

## 不确定时滞分布参数系统鲁棒控制的 LMI 方法

罗毅平<sup>1,2</sup>, 邓飞其<sup>1</sup>

(1. 华南理工大学 系统工程研究所, 广东 广州 510640; 2. 湖南工程学院 数理系, 湖南 湘潭 411101)

**摘要:** 对常时滞、变时滞的不确定分布参数控制系统, 提出了一种与现有的研究分布参数控制系统不同的鲁棒控制方法. 该方法通过构造平均 Lyapunov 函数, 利用线性矩阵不等式知识, 在只要求系统本身所固有的系数是负定矩阵的条件下, 给出了所给的分布参数系统镇定的充分条件. 当模型中的时滞为常时滞时, 所得的充分条件与时滞无关. 当模型中的时滞为变时滞时, 所得模型的镇定准则依赖于时滞. 此外, 该方法与已有方法比较的一个显著优点就是所获得的条件容易检验, 因而易于应用. 最后举了一个实例以说明该方法的有效性.

**关键词:** 分布参数; 时滞; 不确定系统; 鲁棒控制; LMI

**中图分类号:** O175, O231 **文献标识码:** A

## LMI-based approach of robust control for uncertain distributed parameter control systems with time-delay

LUO Yi-ping<sup>1,2</sup>, DENG Fei-qi<sup>1</sup>

(1. Institute of System Engineering, South China University of Technology, Guangzhou Guangdong 510640, China;

2. Department of Mathematics and Physics, Hunan Institute of Engineering, Xiangtan Hunan 411101, China)

**Abstract:** A new robust control method is put forward which is not similar to existing methods for the uncertain distributed parameter control systems with constant time-delay or varying time-delay. By constructing even-type Lyapunov functions, employing linear matrix inequality (LMI), a number of sufficient conditions for these types of stabilization are derived. For the case of constant time-delay, the obtained stabilization criteria are delay-independent. For the case of varying time-delay, the proposed stabilization criteria are delay-dependent. In addition, the distinct advantage of the proposed method is that the criteria can be easily checked. Finally, a computation example is given to illustrate the proposed method.

**Key word:** distributed parameter; time-delay; uncertain system; robust control; LMI

### 1 引言 (Introduction)

由于分布参数系统广泛的应用性<sup>[1,2]</sup>, 使得对具时滞分布参数系统控制的研究成为近年来控制领域研究的热点之一. 就作者所知, 目前对分布参数控制系统的研究主要考虑的是确定型系统, 而对不确定型时滞分布参数控制系统研究成果不多, 而不确定性广泛存在于系统的建模及线性近似化过程中, 因此, 研究不确定性分布参数系统更有实际意义. 目前分布参数控制系统的研究方法主要是采用变结构控制方法<sup>[1~12]</sup>. 但是, 变结构控制有一个仍无法克服的困难就是难以避免的抖动现象. 其次, 目前利用变结构控制理论所设计的控制器主要是以算子半群

理论<sup>[1~5,11~12]</sup> 或者以矩阵范数理论为工具设计的<sup>[6~10]</sup>. 这些方法所获得的结论有一个共同的不足之处就是在具体应用中难以验证. 故对分布参数系统寻找一种实用有效的方法一直是控制界的热门课题. 通过研究, 作者发现了一种比较实用的针对不确定型分布参数控制系统鲁棒控制方法. 本文通过选择一种 Lyapunov 函数, 在选择线性状态反馈控制器的情形下, 利用 LMI 方法, 在仅需要系统本身所给的参数是一个负定矩阵的条件下, 证明了不确定常时滞的分布参数系统、不确定变时滞的分布参数系统是能稳的.

收稿日期: 2004-10-28; 收修改稿日期: 2005-05-11.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60374023); 广东省自然科学基金资助项目(011629); 湖南省教育厅重点项目资助项目(A04012).

