第23卷第2期
2006年4月

控制理论与应用
Control Theory & Applications

Vol. 23 No. 2
Apr. 2006

文章编号：1000-8152(2006)02-0235-05

三阶系统族的共同二次 Lyapunov 函数

董亚丽[1]，秦化淑[2]

（1. 天津工业大学 理学院，天津 300160；2. 中国科学院 数学与系统科学研究院 系统科学研究所，北京 100080）

摘要：研究了寻找三阶系统族的共同二次 Lyapunov 函数问题．针对给定的稳定的三阶系统提出了寻找二次 Lyapunov 函数集的方法，然后获得了三阶系统族具有共同二次 Lyapunov 函数的充分条件．该充分条件易于构造，从而具有较强的工程实用性．文中实例验证了所得结果的有效性．

关键词：共同二次 Lyapunov 函数；正交变换；切换系统

中图分类号：O231　　**文献标识码**：A

Common quadratic Lyapunov functions for third order systems

DONG Ya-li[1], QIN Hua-shu[2]

(1. College of Science, Tianjin Polytechnic University, Tianjin 300160, China; 2. Institute of Systems Science, Academy of Mathematics and Systems Science, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)

Abstract: This paper considers the problem of finding a common quadratic Lyapunov function for a set of third order systems. Firstly, for a given stable third order system, the method to seek the set of quadratic Lyapunov functions is proposed, and then, a sufficient condition for a set of third order systems to share a common quadratic Lyapunov function is obtained. The proposed sufficient condition is easy to be constructed and applied. Finally, an example is given to verify the effectiveness of the obtained results.

Key words: common quadratic Lyapunov function (QLF); orthogonal transformation; switched system

1 引言（Introduction）

近年来切换系统及相关共同 Lyapunov 函数问题引起了研究者广泛的关注[1~8]．在切换系统稳定性分析中，首要的问题是当切换信号没有限制时，切换系统能保持稳定．典型的处理方法是构造共同 Lyapunov 函数．文献[1,2]给出了共同二次函数存在的 Lie 代数条件．文献[3]对任意切换系统的全局渐近稳定给出了逆 Lyapunov 定理．文献[4]证明了当两个稳定矩阵是可交换的，它们有共同 Lyapunov 函数．文献[6]给出了平面系统具有共同二次 Lyapunov 函数的充分必要条件．文献[7]基于矩阵的凸组合稳定性分析对两个二阶线性时不变系统存在共同 Lyapunov 函数提出了充分必要条件．

本文研究系统族

$$\dot{x}(t) = A_i x(t),\ i = 1,2,\cdots,n$$

具有共同二次 Lyapunov 函数问题，其中 $A_i \in \mathbb{R}^{3\times 3}$ $(i=1,2,\cdots,n)$，是常数矩阵．这样的共同 Lyapunov 函数的存在保证了切换系统

$$\dot{x} = A_{\sigma(t)} x$$

的渐近稳定．其中

$$\sigma(t):[0,+\infty)\rightarrow A = \{A_1, A_2, \cdots, A_n\}.$$

本文的主要任务是对给定的三阶系统提出寻找二次 Lyapunov 函数集的方法，然后给出三阶系统族具有共同二次 Lyapunov 函数的充分条件．

2 二次 Lyapunov 函数集（Set of quadratic Lyapunov functions）

首先引入矩阵的二次 Lyapunov 函数的概念．

定义 2.1[6]　给定矩阵 A．如果存在一个正定矩阵 $P>0$ 使得

$$PA + A^{\mathrm{T}}P < 0, \tag{1}$$

则称矩阵 A 有二次 Lyapunov 函数(QLF)，简称 P 为 A 的 QLF．如果 P 为对角阵，则称 A 有对角 QLF．

本文有下列引理：

引理 2.1　设有稳定矩阵集 $\{A_\lambda \mid \lambda \in \Lambda\}$．如果

收稿日期：2004-07-27；收修改稿日期：2005-07-21.
基金项目：天津市高等学校科技发展基金资助项目(20051527).

存在正交矩阵 $T \in SO(n,R)$ 使得 $\tilde{P}$ 是 $\{T^{\mathrm{T}}A_{\lambda}T \mid \lambda \in \Lambda\}$ 的共同 QLF, 则 $T\tilde{P}T^{\mathrm{T}}$ 是 $\{A_{\lambda} \mid \lambda \in \Lambda\}$ 的共同 QLF.

