资助项目(60574011); 中国博士后基金资助项目(2005038553); 湖北省教育厅科学研究重大项目基金资助项目(2002z04001).

与正常系统相比有较复杂的脉冲[2]，这样广义系统的完整性控制器设计相对于正常系统复杂些[5,6]. 文献[5,6]对连续广义系统完整性控制器设计问题作了一些研究，本文将对如何设计鲁棒控制器使带有不确定项的离散广义系统具有二次稳定完整性问题做探索性研究.

2 系统的描述(System description)

考虑时不变不确定离散广义系统

$$Ex(t+1) = (A+\Delta A)x(t), \tag{1}$$

这里 $x(t) \in \mathbb{R}^n$ 是系统的状态. E 和 A 是具有适当维数的常数矩阵，并且 $\operatorname{rank} E \leqslant n$. $\Delta A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ 是不确定项，具有的结构形式为

$$\Delta A = DFG,\ F \in \Omega = \{F \in \mathbb{R}^{k\times j}:\ F^{\mathrm T}F \leqslant I\}, \tag{2}$$

其中，D 和 G 是具有适当维数的常数矩阵，F 是满足式(2)的时不变矩阵.

构造下面形式的广义 Lyapunov 函数

$$v(Ex(t)) = x^{\mathrm T}(t)E^{\mathrm T}VEx(t),$$

其中 $V \in \mathbb{R}^{n\times n}$，定义

$$\Delta(v) = v(Ex(t+1)) - v(Ex(t)),$$

则

$$\Delta(v) = x^{\mathrm T}(t)((A+\Delta A)^{\mathrm T}V(A+\Delta A) - E^{\mathrm T}VE)x(t).$$

另外假设[7]

A1) $\quad \operatorname{rank}(E\quad D) = \operatorname{rank} E.$

定义1 不确定离散广义系统(1)是二次稳定的. 如果存在可逆对称矩阵 V 和正实数 α 使得下面的不等式

$$\Delta(v) \leqslant -\alpha\|x(t)\|^2,\ \forall x(t) \in \mathbb{R}^n,\ E^{\mathrm T}VE \geqslant 0.$$

对任意满足式(2)的不确定项 ΔA 成立.

易知，当不确定离散广义系统(1)二次稳定时，该系统也是正则、渐近稳定且具有因果性. 如果将不确定离散广义系统(1)改写成下面的形式

$$\begin{aligned} &Ex(t+1) = Ax(t) + D\omega(t),\\ &z(t) = Gx(t),\ \omega(t) = Fz(t). \end{aligned} \tag{3}$$

从 ω 到 z 的传递函数矩阵记为

$$T(z) = G(zE-A)^{-1}D.$$

引理1[8] 对于不确定离散广义系统(1)，下面的命题等价：

a) 不确定离散广义系统(1)正则、渐近稳定、具有因果性且 $\|G(zE-A)^{-1}D\|_\infty < 1$.

b) 存在可逆对称矩阵 V 满足不等式

$$A^{\mathrm T}(V^{-1}-DD^{\mathrm T})^{-1}A - E^{\mathrm T}VE + G^{\mathrm T}G < 0,$$
$$I - D^{\mathrm T}VD > 0,\ E^{\mathrm T}VE \geqslant 0.$$

引理2[9] 设矩阵 Y, M 和 N 具有适当维数，$\sigma > 0$，不确定项 Δ 满足 $\Delta^{\mathrm T}\Delta \leqslant \sigma I$，则 $Y + M\Delta N + N^{\mathrm T}\Delta^{\mathrm T}M^{\mathrm T} < 0$ 成立的充要条件是存在 $\varepsilon > 0$ 满足

$$Y + \varepsilon MM^{\mathrm T} + \varepsilon^{-1}\sigma N^{\mathrm T}N < 0.$$

引理3[7] 矩阵对(E, A)正则、渐近稳定且具有因果性的充要条件是存在可逆对称矩阵 V 使得

$$A^{\mathrm T}VA - E^{\mathrm T}VE < 0,\ E^{\mathrm T}VE \geqslant 0.$$

引理4[10] 对于给定的 $r > 0$，下面的命题等价：

i) 矩阵 A 的特征值位于单位圆盘内(即 A 渐近稳定)且

$$\|C(zI-A)^{-1}B + D\|_\infty < r.$$

ii) 存在正定对称矩阵 P 满足不等式

$$A^{\mathrm T}PA - P + C^{\mathrm T}C + (A^{\mathrm T}PB + C^{\mathrm T}D)(r^2I - B^{\mathrm T}PB - D^{\mathrm T}D)^{-1}(B^{\mathrm T}PA + D^{\mathrm T}C) < 0,$$
$$r^2I - B^{\mathrm T}PB - D^{\mathrm T}D > 0.$$

3 二次稳定与二次能稳(Quadratic stability and quadratic stabilization)

下面建立不确定离散广义系统(1)二次稳定与传递函数矩阵 $T(z)$ 的 H_∞ 范数之间的联系.