## 2 问题的描述(Mathematical model)

考虑具多个变时滞的分布参数系统

$$\frac{\partial w_i(x,t)}{\partial t} = D \sum_{k=1}^m \frac{\partial^2 w_i(x,t)}{\partial x_k^2} + \sum_{j=1}^n (a_{ij}^0 + \delta a_{ij}^0(t)) w_j(x,t) + \sum_{j=1}^n (a_{ij} + \delta a_{ij}(t)) w_j(x,t - \tau) + \sum_{j=1}^n b_{ij} u_j(x,t), \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (1)$$

写成矩阵形式为

$$\frac{\partial W}{\partial t} = D \Delta W(x,t) + (A_0 + \delta A_0(t)) W(x,t) + (A + \delta A(t)) W(x,t - \tau) + Bu(x,t). \quad (2)$$

其中:  $(x,t) \in \Omega \times \mathbb{R}_+, D > 0$  和  $\tau > 0$  都是常数;  $A_0 = (a_{ij}^0), A = (a_{ij}), B = (b_{ij})$  是具有相应阶的常数矩阵;  $\Omega = \{x, \|x\| < l < +\infty\} \subset \mathbb{R}^m$  是具有光滑边界  $\partial\Omega$  的有界区域, 且  $\text{mes}\Omega > 0$ ; 状态函数  $W(x,t) = \text{col}(w_1(x,t), w_2(x,t), \dots, w_n(x,t)) \in \mathbb{R}^n, \Delta = \sum_{k=1}^m \frac{\partial^2}{\partial x_k^2}$  为  $\Omega$  上的 Laplace 扩散算子, 其初边值条件满足

$$W(x,t) = 0, (x,t) \in \partial\Omega \times [-\tau, +\infty) \quad (3)$$

或者

$$W(x,t) = \varphi(x,t), (x,t) \in \Omega \times [-\tau, 0], \quad (4)$$

$$\frac{\partial W(x,t)}{\partial n} = 0, (x,t) \in \partial\Omega \times [-\tau, +\infty). \quad (5)$$

$n$  是  $\partial\Omega$  的单位外法向量,  $\varphi(x,t)$  是适当光滑的函数. 此外, 不确定性满足假设条件

$$\delta A_0(t) = M_1 \theta(t) N_1, \delta A(t) = M_2 \theta(t) N_2. \quad (6)$$

式中:  $M_1, M_2, N_1, N_2$  是常值矩阵,  $\theta(t)$  是系统的不确定项, 且满足

$$\theta^T(t) \theta(t) \leq I. \quad (7)$$

## 3 主要结果(Main results)

为了得到本文的结论, 先给出一些引理.

引理 1<sup>[13]</sup> 线性矩阵不等式

$$\begin{pmatrix} Q(x) & S(x) \\ S^T(x) & R(x) \end{pmatrix} > 0 \quad (8)$$

等价于

$$R(x) > 0, Q(x) - S(x)R^{-1}(x)S^T(x) > 0. \quad (9)$$

其中:  $Q(x) = Q^T(x), R(x) = R^T(x), S(x)$  关于  $x$  是仿射的.

引理 2<sup>[14]</sup> 设  $U_1, U_2, U_3$  是一定维数的实矩阵, 且有  $U_3 = U_3^T > 0$ , 则任给标量  $\beta > 0$ , 使得下列不等式成立:

$$U_2^T U_1 + U_1^T U_2 \leq \beta^{-1} U_1^T U_3^{-1} U_1 + \beta U_2^T U_3 U_2. \quad (10)$$