证 由于 $\tilde{P}$ 是 $\{T^{\mathrm{T}}A_{\lambda}T \mid \lambda \in \Lambda\}$ 的共同 QLF, 则有 $\tilde{P}T^{\mathrm{T}}A_{\lambda}T + T^{\mathrm{T}}A_{\lambda}^{\mathrm{T}}T\tilde{P} < 0$. 由于 T 是正交矩阵, 于是有

$$T\tilde{P}T^{\mathrm{T}}A_{\lambda} + A_{\lambda}^{\mathrm{T}}T\tilde{P}T^{\mathrm{T}} < 0,$$

即 $T\tilde{P}T^{\mathrm{T}}$ 是 $\{A_{\lambda} \mid \lambda \in \Lambda\}$ 的共同 QLF.

由引理2.1知, 寻找 $\{A_{\lambda} \mid \lambda \in \Lambda\}$ 的共同 QLF 可转化为寻找 $\{A_{\lambda} \mid \lambda \in \Lambda\}$ 在共同正交变换下的集 $\{T^{\mathrm{T}}A_{\lambda}T \mid \lambda \in \Lambda\}$ 的对角 QLF.

引理 2.2 [6] 假设矩阵 A 有对角 QLF, 则它的对角元素都是负的, 即

$$a_{ii} < 0,\ i = 1,\cdots,n.$$

现在考虑稳定矩阵

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ 0 & 0 & a_{33} \end{pmatrix}.$$

其中 $a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} > 0$, 并考虑正交变换

$$T_{\theta} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \tag{2}$$

根据引理2.2, 作者想要知道

$$T_{\theta}^{\mathrm{T}}AT_{\theta},\ 0 \leqslant \theta \leqslant \pi$$

何时有负对角元素.

为方便表示, 记

$$S = \sin\theta,\ C = \cos\theta,$$
$$S_2 = \sin(2\theta), C_2 = \cos(2\theta),$$

则有

$$T_{\theta}^{\mathrm{T}}AT_{\theta} = \begin{pmatrix} e_{11} & e_{12} & Ca_{13} + Sa_{23} \\ e_{21} & e_{22} & -Sa_{13} + Ca_{23} \\ 0 & 0 & a_{33} \end{pmatrix}. \tag{3}$$

其中

$$e_{11} = C^2a_{11} + CSa_{21} + SCa_{12} + S^2a_{22},$$
$$e_{12} = -CSa_{11} - S^2a_{21} + C^2a_{12} + CSa_{22},$$
$$e_{21} = -CSa_{11} - S^2a_{12} + C^2a_{21} + CSa_{22},$$
$$e_{22} = S^2a_{11} - CSa_{21} - SCa_{12} + C^2a_{22}.$$

令

$$a = (a_{11} + a_{22})/2,\ b = (a_{11} - a_{22})/2,$$
$$c = (a_{12} + a_{21})/2,\ d = (a_{12} - a_{21})/2,$$

则式 (3) 成为

$$T_{\theta}^{\mathrm{T}}AT_{\theta} = \begin{pmatrix} g_1 & d + cC_2 - bS_2 & Ca_{13} + Sa_{23} \\ g_2 & a - bC_2 - cS_2 & -Sa_{13} + Ca_{23} \\ 0 & 0 & a_{33} \end{pmatrix}. \tag{4}$$

其中

$$g_1 = a + bC_2 + cS_2,\ g_2 = -d + cC_2 - bS_2.$$

首先考虑使得上式对角元素为负的 θ 的范围.

情形 1 设 $b = c = 0$, 则

$$T_{\theta}^{\mathrm{T}}AT_{\theta} = \begin{pmatrix} a & d & Ca_{13} + Sa_{23} \\ -d & a & -Sa_{13} + Ca_{23} \\ 0 & 0 & a_{33} \end{pmatrix}.$$

A 是稳定的, 且

$$\det(\lambda I - T_{\theta}^{\mathrm{T}}AT_{\theta}) =$$
$$(\lambda - a_{33})(\lambda^2 - 2a\lambda + a^2 + d^2),$$

因此 $a_{33} < 0, a < 0$ 即 $T_{\theta}^{\mathrm{T}}AT_{\theta}$ 有负对角元素.

否则, 令 $r^2 = b^2 + c^2 \neq 0$, 且由下式定义 $\mu \in [0,2\pi)$:

$$\cos\mu = c/r,\ \sin\mu = b/r.$$

记 $T = r\sin(2\theta + \mu), H = r\cos(2\theta + \mu)$, 则式(4)变为

$$T_{\theta}^{\mathrm{T}}AT_{\theta} = \begin{pmatrix} a + T & d + H & Ca_{13} + Sa_{23} \\ -d + H & a - T & -Sa_{13} + Ca_{23} \\ 0 & 0 & a_{33} \end{pmatrix}. \tag{5}$$

由于 $T_{\theta}^{\mathrm{T}}AT_{\theta}$ 是稳定的, 即 $\mathrm{Re}\,\sigma(T_{\theta}^{\mathrm{T}}AT_{\theta}) < 0$, 得 $a_{33} < 0$. 考虑子阵

$$D = \begin{pmatrix} a + T & d + H \\ -d + H & a - T \end{pmatrix}.$$

情形 2 $r < -a$. 显然任何 θ 使得 D 的对角元素为负.