定理1 对于不确定离散广义系统(1)，当假设A1)成立时，下面的命题是等价的：

i) 不确定离散广义系统(1)是二次稳定的.

ii) 不确定离散广义系统(3)是正则、渐近稳定、具有因果性，且

$$\|G(zE-A)^{-1}D\|_\infty < 1.$$

证 ii)⇒i). 由引理1，存在可逆对称矩阵 V 满足不等式

$$A^{\mathrm T}(V^{-1}-DD^{\mathrm T})^{-1}A - E^{\mathrm T}VE + G^{\mathrm T}G < 0,$$
$$S := I - D^{\mathrm T}VD > 0,\ E^{\mathrm T}VE \geqslant 0.$$

因为

$$A^{\mathrm T}VDFG + G^{\mathrm T}F^{\mathrm T}D^{\mathrm T}VA \leqslant A^{\mathrm T}VDS^{-1}D^{\mathrm T}VA + G^{\mathrm T}F^{\mathrm T}SFG,$$

所以

$$\begin{aligned} &(A+DFG)^{\mathrm T}V(A+DFG) - E^{\mathrm T}VE = \\ &A^{\mathrm T}VA - E^{\mathrm T}VE + A^{\mathrm T}VDFG + \\ &G^{\mathrm T}F^{\mathrm T}D^{\mathrm T}VA + G^{\mathrm T}F^{\mathrm T}D^{\mathrm T}VDFG \leqslant \\ &A^{\mathrm T}VA - E^{\mathrm T}VE + A^{\mathrm T}VDS^{-1}D^{\mathrm T}VA + \\ &G^{\mathrm T}F^{\mathrm T}SFG + G^{\mathrm T}F^{\mathrm T}D^{\mathrm T}VDFG = \\ &A^{\mathrm T}VA - E^{\mathrm T}VE + A^{\mathrm T}VDS^{-1}D^{\mathrm T}VA + G^{\mathrm T}F^{\mathrm T}FG \leqslant \\ &A^{\mathrm T}VA - E^{\mathrm T}VE + A^{\mathrm T}VDS^{-1}D^{\mathrm T}VA + G^{\mathrm T}G = \\ &A^{\mathrm T}(V + VDS^{-1}D^{\mathrm T}V)A - E^{\mathrm T}VE + G^{\mathrm T}G. \end{aligned}$$

于是由矩阵求逆公式有

$$\begin{aligned} &(A+DFG)^{\mathrm T}V(A+DFG) - E^{\mathrm T}VE \leqslant \\ &A^{\mathrm T}(V^{-1}-DD^{\mathrm T})^{-1}A - E^{\mathrm T}VE + G^{\mathrm T}G < 0. \end{aligned}$$

定义

$$W = -(A^{\mathrm T}(V^{-1}-DD^{\mathrm T})^{-1}A - E^{\mathrm T}VE + G^{\mathrm T}G),$$

并用$\lambda_{\min}(W)$表示W的最小特征值,则$\lambda_{\min}(W)>0$. 于是

$$x^{\mathrm T}(t)((A+DFG)^{\mathrm T}V(A+DFG)-E^{\mathrm T}VE)x(t)\leqslant -\lambda_{\min}(W)\|x(t)\|^2,\forall F\in\Omega.$$

而且 $$E^{\mathrm T}VE\geqslant 0.$$

所以不确定离散广义系统(1)是二次稳定的.

i)⇒ii). 由不确定离散广义系统(1)二次稳定知,存在可逆对称矩阵V使不等式

$$(A+DFG)^{\mathrm T}V(A+DFG)-E^{\mathrm T}VE<0,\quad(4a)$$

$$E^{\mathrm T}VE\geqslant 0\quad(4b)$$

成立. 根据假设A1),存在足够小的常数$\alpha_1>0$使得

$$Q_1:=\alpha_1 I + D^{\mathrm T}VD>0.$$

而且

$$(A+DFG)^{\mathrm T}V(A+DFG)-E^{\mathrm T}VE+\alpha_1G^{\mathrm T}F^{\mathrm T}FG<0.\quad(5)$$