在本文中, 设反馈控制器为

$$u(t) = Kx(t). \quad (11)$$

### 3.1 常时滞分布参数系统的镇定 (Stabilization of distributed parameter systems with continuous-delays)

定理 1 如果存在矩阵  $K$  及正定对称矩阵  $Q$ , 对于给定的  $A_0, A, B$  和标量  $\beta, \beta_1$  和  $\beta_2$  使得下面的 LMI

$$\begin{pmatrix} \Sigma & A & M_1^T & M_2^T & \sqrt{\beta_1} N_1^T & \sqrt{\beta_2} N_2^T \\ A^T & -\beta Q & & & & \\ M_1 & & -\beta_1 I & & & \\ M_2 & & & -\beta_2 I & & \\ \sqrt{\beta_1} N_1 & & & & -I & \\ \sqrt{\beta_2} N_2 & & & & & -I \end{pmatrix} < 0 \quad (12)$$

成立时, 则系统(2) 在反馈作用(11) 的作用下是稳定的. 其中  $\Sigma = A_0^T + A_0 + \beta Q + K^T B^T + BK$ .

证 取 Lyapunov 函数

$$\begin{aligned} V(t, W(x,t)) = & \int_{\Omega} W^T(x,t) W(x,t) dx + \\ & \beta \int_{\Omega} \int_{t-\tau}^t W^T(x,\theta) Q W(x,\theta) d\theta dx + \\ & \beta_2 \int_{\Omega} \int_{t-\tau}^t W^T(x,\theta) N_2^T N_2 W(x,\theta) d\theta dx. \end{aligned} \quad (13)$$

其中  $Q$  是正定矩阵, 且  $Q^T = Q, \beta > 0$ . 显然  $V(t, W)$  是正定函数.

$\dot{V} =$

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega} (\dot{W}^T W + W^T \dot{W}) dx + \\ & \beta \int_{\Omega} W^T(t,x) Q W(t,x) dx - \\ & \beta \int_{\Omega} W^T(x,t - \tau) Q W(x,t - \tau) dx + \\ & \beta_2 \int_{\Omega} W^T(x,t) N_2^T N_2 W(x,t) dx - \\ & \beta_2 \int_{\Omega} W^T(x,t - \tau) N_2^T N_2 W(x,t - \tau) dx = \\ & 2D \int_{\Omega} W^T(x,t) \Delta W dx + \\ & \int_{\Omega} W^T(x,t - \tau) A^T W(x,t) dx + \\ & \int_{\Omega} W^T(x,t) A W(x,t - \tau) dx - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \beta \int_{\Omega} W^T(x, t - \tau) Q W(x, t - \tau) dx + \\ & \int_{\Omega} W^T(x, t) ((\delta A_0(t))^T + \delta A_0(t)) W(x, t) dx + \\ & \int_{\Omega} W^T(x, t) (A_0^T + A_0 + \beta Q + \beta_2 N_2^T N_2) W(x, t) dx + \\ & \int_{\Omega} W^T(x, t - \tau) (\delta A(t))^T W(x, t) dx + \\ & W(x, t) \delta A(t) W^T(x, t - \tau) + \\ & \int_{\Omega} W^T(x, t) B u(x, t) + u^T(x, t) B^T W(x, t) dx - \\ & \beta_2 \int_{\Omega} W^T(x, t - \tau) N_2^T N_2 W(x, t - \tau) dx. \end{aligned} \quad (14)$$

利用格林公式和边界条件可算得

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} W^T \Delta W dx &= \sum_{i=1}^n \int_{\Omega} w_i(t, x) \Delta w_i(t, x) dx = \\ & - \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^m \int_{\Omega} \left( \frac{\partial w_i}{\partial x_k} \right)^2 dx. \end{aligned} \quad (15)$$

由引理 2 得

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega} [W^T(x, t - \tau) A^T W(x, t) + \\ & W^T(x, t) A W(x, t - \tau)] dx \leq \\ & \int_{\Omega} \left[ \frac{1}{\beta} W^T(x, t) A Q^{-1} A^T W + \right. \\ & \left. \beta W^T(x, t - \tau) Q W(x, t - \tau) \right] dx. \end{aligned} \quad (16)$$