情形 3 $r \geqslant -a$. 为保证 D 的对角元素为负, 须

$$r \mid \sin(2\theta + \mu) \mid < -a, \tag{6}$$

事实上, 式(6)含盖了情形1~3. 记

$$\Theta = \{\theta \mid 0 \leqslant \theta < \pi, r \mid \sin(2\theta + \mu) \mid < -a\}. \tag{7}$$

在情形3, 式(6)等价于

$$\frac{k\pi - \sin^{-1}(|a|/r) - \mu}{2} < \theta <$$
$$\frac{k\pi + \sin^{-1}(|a|/r) - \mu}{2},\ k \in \mathbb{Z}. \tag{8}$$

总结上述讨论有下述命题:

命题 2.1 给定稳定矩阵

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ 0 & 0 & a_{33} \end{pmatrix}.$$

当 $r \geqslant -a$ 时,矩阵 $A_\theta = T_\theta^{\mathrm{T}} A T_\theta, 0 \leqslant \theta < \pi$ 的对角元为负的充分必要条件是 θ 满足式(8). 当 $r < -a$ 时,对角元总是负的.

命题 2.1 提供了旋转矩阵有负对角元的 θ 的集合.

考虑对角 QLF 的对角元,不失一般性,假设对角 QLFs 有如下形式:

$$P(x,y) = \mathrm{diag}(1,x,y).$$

其中 $x > 0, y > 0$. 则有

$$P(x,y)A_\theta + A_\theta^{\mathrm{T}} P(x,y) = \begin{pmatrix} 2P_{11} & P_{12} & P_{13} \\ P_{12} & 2(a-T)x & P_{23}x \\ P_{13} & (-Sa_{13}+Ca_{23})x & 2a_{33}y \end{pmatrix}.$$

其中

$$P_{12} = d + H + x(-d + H),$$

$$P_{11} = a + T,\ P_{13} = Ca_{13} + Sa_{23},$$

$$P_{23} = -Sa_{13} + Ca_{23}.$$

令

$$D(\theta,x) = \begin{vmatrix} 2(a+T) & P_{12} \\ P_{12} & 2(a-T)x \end{vmatrix},$$

则 $D(\theta,x) = -(Ex^2 + 2Fx + G)$,其中

$$E = (H-d)^2,\ G = (H+d)^2,$$

$$F = H^2 - d^2 + 2T^2 - 2a^2.$$

极易证明当 θ 满足式(6)时,有 $F < 0$. 令

$$D_1 = \begin{vmatrix} P_{12} & P_{13} \\ 2(a-T)x & P_{23}x \end{vmatrix},$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} 2(a+T) & P_{13} \\ P_{12} & P_{23}x \end{vmatrix}.$$

下面陈述主要结果.

定理 2.1　对每一 $\theta \in \Theta$,存在非空区间 $I_\theta = (x_{\theta 1}, x_{\theta 2}) \subset (0, +\infty)$,使得 $P(x,y) = \mathrm{diag}(1,x,y)$ 是 A_θ 的对角 QLF,如果 $x \in I_\theta$,且

$$y > \max\{0, \frac{1}{2a_{33}D}[-(Ca_{13}+Sa_{23})D_1 + (-Sa_{13}+Ca_{23})xD_2]\}. \tag{9}$$

证　有

$$P(x,y)A_\theta + A_\theta^{\mathrm{T}} P(x,y) = \begin{pmatrix} 2P_{11} & P_{12} & P_{13} \\ P_{12} & 2(a-T)x & P_{23}x \\ P_{13} & (-Sa_{13}+Ca_{23})x & 2a_{33}y \end{pmatrix}.$$

显然 $a + T < 0, D(\theta,x) > 0$ 等价于

$$Ex^2 + 2Fx + G < 0.$$

情形 1　假设 $r = 0$,则有 $E = d^2, F = -d^2 - 2a^2, G = d^2$.

1) $d = 0$. 此时对任何 θ 及 $x > 0$ 都有 $Ex^2 + 2Fx + G < 0$.

2) $d \neq 0$. 则有

$$d^2x^2 - 2(d^2 + 2a^2)x + d^2 < 0.$$

解上述不等式,得

$$1 + 2(a/d)^2 - (2|a|/|d|)\sqrt{1+(a/d)^2} < x < 1 + 2(a/d)^2 + (2|a|/|d|)\sqrt{1+(a/d)^2}. \tag{10}$$

在这种情形下有

$$x_{\theta 1} = 1 + 2(a/d)^2 - (2|a|/|d|)\sqrt{1+(a/d)^2},$$

$$x_{\theta 2} = 1 + 2(a/d)^2 - (2|a|/|d|)\sqrt{1+(a/d)^2}.$$

情形 2　一般情形.

