

文章编号: 1000-8152(2006)01-0031-07

## 双输入输出时滞过程解耦控制的解析设计

刘 涛, 张卫东, 欧林林

(上海交通大学 自动化系, 上海 200030)

**摘要:** 针对化工生产中常见的双输入输出时滞过程, 基于标准内模控制结构提出了一种解析设计解耦控制器矩阵的新方法. 其突出优点是能够使标称系统各路输出响应之间完全解耦, 并且能够在线以单调的方式整定控制器参数来适应对象的未建模动态, 从而实现显著解耦调节. 同时, 对于实际中最常见的被控过程的加性和乘性不确定性, 分析了控制系统保证鲁棒稳定性的充要条件, 由此给出了基于谱半径判据的直观判定方法. 最后, 通过仿真实例验证了本文方法相对于近期其它方法的优越性.

**关键词:** 双输入输出过程; 时滞;  $H_2$  最优性能指标; 鲁棒稳定性; 单调整定

**中图分类号:** TP273 **文献标识码:** A

## Analytical design of decoupling control for two-input two-output processes with time delays

LIU Tao, ZHANG Wei-dong, OU Lin-lin

(Department of Automation, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200030, China)

**Abstract:** A new analytical design method of decoupling controller matrix is proposed in terms of the standard internal model control structure for two-input two-output processes with time delays that are often encountered in chemical and industrial practice. Its advantage is that absolute decoupling for the nominal responses of system outputs can be implemented, and moreover, the controller parameters can be tuned on-line in a monotonous manner to cope with the plant unmodelled dynamics, so that significant decoupling regulation can be achieved. At the same time, for the process additive and multiplicative uncertainties mostly encountered in practice, the sufficient and necessary conditions for holding the control system robust stability are analyzed, and thus, an intuitive determination method is provided based on the spectral radius criterion. Finally, simulation examples are included to demonstrate the superiority of the proposed method over other recent approaches.

**Key words:** two-input two-output process; time delays;  $H_2$ -two optimal performance specification; robust stability; monotonous tuning

### 1 引言 (Introduction)

双输入输出过程是化工生产中最常见的多变量过程, 而且为了便于操作和控制, 很多高维多变量过程在实际中通常分解为若干双输入输出子系统来处理<sup>[1, 2]</sup>. 然而由于两个输出变量之间存在耦合作用, 使得大多数已发展的单变量控制方法很难用于双输入输出过程<sup>[1]</sup>, 尤其是对于被控过程含有明显时滞的情况, 系统输出之间的耦合作用非常突出, 如何实现有效的解耦控制和调节是过程控制领域中的研究焦点和难题. 目前实践中通常采用在被控过程输入端设置静态或动态解耦器, 然后基于闭环单位反馈

控制结构设计相应的控制器, 近期文献[3, 4]给出了基于这种控制方式的改进整定方法, 文献[5, 6]根据频域多变量闭环辨识所得的临界增益和相位, 依据 Nyquist 稳定判据给出了解耦 PI/PID 控制器的设计方法. 文献[7]基于鲁棒控制  $H_\infty$  性能指标设计了 Dahlin 控制器来用于多变量时滞系统. 需要指出, 现有的文献如[8, 9]研究了采用多环控制结构来实现操纵变量的解耦调节, 虽然使调节系统有所简化, 但是所能达到的系统输出响应性能指标, 相对于目前采用解耦控制结构的方法要低很多. 本文基于内模控制结构, 提出一种解耦控制器矩阵的解析

收稿日期: 2004-11-8; 收修改稿日期: 2005-5-25.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60474031); 高校博士点基金资助项目(20030248040); 上海市科技启明星资助项目(04QM1405); 新世纪优秀人才支持计划资助项目(04-0383).

设计方法,能够实现标称系统各路输出响应之间的完全解耦,并且可以通过在线调节来适应对象的未建模动态和不确定性,从而能够使控制系统的解耦调节能力和输出响应性能得到显著地改善和提高,控制框图如图1所示。

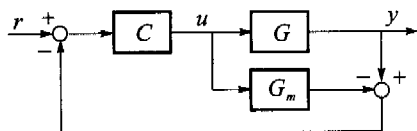


图1 内模控制结构

Fig. 1 Internal model control structure

图1中,  $C = [c_{ij}]_{2 \times 2}$  是解耦控制器矩阵,  $G$  表示实际双输入输出过程,  $G_m$  为对象参考模型. 通常在化工生产中辨识所得的过程传函矩阵形式为

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{k_{11}e^{-\theta_{11}s}}{\tau_{11}s + 1} & \frac{k_{12}e^{-\theta_{12}s}}{\tau_{12}s + 1} \\ \frac{k_{21}e^{-\theta_{21}s}}{\tau_{21}s + 1} & \frac{k_{22}e^{-\theta_{22}s}}{\tau_{22}s + 1} \end{bmatrix}, \quad (1)$$

其中  $k_{ij}, \tau_{ij}$  和  $\theta_{ij} (i, j = 1, 2)$  分别为各前向通道和交叉耦合通道的稳态增益、惯性时间常数和纯滞后时间. 所以, 本文针对该对象辨识模型给出解耦控制器矩阵的解析设计方法, 下面首先讨论实施解耦控制的基本前提。

## 2 解耦控制前提 (Decoupling control precondition)

由图1可知, 整个控制系统的传递函数矩阵为

$$H = GC[I + (G - G_m)C]^{-1}. \quad (2)$$

在标称情况下, 即  $G = G_m$ , 经解耦控制得到的其对角化形式应为

$$H = GC = \begin{bmatrix} h_1 & 0 \\ 0 & h_2 \end{bmatrix}. \quad (3)$$

由此可以看出, 被控过程的传函矩阵必须稳态非奇异, 即  $\det[G(0)] \neq 0$ , 才能实现解耦控制. 其证明可以利用反证法, 根据式(3)中对角化矩阵的行列式的稳态终值不能为零的要求, 即可得证. 结合式(1)可知, 该前提条件即为  $k_{11}k_{22} - k_{12}k_{21} \neq 0$ . 许多静态解耦控制方法, 如近期文献[3], 就是利用被控过程的稳态增益矩阵来设计解耦控制器. 此外, 控制器矩阵  $C$  同样要求是本质非奇异的, 并且在实际整定时不希望出现每列控制器之间发生耦合作用, 从而影响操纵控制变量的独立性, 这可以由式(3)中被控过程的传函矩阵  $G$  和控制器矩阵  $C$  之间的右乘关系得到直观理解。