利用条件(6)(7)及引理 2 得

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega} [W^T(x, t - \tau) (\delta A(t))^T W(x, t) + \\ & W^T(x, t) \delta A(t) W(x, t - \tau)] dx \leq \\ & \frac{1}{\beta_2} \int_{\Omega} W^T(x, t) M_2 M_2^T W(x, t) dx + \\ & \beta_2 \int_{\Omega} W^T(x, t - \tau) N_2^T N_2 W(x, t - \tau) dx. \end{aligned} \quad (17)$$

类似地, 有

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega} W^T(x, t) ((\delta A_0(t))^T + \delta A_0(t)) W(x, t) dx \leq \\ & \frac{1}{\beta_1} \int_{\Omega} W^T(x, t) M_1 M_1^T W(x, t) dx + \\ & \beta_1 \int_{\Omega} W^T(x, t) N_1^T N_1 W(x, t) dx. \end{aligned} \quad (18)$$

由式(14) ~ (18) 及条件(12) 得

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \\ & - 2D \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^m \int_{\Omega} \left( \frac{\partial w_i}{\partial x_k} \right)^2 dx + \\ & \int_{\Omega} W^T(x, t) (A_0^T + A_0 + \beta Q + \frac{1}{\beta} A Q^{-1} A^T + \\ & K^T B^T + BK) W(x, t) dx + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega} W^T(x, t) \left( \frac{1}{\beta_1} M_1^T M_1 + \beta_1 N_1^T N_1 + \right. \\ & \left. \frac{1}{\beta_2} M_2^T M_2 + \beta_2 N_2^T N_2 \right) W(x, t) dx \leq \\ & \int_{\Omega} W^T(x, t) (A_0^T + A_0 + \beta Q + K^T B^T + BK + \\ & \frac{1}{\beta} A Q^{-1} A^T + \frac{1}{\beta_1} M_1^T M_1 + \beta_1 N_1^T N_1 + \\ & \frac{1}{\beta_2} M_2^T M_2 + \beta_2 N_2^T N_2) W(x, t) dx < 0. \end{aligned} \quad (19)$$

**推论 1** 如果存在矩阵  $K$ 、正定对称矩阵  $Q$ , 对于给定的  $A_0, A, B$  使得下面的 LMI

$$\begin{pmatrix} \Xi & A & M_1^T & M_2^T & N_1^T & N_2^T \\ A^T & -Q & & & & \\ M_1 & & -I & & & \\ M_2 & & & -I & & \\ N_1 & & & & -I & \\ N_2 & & & & & -I \end{pmatrix} < 0 \quad (20)$$

成立时, 则系统(2) 在反馈作用(11) 的作用下是稳定的. 其中  $\Xi = A_0^T + A_0 + Q + K^T B^T + BK$ .

**推论 2** 如果存在矩阵  $K$ , 对于给定的  $A_0, A, B$  使得下面的 LMI

$$\begin{pmatrix} A_0^T + A_0 + I + K^T B^T + BK & A & M_1^T & M_2^T & N_1^T & N_2^T \\ & A^T & & & & \\ & M_1 & & -I & & \\ & M_2 & & & -I & \\ & N_1 & & & & -I \\ & N_2 & & & & & -I \end{pmatrix} < 0 \quad (21)$$

成立时, 则系统(2) 在反馈作用(11) 的作用下是稳定的.

### 3.2 变时滞分布参数系统的镇定 (Stabilization of distributed parameter systems with time-varying delays)

将本文的模型推广到变时滞分布参数系统, 显然, 变时滞参数系统更符合实际情况. 下面本文研究变时滞的分布参数控制系统的镇定. 考虑系统

$$\begin{aligned} \frac{\partial W}{\partial t} &= D \Delta W(x, t) + (A_0 + \delta A_0(t)) W(x, t) + \\ & (A + \delta A(t)) W(x, t - \tau(t)) + B u(x, t). \end{aligned} \quad (22)$$

其中  $\tau(t)$  是可微的, 且是非负的有界函数,  $0 \leq \tau(t) \leq \tau$ .