令$H+A^{\mathrm T}VA-E^{\mathrm T}VE-A^{\mathrm T}VDQ_1^{-1}D^{\mathrm T}VA$,于是式(5)等价于

$$H=(A^{\mathrm T}VD+G^{\mathrm T}F^{\mathrm T}Q_1)Q_1^{-1}(D^{\mathrm T}VA+Q_1FG)<0.$$

利用Schur补,上式又等价于

$$\begin{bmatrix}H & A^{\mathrm T}VD\\ D^{\mathrm T}VA & -Q_1\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0 & G^{\mathrm T}F^{\mathrm T}Q_1\\ Q_1FG & 0\end{bmatrix}<0,$$

于是

$$\begin{bmatrix}H & A^{\mathrm T}VD\\ D^{\mathrm T}VA & -Q_1\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\ Q_1\end{bmatrix}F[G\quad 0]+\left(\begin{bmatrix}0\\ Q_1\end{bmatrix}F[G\quad 0]\right)^{\mathrm T}<0.$$

由引理2知,上式成立等价于存在常数$\varepsilon>0$使得

$$\begin{bmatrix}H+\varepsilon^{-1}G^{\mathrm T}G & A^{\mathrm T}VD\\ D^{\mathrm T}VA & -Q_1+\varepsilon Q_1^2\end{bmatrix}<0.\quad(6)$$

于是利用Schur补,式(6)等价于

$$A^{\mathrm T}VA-E^{\mathrm T}VE+\varepsilon^{-1}G^{\mathrm T}G+A^{\mathrm T}VD((Q_1-\varepsilon Q_1^2)^{-1}-Q_1^{-1})D^{\mathrm T}VA<0.$$

由

$$(Q_1-\varepsilon Q_1^2)^{-1}-Q_1^{-1}=(\varepsilon^{-1}I-Q_1)^{-1},$$

得到

$$A^{\mathrm T}VA-E^{\mathrm T}VE+\varepsilon^{-1}G^{\mathrm T}G+A^{\mathrm T}VD(\varepsilon^{-1}I-Q_1)^{-1}D^{\mathrm T}VA=A^{\mathrm T}(V^{-1}-\delta DD^{\mathrm T})^{-1}A-E^{\mathrm T}VE+\varepsilon^{-1}G^{\mathrm T}G<0.\quad(7)$$

这里$\delta=(\varepsilon^{-1}-\alpha_1)^{-1}$. 下面证明$\delta>0$. 事实上,由式(6)有

$$-Q_1+\varepsilon Q_1^2<0,$$

由于Q_1是对称正定矩阵,故

$$0>Q_1^{-1}(-Q_1+\varepsilon Q_1^2)Q_1^{-\mathrm T}=-Q_1^{-1}+\varepsilon I,$$

即$\alpha_1 I+D^{\mathrm T}VD<\varepsilon^{-1}I$, 或

$$\delta^{-1}I=(\varepsilon^{-1}-\alpha_1)I>D^{\mathrm T}VD\geqslant 0.$$

因此有$\delta>0$成立. 从而有

$$(\varepsilon^{-1}I-Q_1)=\varepsilon^{-1}I-\alpha_1I-D^{\mathrm T}VD=\delta^{-1}I-D^{\mathrm T}VD>0.\quad(8)$$

由式(4b)(7)和式(8),根据引理1,不确定离散广义系统$\left(E,A\sqrt{\delta}D,\frac{1}{\sqrt{\varepsilon}}G\right)$正则、渐近稳定、具有因果性,且$\left\|\frac{1}{\sqrt{\varepsilon}}G(zE-A)^{-1}\sqrt{\delta}D\right\|_\infty<1$,即不确定离散广义系统(3)正则、渐近稳定、具有因果性,且$\|G(zE-A)^{-1}D\|_\infty<\sqrt{1-\alpha_1\varepsilon}<1$. 证毕.

注1 当$E=I$时,假设A1)自然成立,这时定理1可以看作是不确定正常离散系统二次稳定结论的一个推广.