## 3 期望的系统响应形式 (Desired system response form)

这里首先讨论一下期望的控制系统响应形式, 从而使后面的解耦控制器矩阵的设计方法便于理解. 对式(3)进行矩阵求逆运算, 可得

$$C = G^{-1}H = \frac{\text{adj } G}{\det G}H. \quad (4)$$

其中  $\text{adj } G = [G^{ij}]_{2 \times 2}$  是  $G$  的伴随矩阵. 根据线性方阵的性质, 可得被控过程传函矩阵的行列式

$$\det G = \frac{k_{11}k_{22}e^{-(\theta_{11}+\theta_{22})s}}{(\tau_{11}s+1)(\tau_{22}s+1)} - \frac{k_{12}k_{21}e^{-(\theta_{12}+\theta_{21})s}}{(\tau_{12}s+1)(\tau_{21}s+1)} = \begin{cases} G^{11}G^{22}(1 - G^*e^{-\Delta\theta s}), & \theta_{11} + \theta_{22} \leq \theta_{12} + \theta_{21}, \\ -G^{12}G^{21}(1 - e^{-\Delta\theta s}/G^*), & \theta_{11} + \theta_{22} > \theta_{12} + \theta_{21}, \end{cases} \quad (5)$$

其中  $\Delta\theta = |\theta_{11} + \theta_{22} - \theta_{12} - \theta_{21}|$ ,

$$G^* = \frac{k_{12}k_{21}}{k_{11}k_{22}} \cdot \frac{(\tau_{11}s+1)(\tau_{22}s+1)}{(\tau_{12}s+1)(\tau_{21}s+1)}.$$

首先分析当  $\theta_{11} + \theta_{22} \leq \theta_{12} + \theta_{21}$  时的情况, 从式(3)和(4)可以看出,  $C$  的每列控制器对应对角化系统传函矩阵  $H$  的相应主对角元, 如第1列控制器

$$c_{11} = \frac{G^{11}}{\det G}h_1 = \frac{(\tau_{11}s+1)e^{\theta_{11}s}}{k_{11}(1 - G^*e^{-\Delta\theta s})}h_1, \quad (6)$$

$$c_{21} = \frac{G^{12}}{\det G}h_1 = -\frac{k_{21}(\tau_{11}s+1)(\tau_{22}s+1)e^{(\theta_{11}+\theta_{22}-\theta_{21})s}}{k_{11}k_{22}(\tau_{21}s+1)(1 - G^*e^{-\Delta\theta s})}h_1. \quad (7)$$

显然, 如果传递函数  $h_1$  不含有纯时滞项, 控制器  $c_{11}$  就必须以超前预测方式执行. 类似地, 如果  $\theta_{11} + \theta_{22} > \theta_{21}$ , 则控制器  $c_{21}$  就要执行超前控制, 这会违背实践中的因果律, 因而不能物理实现. 所以,  $h_1$  应包含必要的时滞, 从而使得这两个控制器中至少有一个可以不含时滞地物理实现, 另一个以指定滞后时间的匹配方式执行. 这从实践角度可以解释为, 系统输出必须经历一定的被控过程输出滞后时间才能开始跟随给定值输入. 此外, 不难看出式(6)和(7)分母中的多项式  $1 - G^*e^{-\Delta\theta s}$  可能含有复右半平面 (RHP) 的零点, 它们也即是  $\det G$  的零点, 因此  $h_1$  也必须包含这些 RHP 零点, 否则就会成为  $c_{11}$  和  $c_{21}$  的 RHP 极点而使它们不能稳定工作。

综上所述约束条件, 结合鲁棒控制理论<sup>[10]</sup>的  $H_2$  最优性能目标, 这里提出实际期望的第1路系统输出响应的传递函数形式为

$$h_1 = \frac{e^{-\theta_1 s}}{\lambda_1 s + 1} \prod_{i=1}^n \left( \frac{-s + z_i}{s + z_i^*} \right), \quad (8)$$

其中  $\lambda_1$  为可调参数,用于调节第 1 路系统输出可以达到的响应性能指标,  $\theta_1 = \max\{\theta_{11}, \theta_{11} + \theta_{22} - \theta_{21}\}$ ,  $z_i$  为  $1 - G^* e^{-\Delta\theta_i}$  的 RHP 零点,  $Z_i^*$  为  $Z_i$  的复共轭,  $n$  是这些 RHP 零点的个数.

对于  $\theta_{11} + \theta_{22} > \theta_{12} + \theta_{21}$  的情况,类似地可以提出如上形式的  $h_1$ , 区别是  $\theta_1 = \max\{\theta_{12}, \theta_{12} + \theta_{21} - \theta_{22}\}$ ,  $z_i$  为  $1 - e^{-\Delta\theta_i}/G^*$  的 RHP 零点,  $n$  是这些 RHP 零点的个数.

同样地,为了设计  $C$  的第 2 列控制器,提出实际期望的系统传递函数矩阵中的第 2 个主对角元形式

$$h_2 = \frac{e^{-\theta_2 s}}{\lambda_2 s + 1} \prod_{i=1}^n \left( \frac{-s + z_i}{s + z_i^*} \right), \quad (9)$$

其中  $\lambda_2$  为整定参数,用于调节第 2 路系统输出可以达到的响应性能指标. 分 2 种情况确定其它参数:

1) 若  $\theta_{11} + \theta_{22} \leq \theta_{12} + \theta_{21}$ , 则  $\theta_2 = \max\{\theta_{22}, \theta_{11} + \theta_{22} - \theta_{12}\}$ ,  $z_i$  为  $1 - G^* e^{-\Delta\theta_i}$  的 RHP 零点,  $n$  是这些 RHP 零点的个数;

2) 若  $\theta_{11} + \theta_{22} > \theta_{12} + \theta_{21}$ , 则  $\theta_2 = \max\{\theta_{21}, \theta_{12} + \theta_{21} - \theta_{11}\}$ ,  $z_i$  为  $1 - e^{-\Delta\theta_i}/G^*$  的 RHP 零点,  $n$  是这些 RHP 零点的个数.