**定理 2** 当  $\tau(t)$  满足  $\dot{\tau}(t) \leq \eta < 1$ , 且存在矩阵  $K$  及正定矩阵  $Q$  使得下面的 LMI

$$\begin{pmatrix} \Xi & A & M_1^T & M_2^T & \sqrt{\beta_1}N_1^T & \sqrt{\beta_2}N_2^T \\ A^T & -\beta Q & & & & \\ M_1 & & -\beta_1 I & & & \\ M_2 & & & -\beta_2(1-\dot{\tau}(t))I & & \\ \sqrt{\beta_1}N_1 & & & & -I & \\ \sqrt{\beta_2}N_2 & & & & & -I \end{pmatrix} < 0 \quad (23)$$

成立时, 则系统(22)在反馈作用(11)的作用下是稳定的, 是镇定的. 其中:  $\Xi = A_0^T + A_0 + \beta Q + K^T B^T + BK$ .  $\beta, \beta_1, \beta_2$  为任给的正常数.

**证** 取正定函数

$$\begin{aligned} V(t, W(x, t)) = & \int_{\Omega} W^T(x, t) W(x, t) dx + \\ & \beta \int_{\Omega} \int_{t-\tau(t)}^t W^T(x, \theta) Q W(x, \theta) d\theta dx + \\ & \beta_2 \int_{\Omega} \int_{t-\tau(t)}^t W^T(x, \theta) N_2^T N_2 W(x, \theta) d\theta dx. \end{aligned} \quad (24)$$

其中  $Q$  为正定矩阵, 且  $Q^T = Q, \beta > 0, \beta_2 > 0$ . 与定理 1 的证明方法相类似. 此处省略.

**推论 3** 如果存在矩阵  $K$  及正定对称矩阵  $Q$ , 对于给定的  $A_0, B$  使得下面的 LMI

$$\begin{pmatrix} \Xi & A & M_1^T & M_2^T & N_1^T & N_2^T \\ A^T & -Q & & & & \\ M_1 & & -I & & & \\ M_2 & & & -(1-\dot{\tau}(t))I & & \\ N_1 & & & & -I & \\ N_2 & & & & & -I \end{pmatrix} < 0 \quad (25)$$

成立时, 则系统(22)在反馈作用(11)的作用下是稳定的, 是镇定的, 其中  $\Xi = A_0 + A_0^T + I + K^T B^T + BK$ .

#### 4 举例 (Example)

为了说明问题, 同时也为了简便, 对于模型(1), 取

$$A_0 = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ -0.8 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix},$$

$$M_1 = M_2 = \begin{pmatrix} 0.2 & 0 \\ 0 & 0.2 \end{pmatrix}, N_1 = N_2 = I.$$

取  $\beta = \beta_1 = \beta_2 = 1, Q = I$ . 根据推论 2, 利用 MATLAB 的 LMI 工具箱, 可解得一个适合要求的反馈矩阵为  $K = -(6.329 \quad 12.631)$ .

#### 5 小结 (Conclusion)

本文利用 Lyapunov 函数, 结合 LMI 与矩阵不

等式知识得到了不确定常时滞分布参数系统及不确定变时滞分布参数系统的鲁棒控制, 获得了这些系统镇定的充分条件. 该方法最大的优点是选取了较好的 Lyapunov 函数, 即构造了一个关于空间变量平均的 Lyapunov 函数. 这样在对构造的 Lyapunov 函数沿着所给的分布参数系统进行求导时, 通过适当的技术上的处理, 可以将分布参数系统中的偏微分项去掉, 从而较大程度地降低了分布参数控制系统处理中的难度. 本文所给方法为研究分布参数控制系统的新方法, 所得结果为新结果. 由于这些结果很容易被检验, 所以为分布参数控制的设计者提供了很好的理论依据.