对于不确定离散广义系统(1),当考虑带有输入项时,则系统(1)可表示成如下的形式

$$Ex(t+1)=(A+\Delta A)x(t)+Bu(t).\quad(9)$$

这里$u(t)\in\mathbb{R}^r$是系统的输入,B是具有适当维数的常数矩阵.

定义2 不确定离散广义系统(9)称为状态反馈作用下二次能稳定的,如果存在状态反馈

$$u(t)=Kx(t),$$

其中K为反馈矩阵,使闭环广义系统

$$Ex(t+1)=(A+\Delta A+BK)x(t)\quad(10)$$

二次稳定.

定理2 不确定离散广义系统(9)状态反馈作用下二次能稳定,如果存在可逆对称矩阵V和正实数ε_1使得不等式

$$Q<0,\quad(11)$$

$$E^{\mathrm T}VE\geqslant 0\quad(12)$$

成立. 其中

$$Q=A^{\mathrm T}VA-E^{\mathrm T}VE+A^{\mathrm T}VD\theta_1^{-1}D^{\mathrm T}VA+G^{\mathrm T}G-\theta_3^{\mathrm T}\theta_2^{-1}\theta_3,\quad(13a)$$

$$\begin{cases}\theta_1=I-D^{\mathrm T}VD>0,\\ \theta_2=\varepsilon_1I+B^{\mathrm T}VB+B^{\mathrm T}VD\theta_1^{-1}D^{\mathrm T}VB>0,\\ \theta_3=B^{\mathrm T}VA+B^{\mathrm T}VD\theta_1^{-1}D^{\mathrm T}VA.\end{cases}\quad(13b)$$

此时,状态反馈

$$u(t)=Kx(t),K=-\theta_2^{-1}\theta_3.\quad(14)$$

证 根据定理1,只需证明存在可逆对称矩阵V满足不等式

$$(A+BK)^{\mathrm T}(V^{-1}-DD^{\mathrm T})^{-1}(A+BK)-E^{\mathrm T}VE+G^{\mathrm T}G<0,\quad(15a)$$

$$I - D^{\mathrm{T}}VD > 0, \tag{15b}$$

$$E^{\mathrm{T}}VE \geqslant 0. \tag{15c}$$

由于

$$(A+BK)^{\mathrm{T}}(V^{-1}-DD^{\mathrm{T}})^{-1}(A+BK) - E^{\mathrm{T}}VE + G^{\mathrm{T}}G =$$
$$(A+BK)^{\mathrm{T}}V(A+BK) - E^{\mathrm{T}}VE +$$
$$(A+BK)^{\mathrm{T}}VD\theta_1^{-1}D^{\mathrm{T}}V(A+BK) + G^{\mathrm{T}}G \leqslant$$
$$A^{\mathrm{T}}VA - E^{\mathrm{T}}VE + A^{\mathrm{T}}VD\theta_1^{-1}D^{\mathrm{T}}VA +$$
$$G^{\mathrm{T}}G + K^{\mathrm{T}}\theta_3 + \theta_3^{\mathrm{T}}K + K^{\mathrm{T}}\theta_2 K =$$
$$Q + (K+\theta_2^{-1}\theta_3)^{\mathrm{T}}\theta_2(K+\theta_2^{-1}\theta_3).$$

将式(14)代入上式得到

$$(A+BK)^{\mathrm{T}}(V^{-1}-DD^{\mathrm{T}})^{-1}(A+BK) - E^{\mathrm{T}}VE + G^{\mathrm{T}}G \leqslant Q < 0.$$

故式(15a)成立,又式(15b)(15c)显然成立.

于是定理2得证.　　证毕.

4　完整性鲁棒二次稳定(Robust quadratic stabilization with integrity)

下面讨论不确定离散广义系统执行器出现故障时系统状态反馈下二次能稳定问题. 对于执行器可能发生故障的情形,引入表示执行器故障的切换矩阵

$$L = \mathrm{diag}(l_1, l_2, \cdots, l_m),$$

其中,$l_i \in [0,1]$. 当 $l_i = 1$ 时,表示第 i 个执行器正常;当 $l_i = 0$ 时,表示第 i 个执行器完全失效;当 $l_i \in (0,1)$ 时,表示第 i 个执行器存在着一定程度的故障,$i = 1,2,\cdots,m$. 于是有