因此,通过实现上述期望的系统响应传递函数,可以定量地整定控制系统的时域响应指标. 例如,对于  $\det G$  无 RHP 零点的双输入输出过程,由式(8)可以得到

$$h_1 = \frac{1}{\lambda_1 s + 1} e^{-\theta_1 s}. \quad (10)$$

对其进行 Laplace 反变换,可得

$$y_1(t) = \begin{cases} 0, & t \leq \theta_1, \\ 1 - e^{-(t-\theta_1)/\lambda_1}, & t > \theta_1. \end{cases}$$

它说明系统输出  $y_1$  的给定值响应是无超调的,而且定量时域响应指标要求可以通过单调地调节整定参数  $\lambda_1$  得到. 例如按照实际中通常定义的系统上升时间  $t_r$  为被控过程输出达到 90% 终值所需的时间,利用上式可以算出系统输出  $y_1$  的上升时间的整定公式为  $t_{r1} = 2.3026\lambda_1 + \theta_1$ . 类似地,可以求得系统输出  $y_2$  的上升时间的整定公式为  $t_{r2} = 2.3026\lambda_2 + \theta_2$ .

#### 4 解耦控制器矩阵的设计 (Decoupling controller matrix design)

根据上面式(8)和(9)提出的期望系统响应传递函数形式,利用式(4)可以直接推导得出能够达到  $H_2$  最优性能指标的解耦控制器矩阵  $C$ . 然而当对象传函行列式含有 RHP 零点时,不难看出所得出的  $C$  的形式中存在 RHP 零-极点对消,这会造成控制

器矩阵输出不稳定,因此必须找出其有理稳定的逼近实现形式. 下面分两种情况进行设计.

##### 4.1 无 RHP 零点 (No RHP zero)

由式(5)可知,  $\det G$  没有 RHP 零点等价于  $1 - G^* e^{-\Delta\theta_i}$  (若  $\theta_{11} + \theta_{22} \leq \theta_{12} + \theta_{21}$ ) 或  $1 - e^{-\Delta\theta_i}/G^*$  (若  $\theta_{11} + \theta_{22} > \theta_{12} + \theta_{21}$ ) 没有 RHP 零点. 因此,可以通过查验  $-G^* e^{-\Delta\theta_i}$  (或  $-e^{-\Delta\theta_i}/G^*$ ) 的 Nyquist 曲线是否包围复平面  $(-1, j0)$  点来确认,或者直接通过应用数学工具软件包如 MATLAB 工具箱,对上述表达式进行数值求解来确定.

当  $\theta_{11} + \theta_{22} \leq \theta_{12} + \theta_{21}$  时,由式(6)和(10)可以求得

$$c_{11} = \frac{\tau_{11}s + 1}{k_{11}(1 - G^* e^{-\Delta\theta_i})} \cdot \frac{e^{-(\theta_1 - \theta_{11})s}}{\lambda_1 s + 1}.$$

为了实际执行方便,重新组织上式如下:

$$c_{11} = \frac{(\tau_{11}s + 1)e^{-(\theta_1 - \theta_{11})s}}{k_{11}(\lambda_1 s + 1)} \cdot \frac{1}{1 - G^* e^{-\Delta\theta_i}}. \quad (11)$$

因此,式(11)中第 1 部分可以采用常规的超前-滞后控制器串接时滞补偿器实现,第 2 部分可由如图 2 所示的闭环控制单元实现.

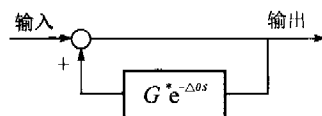


图 2 闭环控制单元

Fig. 2 Closed-loop control unit

注意,由于该闭环控制单元的传递函数不含有 RHP 极点,而且  $G^*$  是稳定正则的,所以它保持内稳定.

类似地,利用式(4), (8)和(9)可以求得

$$c_{21} = -\frac{k_{21}}{k_{11}k_{22}} \cdot \frac{(\tau_{11}s + 1)(\tau_{22}s + 1)e^{-(\theta_1 + \theta_{21} - \theta_{11} - \theta_{22})s}}{(\tau_{21}s + 1)(\lambda_1 s + 1)} \cdot D, \quad (12)$$

$$c_{12} = -\frac{k_{12}}{k_{11}k_{22}} \cdot \frac{(\tau_{11}s + 1)(\tau_{22}s + 1)e^{-(\theta_2 + \theta_{12} - \theta_{11} - \theta_{22})s}}{(\tau_{12}s + 1)(\lambda_2 s + 1)} \cdot D, \quad (13)$$

$$c_{22} = \frac{(\tau_{22}s + 1)e^{-(\theta_2 - \theta_{22})s}}{k_{22}(\lambda_2 s + 1)} \cdot D. \quad (14)$$

其中  $D = 1/(1 - G^* e^{-\Delta\theta_i})$ .