#### 参考文献 (References):

- [1] ORLOV Y V, UTKIN V I. Sliding mode control in indefinite-dimensional systems[J]. *Automatica*, 1987, 23(6): 753-757.
- [2] HENRIQUEZ H R. Stabilization of hereditary distribution parameter control system [J]. *Systems & Control Letters*, 2001, 44(1): 35-43.
- [3] SIRA-RAMIREZ H. Distributed sliding mode control in systems described by quasilinear partial differential equations[J]. *Systems & Control Letters*, 1989, 13(2): 177-181.
- [4] HANCZYC E M, PALAZODLU A. Sliding mode control of nonlinear distributed parameter chemical processes[J]. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 1995, 34(2): 557-566.
- [5] HANCZYX E M, PALAZODLU A. Use of symmetry groups in sliding mode control of nonlinear distributed parameter systems [J]. *Int J Control*, 1996, 63(6): 1116-1149.
- [6] 胡跃明, 周其节. 分布参数变结构控制系统[M]. 北京: 国防工业出版社, 1996.  
(HU Yuemin, ZHOU Qijie. *The Distributed Parameter Variable Structure Systems* [M]. Beijing: National Defence Industry Press, 2000.)
- [7] 刘永清, 谢胜利. 滞后分布参数系统的稳定性与变结构控制 [M]. 广州: 华南理工大学出版社, 1998.  
(LIU Rongqing, XIE Shengli. *Variable Structure Control and Stability of Distributed Parameter Systems with Delays* [M]. Guangzhou: South China University of Technology Press, 1998.)

(下转第 224 页)

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2\tau^2} \left( \int_{-\tau}^0 \varphi_1(\theta) d\theta \right)^2 + \frac{1}{2\tau^2} \left( \int_{-\tau}^0 \varphi_2(\theta) d\theta \right)^2 \leq \\ & 2e^{-t} - \frac{3}{2} (\varphi_1^2(0) + \varphi_2^2(0)) + \\ & \frac{1}{2\tau^2} \left( \int_{-\tau}^0 1^2 d\theta \int_{-\tau}^0 \varphi_1^2(\theta) d\theta + \int_{-\tau}^0 1^2 d\theta \int_{-\tau}^0 \varphi_2^2(\theta) d\theta \right) \leq \\ & 2e^{-t} - \frac{3}{2} (\varphi_1^2(0) + \varphi_2^2(0)) + \\ & \int_{-\tau}^0 \frac{1}{\tau} \cdot \frac{1}{2} (\varphi_1^2(\theta) + \varphi_2^2(\theta)) d\theta, \end{aligned}$$

令  $\alpha(\theta) = \tau^{-1}$ , 而  $g = (\sqrt{e^{-t}} \sin x_2(t - \tau), \sqrt{e^{-t}} \cos x_1(t - \tau))^T$  有界, 且  $\ker w = \{x \in \mathbb{R}^n; w_1(x) - w_2(x) = 0\} = \{0\}$ , 则由推论2, 对任意  $\xi \in C_{F_0}^b([- \tau, 0]; \mathbb{R}^n)$ , 有

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x_1(t; \xi) = \lim_{t \rightarrow \infty} x_2(t; \xi) = 0, \text{ a. s. .}$$

参考文献 (References):

[1] LASALLE J P. Stability theory of ordinary differential equations [J]. *J of Differential Equations*, 1968, 4(2): 57 - 65.  
 [2] HALE J K, LUNEL S M V. *Introduction to Functional Differential*

*Equations* [M]. New York: Springer-Verlag, 1993.  
 [3] MAO X. Stochastic versions of the The LaSalle-type theorem [J]. *J of Differential Equations*, 1999, 153(3): 175 - 195.  
 [4] MAO X. The LaSalle-type theorems for stochastic functional differential equations [J]. *Nonlinear Studies*, 2000, 7(2): 307 - 328.  
 [5] MAO X. *Stochastic Differential Equations and Applications* [M]. UK: Horwood, 1997.  
 [6] LIPTSER R S, Shiriyayev A N. *Theory of Martingales* [M]. Dordrecht: Kluwer Academic, 1989.  
 [7] KARATZA S I, SHREVE S E. *Brownian Motion and Stochastic Calculus* [M]. Berlin: Springer Verlag, 1991.