$$Ex(t+1) = (A+\Delta A)x(t) + BLKx(t). \tag{16}$$

注2　切换矩阵 L 中的元素 $l_i \in [0,1]$ 是用于描述第i个执行器的故障程度,$i=1,2,\cdots,m$. 譬如:如果 $l_i = 0.5$,则表示信号通过第i个执行器后强度减为50%. 在系统状态反馈设计中,切换矩阵 $L = \mathrm{diag}(l_1, l_2, \cdots, l_m)$ 是不确定矩阵. 然而系统执行器的每一情形,都对应着一个确定的切换矩阵 L. 对于有 m 个执行器的离散广义系统(16),本文将讨论它在任意一种故障情形下,都具有完整性的控制器设计问题. 当然,如果这 m 个执行器都完全失效,即 $L=0$,意味着闭环广义系统(16)中没有任何反馈信号,此时的闭环系统实际上是开环,因此这种极端的情形,本文将不考虑.

定理3　故障状态下的不确定离散广义系统(16)在状态反馈(14)作用下二次能稳定. 如果存在可逆对称矩阵 V 和正实数 $\varepsilon_0, \varepsilon_1$ 满足不等式

$$\theta_2 < \varepsilon_0 I < H_1, \tag{17a}$$

$$B_0^{\perp}QB_0^{\perp\mathrm{T}} < 0, \tag{17b}$$

$$E^{\mathrm{T}}VE \geqslant 0. \tag{17c}$$

这里矩阵 Q 和矩阵 $\theta_i (i=1,2,3)$ 分别满足式(13a)和式(13b),并且

$$H_1 = (D_0QB_0^{\perp\mathrm{T}})(B_0^{\perp}QB_0^{\perp\mathrm{T}})^{-1}(B_0^{\perp}QD_0^{\mathrm{T}}) - D_0QD_0^{\mathrm{T}},$$

$$D_0 = (B_rB_r^{\mathrm{T}})^{-\frac{1}{2}}B_l^{+}, B_0 = (\theta_2^{-1}\theta_3)^{\mathrm{T}}.$$

其中,矩阵 B_r 行满秩,矩阵 B_l 列满秩,矩阵 $B_0 = B_lB_r^{\mathrm{T}} \cdot B_l^{+}$ 表示 B_l 的 Moore-Penrose 逆. 矩阵 $B_0^{\perp}$ 的行是由 B_0^{T} 核空间的一组基向量构成(这样就有 $B_0^{\perp}B_0 = 0$ 且 $B_0^{\perp}B_0^{\perp\mathrm{T}} > 0$).

证　由于

$$(A+BLK)^{\mathrm{T}}(V^{-1}-DD^{\mathrm{T}})^{-1}(A+BLK) - E^{\mathrm{T}}VE + G^{\mathrm{T}}G =$$
$$(A+BLK)^{\mathrm{T}}V(A+BLK) - E^{\mathrm{T}}VE +$$
$$(A+BLK)^{\mathrm{T}}VD\theta_1^{-1}D^{\mathrm{T}}V(A+BLK) + G^{\mathrm{T}}G \leqslant$$
$$A^{\mathrm{T}}VA - E^{\mathrm{T}}VE + A^{\mathrm{T}}VD\theta_1^{-1}D^{\mathrm{T}}VA + G^{\mathrm{T}}G +$$
$$K^{\mathrm{T}}L\theta_3 + \theta_3^{\mathrm{T}}LK + K^{\mathrm{T}}L\theta_2LK =$$
$$Q + (LK+\theta_2^{-1}\theta_3)^{\mathrm{T}}\theta_2(LK+\theta_2^{-1}\theta_3). \tag{18}$$

将式(14)代入式(18),则

$$(A+BLK)^{\mathrm{T}}(V^{-1}-DD^{\mathrm{T}})^{-1}(A+BLK) - E^{\mathrm{T}}VE + G^{\mathrm{T}}G \leqslant$$
$$Q + (\theta_2^{-1}\theta_3)^{\mathrm{T}}(I-L)\theta_2(I-L)(\theta_2^{-1}\theta_3) = Q + B_0XB_0^{\mathrm{T}}.$$

其中 $X = (I-L)\theta_2(I-L)$,取 $T = \begin{bmatrix} D_0 \\ B_0^{\perp} \end{bmatrix}$,有

$$T(Q + B_0XB_0^{\mathrm{T}})T^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} D_0QD_0^{\mathrm{T}} + D_0B_0XB_0^{\mathrm{T}}D_0^{\mathrm{T}} & D_0QB^{\perp\mathrm{T}} \\ B_0^{\perp}QD_0^{\mathrm{T}} & B_0^{\perp}QB_0^{\perp\mathrm{T}} \end{bmatrix}.$$