同样地,当  $\theta_{11} + \theta_{22} > \theta_{12} + \theta_{21}$  时,由式(4)(8)和(9)可以推导出

$$c_{11} = -\frac{k_{22}}{k_{12}k_{21}} \cdot \frac{(\tau_{12}s + 1)(\tau_{21}s + 1)e^{-(\theta_1 + \theta_{22} - \theta_{12} - \theta_{21})s}}{(\tau_{22}s + 1)(\lambda_1 s + 1)} \cdot D, \quad (15)$$

$$c_{21} = \frac{(\tau_{12}s + 1)e^{-(\theta_1 - \theta_{12})s}}{k_{12}(\lambda_1 s + 1)} \cdot D, \quad (16)$$

$$c_{12} = \frac{(\tau_{21}s + 1)e^{-(\theta_2 - \theta_{21})s}}{k_{21}(\lambda_2 s + 1)} \cdot D, \quad (17)$$

$$c_{22} = -\frac{k_{11}}{k_{12}k_{21}} \cdot \frac{(\tau_{12}s + 1)(\tau_{21}s + 1)e^{-(\theta_2 + \theta_{11} - \theta_{12} - \theta_{21})s}}{(\tau_{11}s + 1)(\lambda_2 s + 1)} \cdot D. \quad (18)$$

注意这里  $D = 1/(1 - e^{-\Delta\theta s}/G^*)$ , 式(15) ~ (18) 中的第2部分同样可以用如图2所示的闭环控制单元实现.

需要说明, 由设计公式(11) ~ (18) 可以看出, 解耦控制器矩阵  $C$  的每列控制器分别由可调参数  $\lambda_1$  和  $\lambda_2$  调节, 因此相互之间不会产生耦合作用, 而且容易验证,  $C$  是本质非奇异的, 因而满足解耦控制要求. 由式(8)和(9)可见, 调小  $\lambda_1$  和  $\lambda_2$  可以加快系统响应速度, 提高控制系统标称性能, 但是所需的控制器输出能量要增大, 对应的执行机构所需要的能量也要增大, 会倾向于超出它们的容量范围, 并且在面临被控过程未建模动态特性时, 易于表现出过激行为, 不利于控制系统的鲁棒稳定性, 反之亦然. 因此, 实际调节  $\lambda_1$  和  $\lambda_2$  时, 应在系统给定值响应标称性能和控制器输出容量以及控制系统的鲁棒稳定性之间折中. 通常情况下, 建议初始设置  $\lambda_1$  在纯滞后时间  $\theta_1$  值左右,  $\lambda_2$  在纯滞后时间  $\theta_2$  值左右, 然后通过在线单调地增减可调参数  $\lambda_1$  和  $\lambda_2$  来达到合乎工作要求的系统性能指标.

#### 4.2 含有 RHP 零点 (Have RHP zeros)

当  $\det G$  含有 RHP 零点时, 考虑到  $1 - G^* e^{-\Delta\theta s}$  (若  $\theta_{11} + \theta_{22} \leq \theta_{12} + \theta_{21}$ ) 或  $1 - e^{-\Delta\theta s}/G^*$  (若  $\theta_{11} + \theta_{22} > \theta_{12} + \theta_{21}$ ) 没有 RHP 极点, 所以由 Nyquist 稳定判据可知,  $-G^* e^{-\Delta\theta s}$  (或  $-e^{-\Delta\theta s}/G^*$ ) 的 Nyquist 曲线包围复平面  $(-1, j0)$  点的圈数就等于其 RHP 零点个数. 此外, 可以根据其无穷增益  $|k_{12}k_{21}\tau_{11}\tau_{22}/(k_{11}k_{22}\tau_{12}\tau_{21})|$  (或它的倒数, 若  $\theta_{11} + \theta_{22} > \theta_{12} + \theta_{21}$ ) 来确定其 RHP 零点分布情况, 因为当  $\omega \rightarrow \infty$  时, 其 Nyquist 曲线将以原点为圆心, 并以上述无穷增益为半径进行无限多次环绕, 所以当该半径小于 1 时, 它不会包围  $(-1, j0)$  点无限圈次, 因而只会存在有限个 RHP 零点; 相反, 当该半径大于 1 时, 必定存在无限多个 RHP 零点, 在这种情况下, 可以只选择主导零点来设计期望的系统响应传函形式, 因为根据频域控制理论<sup>[1, 10]</sup>, 非主导零极点系统响应性能的影响很小. 所以在实际提出期望的系统响应传函形式时, 可以在简化设计控制器矩阵

和相对牺牲一些可达到的系统性能之间权衡. 至于主导 RHP 零点的具体位置分布, 可以直接通过对上述表达式进行数值求解来确定.

当  $\theta_{11} + \theta_{22} \leq \theta_{12} + \theta_{21}$  时, 将式(8)和(9)代入式(4)可以求得

$$c_{11} = \frac{(\tau_{11}s + 1)e^{-(\theta_1 - \theta_{11})s}}{k_{11}(\lambda_1 s + 1) \prod_{i=1}^n (s + z_i^*)} \cdot D, \quad (19)$$

$$c_{21} = -\frac{k_{21}}{k_{11}k_{22}} \cdot \frac{(\tau_{11}s + 1)(\tau_{22}s + 1)e^{-(\theta_1 + \theta_{21} - \theta_{11} - \theta_{22})s}}{(\tau_{21}s + 1)(\lambda_1 s + 1) \prod_{i=1}^n (s + z_i^*)} \cdot D, \quad (20)$$

$$c_{12} = -\frac{k_{12}}{k_{11}k_{22}} \cdot \frac{(\tau_{11}s + 1)(\tau_{22}s + 1)e^{-(\theta_2 + \theta_{12} - \theta_{11} - \theta_{22})s}}{(\tau_{12}s + 1)(\lambda_2 s + 1) \prod_{i=1}^n (s + z_i^*)} \cdot D, \quad (21)$$

$$c_{22} = \frac{(\tau_{22}s + 1)e^{-(\theta_2 - \theta_{22})s}}{k_{22}(\lambda_2 s + 1) \prod_{i=1}^n (s + z_i^*)} \cdot D. \quad (22)$$

其中  $D = [\prod_{i=1}^n (-s + z_i)] / (1 - G^* e^{-\Delta\theta s})$ .