作者简介:

沈 轶 (1964—), 男, 教授, 1998 年获华中科技大学工学博士学位, 1999 年至 2001 年在华中科技大学从事博士后研究工作, 主持国家自然科学基金 2 项, 中国博士后科学基金 1 项, 研究领域为随机系统、神经网络, E-mail: Lhf@ hust. edu. cn;

江明辉 (1968—), 男, 博士研究生, 副教授, 已发表论文 10 余篇, 研究领域为随机系统、神经网络, E-mail: jmh1239@sina.com;

廖晓昕 (1938—), 男, 教授, 博士生导师, 研究方向为非线性系统、神经网络, E-mail: Xiaoxin\_liao@hotmail.com.

(上接第 220 页)

[8] 谢胜利, 谢振东, 刘永清, 等. 滞后抛物型控制系统的变结构控制 [J]. *控制与决策*, 1997, 12(3): 246 - 250.  
 (XIE Shengli, XIE Zhendong, LIU Yongqing, et al. Variable structure control of parabolic type control system with delay [J]. *Control and Decision*, 1997, 12(3): 247 - 251. )  
 [9] 谢振东, 谢胜利, 刘永清. 滞后关联分布参数系统的分散变结构控制 [J]. *自动化学报*, 1999, 25(6): 805 - 810.  
 (XIE Zhendong, XIE Shengli, LIU Yongqing. Design of decentralized variable structure controller of large-scale distributed parameter system with delay [J]. *Acta Automatica Sinica*, 1999, 25(6): 805 - 810. )  
 [10] 崔宝同. 时滞分布参数系统的振动、稳定与控制 [D]. 广州: 华南理工大学, 2003.  
 (CUI Baotong. *Oscillation, stability and control of distributed parameter systems with delays* [D]. Guangzhou: South China University of Technology, 2003. )  
 [11] BOUBAKER O, BABARY J P. On SISO and MIMO variable structure control of nonlinear distributed parameter systems: application to fixed bed reactors [J]. *J of Process Control*, 2003, 13(8): 729 - 737.  
 [12] 陈显强, 赵怡. 一类分布参数系统的反馈能稳性 [J]. *控制理论与应用*, 2003, 20(6): 879 - 883.

(CHEN Xianqiang. ZHAO Yi. Feedback stabilization of a class of distributed parameter systems [J]. *Control Theory & Applications*, 2003, 20(6): 879 - 883. )  
 [13] BOYD S, EI GHAOU L, FERON E, et al. *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory* [M]. Philadelphia: SIAM, 1994.  
 [14] SANCHEZ E N, PEREZ J P. Input-to-state stability analysis for dynamic NN [J]. *IEEE Trans on Circuits Systems - I*, 1999, 46(11): 1395 - 1398.  
 [15] 廖晓昕. 动力系统的稳定性理论和应用 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2000.  
 (LIAO Xiaoxin. *Theory and Application of Stability for Dynamical Systems* [M]. Beijing: National Defence Industry Press, 2000. )

作者简介:

罗毅平 (1966—), 男, 华南理工大学控制理论与控制工程专业博士研究生, 教授, 近期主要从事神经网络动力学行为与分布参数系统的控制理论、方法及应用研究, E-mail: lyp8688@sohu.com;

邓飞其 (1962—), 男, 华南理工大学自动化学院教授, 博士生导师, 主要研究领域为复杂非线性系统的控制理论、方法及应用, E-mail: aufqdeng@scut.edu.cn.