由式(17a)知

$$\theta_2 = \varepsilon I + B^{\mathrm{T}}VB + B^{\mathrm{T}}VD\theta_1^{-1}D^{\mathrm{T}}VB < \varepsilon_0 I,$$

$$X = (I-L)\theta_2(I-L) \leqslant \varepsilon_0(I-L)^2 \leqslant \varepsilon_0 I.$$

因此

$$D_0QD_0^{\mathrm{T}} + D_0B_0XB_0^{\mathrm{T}}D_0^{\mathrm{T}} -$$
$$(D_0QB_0^{\perp\mathrm{T}})(B_0^{\perp}QB_0^{\perp\mathrm{T}})^{-1}(B_0^{\perp}QD_0^{\mathrm{T}}) \leqslant$$
$$D_0QD_0^{\mathrm{T}} + (B_rB_r^{\mathrm{T}})^{-\frac{1}{2}}B_r(\varepsilon_0 I)B_r^{\mathrm{T}}(B_rB_r^{\mathrm{T}})^{-\frac{1}{2}} -$$
$$(D_0QB_0^{\perp\mathrm{T}})(B_0^{\perp}QB_0^{\perp\mathrm{T}})^{-1}(B_0^{\perp}QD_0^{\mathrm{T}}) = \varepsilon_0 I - H_1.$$

又由式(17a)有

$$D_0QD_0^{\mathrm{T}} + D_0B_0XB_0^{\mathrm{T}}D_0^{\mathrm{T}} - (D_0QB_0^{\perp\mathrm{T}})(B_0^{\perp}QB_0^{\perp\mathrm{T}})(B_0^{\perp}QD_0^{\mathrm{T}}) < 0. \tag{19}$$

由式(17b)(19),利用 Schur 补有

$$Q + B_0XB_0^{\mathrm{T}} < 0,\text{即}$$

$$(A+BLK)^{\mathrm{T}}(V^{-1}-DD^{\mathrm{T}})^{-1}(A+BLK) - E^{\mathrm{T}}VE + G^{\mathrm{T}}G < 0.$$

因此故障状态下的不确定离散广义系统(16)在状态反馈(14)作用下二次能稳定.

注3　定理3中,若式(17)成立,这时必有 $Q<0$.

注4　由于不等式(17)不依赖于切换矩阵 L. 这样,对于不确定离散广义系统(9)的任一种故障情形,只要存在

可逆对称矩阵 V 和正实数 $\varepsilon_0,\varepsilon_1$ 满足式(17),系统(16)在状态反馈(14)作用下都二次能稳定.

定理 4 如果存在可逆对称矩阵 V 和正实数 $\varepsilon_0,\varepsilon_1$ 满足不等式(17).则不确定离散广义系统(9)在状态反馈(14)作用下二次能稳定.当系统出现故障时,该状态反馈仍能使故障情况下的不确定离散广义系统二次稳定.也就是说不确定离散广义系统(9)具有完整性鲁棒二次稳定.

注 5 定理4给出了不确定离散广义系统(9)在状态反馈(14)作用下具有完整性鲁棒二次稳定的充分条件,此时对应的状态反馈控制器(14)能够通过解矩阵不等式(17)得到.对于相对低阶的不确定离散广义系统模型来说,能够通过局部搜索方法得到式(17)的可逆对称矩阵 V 和正实数 $\varepsilon_0,\varepsilon_1$ 解.但应该指出的是,对于高阶不确定离散广义系统模型来说,由于矩阵不等式(17)中包含有矩阵分解,求 Moore-Penrose 逆等运算,这样使得设计过程相对复杂些.因此,如何找到一个有效的算法,从而方便快捷地求解这种形式的矩阵不等式,仍然是今后需要进一步研究的问题.

5 例子(Example)

下面给出一个开环系统并不稳定例子来演示所给的设计方法,并验证其有效性.