显然, 式(19) ~ (22) 中的第一部分均可以采用常规的超前-滞后控制器串接时滞补偿器实现, 第二部分  $D$  由于存在 RHP 零-极点对消并且不能直接去掉, 所以不能直接执行. 为此, 这里进一步推广近期文献[11]给出的基于数学线性 Padé 变换的解析逼近方法来复制出其可执行的形式, 即令

$$D_{U/V} = \frac{\sum_{i=0}^U a_i s^i}{\sum_{j=0}^V b_j s^j}, \quad (23)$$

其中  $U$  和  $V$  为实际指定的能满足工作要求的控制器阶次,  $a_i$  和  $b_j$  由下面两个矩阵方程求解得到

$$\begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_U \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ d_1 & d_0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ d_U & d_{U-1} & d_{U-2} & \cdots & d_{U-V} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ \vdots \\ b_V \end{bmatrix}, \quad (24)$$

$$\begin{bmatrix} d_U & d_{U-1} & \cdots & d_{U-V+1} \\ d_{U+1} & d_U & \cdots & d_{U-V+2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ d_{U+V-1} & d_{U+V-2} & \cdots & d_U \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_V \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} d_{U+1} \\ d_{U+2} \\ \vdots \\ d_{U+V} \end{bmatrix}, \quad (25)$$

其中  $d_i$  是前面  $D$  的数学 Maclaurin 展开公式中各项的系数, 即

$$d_i = \frac{1}{i!} \lim_{s \rightarrow 0} \frac{d^i D}{ds^i}, \quad i = 0, 1, \dots, U + V.$$

$b_0$  取为

$$b_0 = \begin{cases} 1, & b_j \geq 0, \\ -1, & b_j < 0. \end{cases}$$

需要说明,式(24)和(25)的求导可以通过将前面  $D$  的数学 Maclaurin 展开公式代入式(23)的左边,然后两边同去分母,再比较相同阶次的复变量的系数,即可求证.此外,这里得到的高阶逼近形式具有一个附加稳定约束条件,即公式(23)的全部特征根都必须位于复左半平面(LHP)才能保证所得到的逼近形式是稳定可执行的.上面  $b_0$  取与  $b_j$  同号,就是为了避免公式(23)产生 RHP 极点.利用劳斯稳定判据可知,这样可以保证  $V \leq 2$  时逼近公式的稳定性,但是并不能确保取  $V \geq 3$  所得到的逼近形式的稳定性,需要应用劳斯稳定判据进行判别,从而选取可稳定执行的高阶形式.当然,高阶的逼近形式可以实现更好的控制效果,因此实际设计应在可以采用的控制器阶次与可能达到的系统性能之间权衡.

同样地,可以求得当  $\theta_{11} + \theta_{22} > \theta_{12} + \theta_{21}$  时可稳定实现的  $C$ , 其形式类似于式(15)~(18),不再赘述.

### 5 鲁棒稳定性分析(Robust stability analysis)

在标称情况下,如图 1 所示的内模控制结构是开环控制,由于  $G$  是稳定的,并且由上面设计得到的  $C$  也是稳定正则的,所以控制系统保持稳定.

当实际存在对象的不确定性时,由式(2)可以看到,系统传函矩阵会变得很复杂,难以确定其稳定性.这里不失一般性,针对实际中最常见的加性不确定性和乘性不确定性分析控制系统的鲁棒稳定性.首先讨论对象具有加性不确定性的情况,通常它可视为对象的传递参数摄动,如图 3 所示.

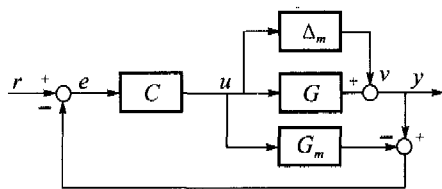


图 3 摄动系统结构

Fig. 3 Perturbed system structure

对象的加性不确定性描述了不确定过程集合  $\Pi_A = \{\hat{G}_A(s) : \hat{G}_A(s) = G(s) + \Delta_m\}$ , 其中  $\Delta_m$  是稳定正则的.根据鲁棒控制理论<sup>[10]</sup>分析系统稳定性所采用的标准 T- $\Delta$  结构,可以推出从  $v$  到  $u$  的传递函数

$$T_A = -C[I + (G - G_m)C]^{-1}. \quad (26)$$

因此,根据小增益定理<sup>[12]</sup>,可得控制系统保证鲁棒稳定性的充要条件为

$$\|C[I + (G - G_m)C]^{-1}\|_\infty < \frac{1}{\|\Delta_m\|_\infty}. \quad (27)$$

然而上述 H 无穷范数条件既不能进行解析求解,也不便于直观判断.为此,这里利用小增益定理与多变量系统用于稳定性分析的谱半径判据之间的等价关系<sup>[1]</sup>,得出基于谱半径的充要判定条件

$$\rho(C[I + (G - G_m)C]^{-1}\Delta_m) < 1, \quad \forall \omega. \quad (28)$$

注意式(28)可以通过观察其谱半径的幅频曲线的峰值是否小于 1 来判定,这可以方便地采用控制软件包如 MATLAB 鲁棒控制工具箱来实现.

对于对象具有乘性不确定性的情况,考虑到矩阵乘法的顺序性,分 2 种情形进行讨论:一种是对象输入的乘性不确定性,它描述了不确定过程集合  $\Pi_1 = \{\hat{G}_1(s) : \hat{G}_1(s) = G(s)(1 + \Delta_1)\}$ , 其中  $\Delta_1$  是稳定正则的,在实际中可以视为由控制输出执行机构如调节阀所造成的;另一种是对象输出的乘性不确定性,它描述了不确定过程集合  $\Pi_0 = \{\hat{G}_0(s) : \hat{G}_0(s) = (1 + \Delta_0)G(s)\}$ , 其中  $\Delta_0$  是稳定正则的,可以视为由实际系统输出测量传感器所造成的.可以推导出从上述乘性输入和输出不确定性的输出端对其输入端的传递函数形式分别为

$$T_i = -C[I + (G - G_m)C]^{-1}G, \quad (29)$$

$$T_o = -GC[I + (G - G_m)C]^{-1}. \quad (30)$$

因此,类似前面的分析,可以分别推导得出控制系统保证鲁棒稳定性的充要条件为

$$\rho(C[I + (G - G_m)C]^{-1}G\Delta_1) < 1, \quad \forall \omega, \quad (31)$$

$$\rho(GC[I + (G - G_m)C]^{-1}\Delta_0) < 1, \quad \forall \omega. \quad (32)$$

需要指出,当对象模型与标称过程匹配时,上面的充要条件(28)(31)和(32)可以分别简化为

$$\rho(C\Delta_m) < 1, \quad \forall \omega, \quad (33)$$

$$\rho(CG\Delta_1) < 1, \quad \forall \omega, \quad (34)$$

$$\rho(GC\Delta_0) < 1, \quad \forall \omega. \quad (35)$$

所以,对于在实际中指定的加性不确定性界  $\Delta_A$  或乘性不确定性界  $\Delta_1$  和  $\Delta_0$ , 可以方便地利用式(33)~(35)进行直观地评估控制系统的鲁棒稳定性.

### 6 仿真实验(Simulation tests)

考察被广泛研究的 Wood-Berry 蒸馏塔过程

$$G = \begin{bmatrix} \frac{12.8e^{-s}}{16.7s + 1} & \frac{-18.9e^{-3s}}{21s + 1} \\ \frac{6.6e^{-7s}}{10.9s + 1} & \frac{-19.4e^{-3s}}{14.4s + 1} \end{bmatrix},$$

显然,这里  $\theta_{11} + \theta_{22} = 4 < \theta_{12} + \theta_{21} = 10$ , 并且应用 Nyquist 稳定判据可知,  $\det G$  不含有 RHP 零点. 因此, 利用前面的设计公式(11) ~ (14), 可以求得

$$c_{11} = \frac{16.7s + 1}{12.8(\lambda_1 s + 1)} \cdot D,$$

$$c_{21} = \frac{0.0266(16.7s + 1)(14.4s + 1)e^{-4s}}{(10.9s + 1)(\lambda_1 s + 1)} \cdot D,$$

$$c_{12} = \frac{-0.0761(16.7s + 1)(14.4s + 1)e^{-2s}}{(21s + 1)(\lambda_2 s + 1)} \cdot D,$$

$$c_{22} = -\frac{14.4s + 1}{19.4(\lambda_2 s + 1)} \cdot D.$$

$$\text{其中 } D = \frac{1}{1 - \frac{0.5023(16.7s + 1)(14.4s + 1)e^{-6s}}{(21s + 1)(10.9s + 1)}}.$$

它可以用如图 2 所示的闭环控制单元实现.

这里与近期 Astrom<sup>[3]</sup> 和 Wang<sup>[4]</sup> 的解耦控制方法作实验对比, 整定可调参数  $\lambda_1 = 4$  和  $\lambda_2 = 6$ , 从而可以得到与这两种方法基本相似的系统输出响应上升速度, 以便比较. 通过在  $t = 0s, 150s$  分别加入两路单位阶跃给定值输入信号, 并且在  $t = 300s$  时加入幅值为 0.1 的反向阶跃负载干扰信号到被控过程的两路输入端, 得到实验仿真结果如图 4 所示.

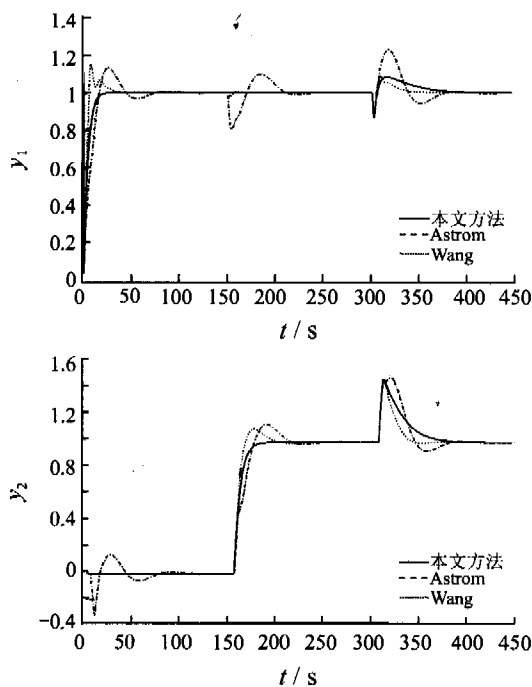


图 4 标称系统响应比较

Fig. 4 Nominal system response comparison

由图 4 可见, 本文方法下的标称系统输出响应实现了完全解耦, 而且应用前面第 3 节给出的系统时域响应整定公式, 可以确定第 1 路系统输出  $y_1$  的

上升时间为  $t_{r1} = 2.3026\lambda_1 + 1$ , 第 2 路系统输出  $y_2$  的上升时间为  $t_{r2} = 2.3026\lambda_2 + 3$ , 所以很大地方便了调节系统的输出响应指标.

为了验证本文方法下的解耦控制系统的鲁棒稳定性, 现在假设被控过程传递矩阵中第 1 列元素的实际稳态增益偏大 20%, 第 2 列元素的实际稳态增益偏大 30%, 同时假设所有元素中的纯滞后时间和惯性时间常数均增大 20%, 从而表示被控过程的未建模动态特性. 根据前面第 5 节给出的鲁棒稳定性判据式(33), 可以作出用于判定该扰动系统鲁棒稳定性的谱半径幅频曲线, 如图 5 所示. 可以看到, 它的最大幅值明显小于 1, 所以控制系统能够保持良好的鲁棒稳定性, 相应的扰动系统输出响应如图 6 所示.