例 考虑一个3阶不确定离散广义系统,其系统矩阵为

$$E=\begin{bmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&0\end{bmatrix},\ B=\begin{bmatrix}1.000&0.2000\\0.3000&0.2000\\0.3000&0.0100\end{bmatrix},$$

$$A=\begin{bmatrix}1.1000&0.5000&0\\-0.2000&-0.9000&0.4000\\1.0000&0.8000&-2.000\end{bmatrix},$$

$$D=[2.000\quad 0.4000\quad 0]^{\mathrm T},$$

$$G=[0.1000\quad 0.1500\quad 1.0000].$$

通过计算易知,所给的离散广义系统不稳定(特征根分别为 $z_1=1.1;z_2=1.076$).解不等式(17a)(17b)和(17c)得

$$\varepsilon_0=1.4>0,\ \varepsilon_1=1.14>0,$$

$$V=\begin{bmatrix}1.2000&1.0000&0.5000\\1.0000&2.0000&0\\0.5000&0&-1.0000\end{bmatrix}.$$

定理4满足,此时反馈矩阵

$$K=\begin{bmatrix}1.3247&0.4575&-1.5476\\0.5078&0.2775&-0.6297\end{bmatrix}.$$

于是对于执行器切换矩阵 $L=\mathrm{diag}(l_1,l_2),l_1,l_2\in[0\quad 1]$,且 l_1 与 l_2 不同时为0,以及满足式(2)的不确定项 F,矩阵

$$((A+DFG+BLK)^{\mathrm T}V(A+DFG+BLK)-E^{\mathrm T}VE)\leqslant Q+\varepsilon_0B_0B_0^{\mathrm T}\leqslant-0.2424I_3.$$

其中 I_3 表示3阶单位矩阵.取 $\alpha=0.2424$,这样就有

$$E^{\mathrm T}VE\geqslant0,\Delta(v)\leqslant-\alpha\|x(t)\|^2,\forall x(t)\in\mathbb{R}^n$$

成立.因此该系统具有完整性鲁棒二次稳定.

6 结论(Conclusion)

本文讨论了不确定时不变离散广义系统在状态反馈作用下的闭环系统具有完整性的鲁棒二次稳定问题,给出了系统具有完整性的鲁棒二次稳定的充分条件.最后用例子来验证了此方法的有效性.

参考文献(References):

[1] CAMPBELL S L. *Singular Systems of Differential Equations*[M]. London:Pitman, 1982.

[2] DAI L. *Singular Control Systems*[M]. Berlin:Spring-Verlag, 1989.

[3] 陈跃鹏,张庆灵,周祖德,等.广义系统 H_∞ 可靠控制[J].控制理论与应用,2005,22(3):407-412.
(CHEN Yuepeng, ZHANG Qingling, ZHOU Zude, et al. H-infinity reliable control for descriptor systems[J]. *Control Theory & Applications*, 2005,22(3):407-412.)

[4] 葛建华,孙优贤.容错控制系统的分析与综合[M].杭州:浙江大学出版社,1994.
(GUO Jianhua, SUN Youxian. *Analysis and Synthesize for Fault-Tolerant Control Systems*[M]. Hangzhou: Zhejiang University Press,1994.)

[5] 陈跃鹏,张庆灵,姚波.广义系统具有完整性的鲁棒二次稳定[J].自动化学报,2002,28(4):615-619.
(CHEN Yuepeng, ZHANG Qingling, YAO Bo. Robust quadratic Stabilization with integrity for descriptor systems[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2002, 28(4): 615-619.)

[6] CHEN Y P, ZHANG Q L, LIU W Q. Fault-tolerant control about integrity for descriptor systems[C]// *Proc of the 39th IEEE Conference on Decision and Control*. Sydney: IEEE Press, 2000:4359-4360.

[7] XU S Y, YANG C W. Stabilization of discrete-time singular systems: a matrix inequalities approach[J]. *Automatica*, 1999, 35(9):1613-1617.

[8] XU S Y, YANG C W. H_∞ state feedback control for discrete singular systems[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2000, 45(7):1405-1409.

[9] PETERSEN I R. A stabilization algorithm for a class of uncertain linear systems[J]. *Systems & Control Letters*, 1987, 8(4): 351-357.

[10] SOUZA C E, XIE L H. On the discrete-time bounded real lemma with application in the characterization of static state feedback H_∞ controllers[J]. *Systems & Control Letters*, 1992, 18(1): 61-71.

(下转第59页)

[7] RYU S H, PARK J H. Auto-Tuning of sliding mode control parameters using fuzzy logic[C]// *Proceedings of the American Control Conference*. NY,USA:IEEE Press, 2001:618 - 623.

[8] MON Y J, LIN. Hierarchical fuzzy sliding-mode Control[C]// *The 2002 IEEE World Congress on Computational Intelligence*. USA: IEEE Neural Network Society Press,2002:656 - 661.