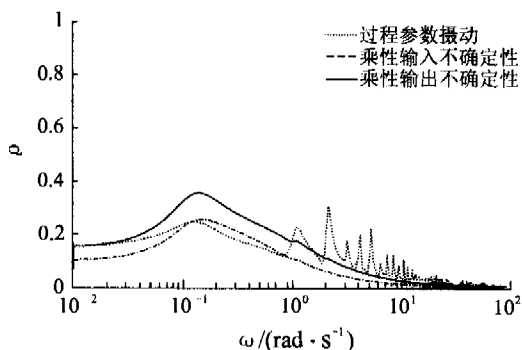


图 5 扰动系统的谱半径幅频曲线

Fig. 5 Magnitude-frequency curves of spectral radius for the perturbed systems

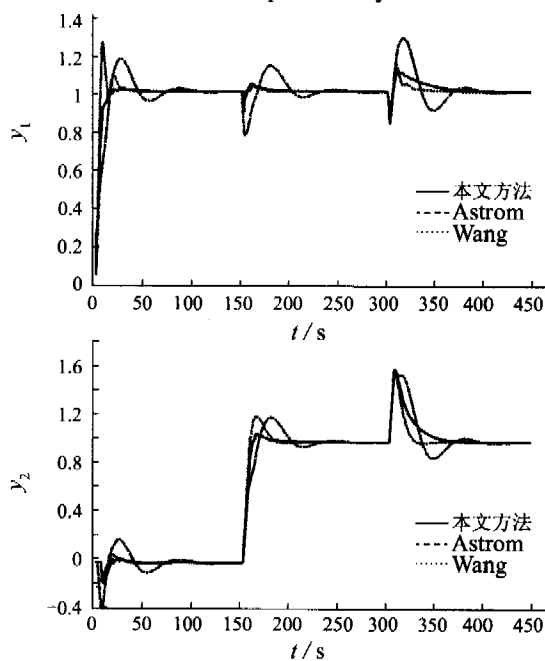


图 6 扰动系统响应比较

Fig. 6 Perturbed system response comparison

由图 6 可见,本文方法下的解耦性能退化相对较小,即在这种严重的过程参数摄动情况下,仍然能够达到显著的解耦调节。

为了进一步验证本文方法下的解耦控制系统的鲁棒稳定性,现在假设实际存在对象的乘性输入不确定性  $\Delta_1 = \text{diag}\{(s+0.3)/(s+1), (s+0.3)/(s+1)\}$ , 它可以近似地视为被控过程的两个输入调节阀在高频段具有高达 100% 的不确定性,并且在低频段工作范围大致有 30% 的不确定性。另外,假设存在乘性输出不确定性  $\Delta_0 = \text{diag}\{-(s+0.2)/(2s+1), -(s+0.2)/(2s+1)\}$ , 它可以视为被控过程的两个输出测量传感器在高频段具有接近 50% 的减少测量误差,并且在低频段工作范围具有大约 20% 的减少测量误差。根据前面第 5 节给出的鲁棒稳定性判据式(34)和(35),可以作出用于判定这两种假设摄动情况下系统鲁棒稳定性的谱半径幅频曲线,同样示于图 5 中以便比较。可以看到,它们的最大幅值均显著小于 1,所以控制系统能够保持良好的鲁棒稳定性,相应的摄动系统输出响应如图 7 所示。

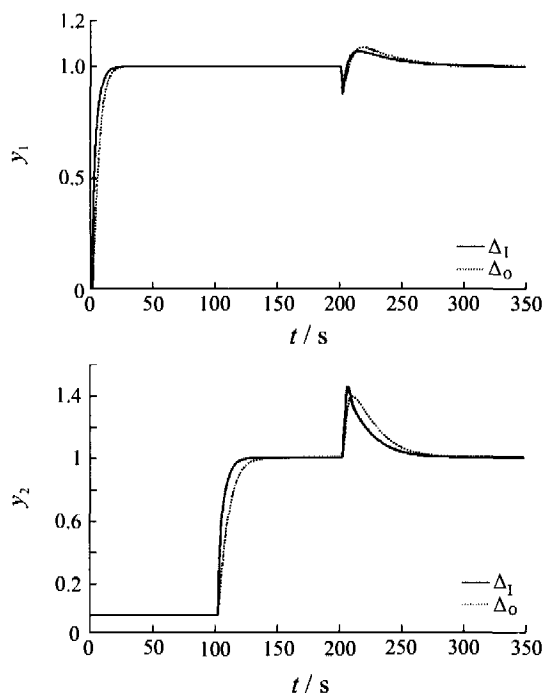


图 7 乘性不确定性下的系统输出响应

Fig. 7 System output responses due to the multiplicative uncertainties

## 7 结论(Conclusion)

本文基于内模控制结构提出了一种解析地设计解耦控制器矩阵的方法,通过分析实际期望的对角化系统响应传函矩阵的形式,阐明被控过程的纯滞后时间必须作为参考进行时滞补偿器设计,从而能

够实现标称系统各路输出响应的完全解耦。由于采用了解析化的设计技巧,本文的方法可以方便地推广应用于实际中各种不同的双输入输出时滞过程,并且可以对控制系统的时域响应指标进行定量地估计和整定。

对于实际中存在的被控过程的未建模动态,可以通过在线单调地调节解耦控制器矩阵中每列控制器的单一整定参数来实现鲁棒控制和解耦调节,从而可以单调的调节方式实现系统标称响应性能和鲁棒稳定性之间的最佳折中,因此很大地方便了实际操作控制系统。

## 参考文献(References):

- [1] SKOGESTAD S, POSTLETHWAITE I. *Multivariable Feedback Control: Analysis and Design* [M]. New York: John Wiley & Sons, 1996.
- [2] 杨智, 胡惠琴, 赵子文. 常压蒸馏塔的多变量预估控制 [J]. 控制理论与应用, 2000, 17 (5): 725 - 729. (YANG Zhi, HU Huiqin, ZHAO Ziwen. Multivariable predictive control for atmospheric distillation [J]. *Control Theory & Applications*, 2000, 17 (5): 725 - 729.)
- [3] ASTROM K J, JOHANSSON K H, WANG Q G. Design of decoupled PI controllers for two-by-two systems [J]. *IEE Proc D: Control Theory & Application*, 2002, 149 (1): 74 - 81.
- [4] WANG Q G, HUANG B, GUO X. Auto-tuning of TITO decoupling controllers from step tests [J]. *ISA Transactions*, 2000, 39 (4): 407 - 418.
- [5] WANG Q G, ZOU B, LEE T H. Auto-tuning of multivariable PID controllers from decentralized relay feedback [J]. *Automatica*, 1997, 33 (3): 319 - 330.
- [6] PALMOR Z J, HALEVI Y, KRASNEY N. Automatic tuning of decentralized PID controllers for TITO processes [J]. *Automatica*, 1995, 31 (7): 1001 - 1010.
- [7] 张卫东, 孙优贤, 许晓鸣. 多变量时滞系统 Dahlin 控制器的设计 [J]. 自动化学报, 1998, 124 (11): 64 - 72. (ZHANG Weidong, SUN Youxian, XU Xiaoming. Multivariable Dahlin controller design [J]. *Acta Automatica Sinica*, 1998, 124 (11): 64 - 72.)
- [8] LIU T, ZHANG W D, GU D Y. Analytical multiloop PI/PID controller design for two-by-two processes with time delays [J]. *Industrial & Engineering Chemical Research*, 2005, 44 (6): 1832 - 1841.
- [9] CHEN D, SEBORG D E. Design of decentralized PI control systems based on Nyquist stability analysis [J]. *J of Process Control*, 2003, 13 (1): 27 - 39.
- [10] MORARI M, ZAFIRIOU E. *Robust Process Control* [M]. Englewood Cliffs, New York: Prentice Hall, 1989.

- [7] RYU S H, PARK J H. Auto-Tuning of sliding mode control parameters using fuzzy logic[C]// *Proceedings of the American Control Conference*. NY, USA; IEEE Press, 2001; 618 - 623.
- [8] MON Y J, LIN. Hierarchical fuzzy sliding-mode Control[C]// *The 2002 IEEE World Congress on Computational Intelligence*. USA: IEEE Neural Network Society Press, 2002; 656 - 661.
- [9] HSU Y C, CHEN G R, LI H X. A fuzzy adaptive variable structure controller with applications to robot manipulators[J]. *IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics-part B: Cybernetics*, 2001, 31(3): 331 - 340.
- [10] 张天平, 冯纯伯. 一类非线性系统的自适应模糊滑模控制. 自动化学报, 1997, 23(3): 361 - 369.  
(ZHANG Tianping, FENG Chunbo. Adaptive fuzzy sliding mode control for a class of nonlinear systems [J]. *Acta Automatica Sinica*, 1997, 23(3): 361 - 369.)
- [11] WANG LiXin. Analysis and design of hierarchical fuzzy systems [J]. *IEEE Trans on Fuzzy Systems*, 1999, 7(5): 617 - 624.
- [12] YI Jianqiang, NAO Youshi, HIROTA K. Anti-swing and positioning control of overhead traveling crane [J]. *Information Sciences*, 2003, 155(1 - 2): 19 - 42.
- [13] WANG LX, MENDEL J M. Fuzzy basis functions, universal approximation and orthogonal least-squares learning [J]. *IEEE Trans on Neural Networks*, 1992, 3(5): 807 - 814.
- [14] SU H, CHEN T, WANG C. Adaptive fuzzy sliding mode control with GA-based reaching laws[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2001, 120(1): 145 - 158.

#### 作者简介:

王伟男, (1977—), 2005 年获中科院自动化所博士学位, 现在北京理工大学信息学院从事博士后研究, 目前研究方向为纳米定位控制、滑模控制和智能控制等, E-mail: w. wang@mail.ia.ac.cn;

易建强男, (1963—), 1992 年获日本九州工业大学博士学位, 现为中国科学院自动化研究所研究员, 博士生导师, 主要研究方向为智能控制、机器人、机电一体化等;

赵冬斌男, (1972—), 2000 年获哈尔滨工业大学博士学位, 现为中国科学院自动化研究所副研究员, 主要研究方向为智能控制、机器人、机电一体化;

柳晓菁男, (1976—), 2003 年获燕山大学硕士学位, 现为中国科学院自动化研究所博士研究生, 目前研究方向为欠驱动系统、自适应逆控制、智能控制等。

(上接第 18 页)

#### 作者简介:

陈跃鹏 (1971—), 男, 教授, 在武汉理工大学做博士后研究, 主要研究方向为系统故障诊断与容错控制, E-mail: chen Yuepeng@etang.com;

周祖德 (1946—), 男, 武汉理工大学校长, 机电学院教授, 博士生导师, 主要从事微型计算机控制与应用、现代制造系统的可靠性与故障诊断、数控基本理论与系统、柔性制造系统、智能制造与虚拟制造等研究方向的研究;

刘焕彬 (1956—), 男, 黄冈师范学院副院长, 数学系教授, 主要研究方向为应用数理统计、随机控制等;

张庆灵 (1956—), 男, 东北大学理学院院长, 控制理论与控制工程学科教授, 博士生导师, 主要研究方向为分散控制、鲁棒控制与广义系统理论等;

姚波 (1963—), 男, 沈阳师范大学教授, 主要研究方向为广义系统故障诊断与容错控制。

(上接第 37 页)

- [11] 刘涛, 张卫东, 顾诞英. 一类开环不稳定单级控制系统的解析设计[J]. 控制与决策, 2004, 19(8): 872 - 876.  
(LIU Tao, ZHANG Weidong, GU Danying. Analytical design for a class of open-loop unstable cascade control systems [J]. *Control & Decision*, 2004, 19(8): 872 - 876.)
- [12] DOYLE J C, FRANCIS B A. *Feedback Control Theory* [M]. New Jersey: Macmillan Publishing Company, 1992.

#### 作者简介:

刘涛 (1974—), 男, 现在上海交通大学自动化系攻读博士

学位, 主要研究领域为工业过程鲁棒控制理论与应用、时滞系统, E-mail: liurouter@icee.org;

张卫东 (1967—), 男, 现为上海交通大学教授, 博士生导师, 德国洪堡基金访问学者, 主要研究领域为过程控制理论、鲁棒控制理论与应用、系统辨识, E-mail: wdzhang@sjtu.edu.cn;

欧林林 (1980—), 女, 现在上海交通大学自动化系攻读博士学位, 主要研究领域为时滞系统的稳定性分析和设计、过程鲁棒控制理论与应用, E-mail: oulinlin@sjtu.edu.cn.