[9] HSU Y C, CHEN G R, LI H X. A fuzzy adaptive variable structure controller with applications to robot manipulators[J]. *IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics-part B: Cybernetics*, 2001, 31(3): 331 -340.

[10] 张天平,冯纯伯. 一类非线性系统的自适应模糊滑模控制. 自动化学报, 1997,23(3):361 -369.
(ZHANG Tianping, FENG Chunbo. Adaptive fuzzy sliding mode control for a class of nonlinear systems [J]. *Acta Automatica Sinica*, 1997,23(3):361 -369.)

[11] WANG LiXin. Analysis and design of hierarchical fuzzy systems [J]. *IEEE Trans on Fuzzy Systems*, 1999, 7(5): 617 -624.

[12] YI Jianqiang, NAO Youshi, HIROTA K. Anti-swing and positioning control of overhead traveling crane [J]. *Information Sciences*, 2003,155(1 -2): 19 -42.

[13] WANG LX, MENDEL J M. Fuzzy basis functions, universal approximation and orthogonal least-squares learning[J]. *IEEE Trans on Neural Networks*, 1992,3(5):807 -814.

[14] SU H, CHEN T, WANG C. Adaptive fuzzy sliding mode control with GA-based reaching laws[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2001, 120(1): 145 - 158.

作者简介:

王 伟 男,(1977—),2005年获中科院自动化所博士学位,现在北京理工大学信息学院从事博士后研究,目前研究方向为纳米定位控制、滑模控制和智能控制等,E-mail: w. wang@ mail. ia. ac. cn;

易建强 男,(1963—),1992年获日本九州工业大学博士学位,现为中国科学院自动化研究所研究员,博士生导师,主要研究方向为智能控制、机器人、机电一体化等;

赵冬斌 男,(1972—),2000年获哈尔滨工业大学博士学位,现为中国科学院自动化研究所副研究员,主要研究方向为智能控制、机器人、机电一体化;

柳晓菁 男,(1976—),2003年获燕山大学硕士学位,现为中国科学院自动化研究所博士研究生,目前研究方向为欠驱动系统、自适应逆控制、智能控制等.

(上接第18页)

作者简介:

陈跃鹏 (1971—),男,教授,在武汉理工大学做博士后研究,主要研究方向为系统故障诊断与容错控制,E-mail: chenyuepeng@ etang. com;

周祖德 (1946—),男,武汉理工大学校长,机电学院教授,博士生导师,主要从事微型计算机控制与应用、现代制造系统的可靠性与故障诊断、数控基本理论与系统、柔性制造系统、智能制造与虚拟制造等研究方向的研究;

刘焕彬 (1956—),男,黄冈师范学院副院长,数学系教授,主要研究方向为应用数理统计、随机控制等;

张庆灵 (1956—),男,东北大学理学院院长,控制理论与控制工程学科教授,博士生导师,主要研究方向为分散控制,鲁棒控制与广义系统理论等;

姚 波 (1963—),男,沈阳师范大学教授,主要研究方向为广义系统故障诊断与容错控制.

(上接第37页)

[11] 刘涛, 张卫东, 顾诞英. 一类开环不稳定串级控制系统的解析设计[J]. 控制与决策, 2004, 19 (8): 872 -876.
(LIU Tao, ZHANG Weidong, GU Danying. Analytical design for a class of open-loop unstable cascade control systems [J]. *Control & Decision*, 2004, 19 (8): 872 -876.)

[12] DOYLE J C, FRANCIS B A. *Feedback Control Theory* [M]. New Jersey: Macmillan Publishing Company, 1992.

作者简介:

刘 涛 (1974—), 男, 现在上海交通大学自动化系攻读博士学位, 主要研究领域为工业过程鲁棒控制理论与应用、时滞系统, E-mail: liurouter@ ieee. org;

张卫东 (1967—), 男, 现为上海交通大学教授,博士生导师, 德国洪堡基金访问学者, 主要研究领域为过程控制理论、鲁棒控制理论与应用、系统辨识, E-mail: wdzhang@ sjtu. edu. cn;

欧林林 (1980—), 女, 现在上海交通大学自动化系攻读博士学位, 主要研究领域为时滞系统的稳定性分析和设计、过程鲁棒控制理论与应用, E-mail: oulinlin@ sjtu. edu. cn.