1) 假设 $H - d = 0$,有 $2Fx + (H+d)^2 < 0$. 解这个不等式得

$$x > (H+d)^2/(-2F).$$

因此 $x_{\theta 1} = (H+d)^2/(-2F), x_{\theta 2} = +\infty$.

2) 假设 $H - d \neq 0$,极易证明 $F^2 > (H^2 - d^2)^2$. 解不等式

$$(H-d)^2x^2 + 2Fx + (H+d)^2 < 0,$$

得

$$\frac{-F-\sqrt{l}}{(H-d)^2} < x < \frac{-F+\sqrt{l}}{(H-d)^2}.$$

其中 $l = F^2 - (H^2 - d^2)^2$. 因此

$$x_{\theta 1} = \frac{-F - \sqrt{F^2 - (H^2-d^2)^2}}{(H-d)^2},$$

$$x_{\theta 2} = \frac{-F + \sqrt{F^2 - (H^2-d^2)^2}}{(H-d)^2}.$$

条件(9)保证了

$$\det(P(x,y)A_\theta + A_\theta^{\mathrm{T}} P(x,y)) < 0,$$

因此

$$P(x,y)A_\theta + A_\theta^{\mathrm{T}} P(x,y) < 0,$$

即 $P(x,y)$ 是 A_θ 的 QLF.

根据定理 2.1,有下列推论:

推论 2.1　给定稳定的三阶矩阵 $A = (a_{ij})$,其中 $a_{31} = a_{32} = 0$. 如果 $q > 0, \theta \in \Theta, x \in I_\theta, y$ 满足式(9),则矩阵

$$P = qT_\theta \begin{pmatrix} 1 & & \\ & x & \\ & & y \end{pmatrix} T_\theta^{\mathrm{T}}$$

是 A 的 QLF.

证 根据定理2.1,

$$P_1 = q\begin{pmatrix}1 & & \\ & x & \\ & & y\end{pmatrix}$$

是 $T_\theta^{\mathrm{T}}AT_\theta$ 的对角 QLF. 由引理2.1,得

$$qT_\theta\begin{pmatrix}1 & & \\ & x & \\ & & y\end{pmatrix}T_\theta^{\mathrm{T}}$$

是 A 的 QLF.

3 共同二次 Lyapunov 函数(Common quadratic Lyapunov function)

本节考虑集合 $\{A_1, A_2, \cdots, A_n\}$ 的共同QLF问题. 对每一 A_k,都有 $\Theta_k(k = 1,2\cdots,n)$. 令

$$\varphi_1^k(\theta) = \begin{cases} 1+2(\frac{a}{d})^2 - \frac{2|a|}{|d|}\sqrt{1+(\frac{a}{d})^2}, & r=0, \\ \frac{(H+d)^2}{-2F}, & r>0,\ H=d, \\ \frac{-F-\sqrt{l}}{(H-d)^2}, & r>0,\ H\neq d, \end{cases}$$

$$\varphi_2^k(\theta) = \begin{cases} 1+2(\frac{a}{d})^2 + \frac{2|a|}{|d|}\sqrt{1+(\frac{a}{d})^2}, & r=0, \\ +\infty, & r>0,\ H=d, \\ \frac{-F+\sqrt{l}}{(H-d)^2}, & r>0,\ H\neq d, \end{cases}$$

$$y_k = \max\{0, \frac{1}{2a_{33}D}[-(Ca_{13}+Sa_{23})D_1 + (-Sa_{13}+Ca_{23})xD_2]\}.$$

构造开集 $\Theta = \bigcap_{k=1}^{n}\Theta_k \subset [0,\pi)$,它由有限个开集组成. 构造函数

$$h(\theta) = \min_{1\leqslant k\leqslant n}\varphi_2^k(\theta) - \max_{1\leqslant k\leqslant n}\varphi_1^k(\theta),\ \theta\in\Theta.$$

总结上述讨论,有下述定理.

定理 3.1 如果存在 $\theta\in\Theta$ 使得 $h(\theta)>0$,则 3×3 稳定矩阵集 $\{A_1, A_2, \cdots, A_n\}$ 有共同QLF,其中 $(a_{31})_i = (a_{32})_i = 0,\ i = 1, 2, \cdots, n$.

证 根据定理3.1的条件,区间 $(\min_{1\leqslant k\leqslant n}\varphi_1^k(\theta), \max_{1\leqslant k\leqslant n}\varphi_2^k(\theta))$ 是非空的,因此

$$\forall x\in(\min_{1\leqslant k\leqslant n}\varphi_1^k(\theta), \max_{1\leqslant k\leqslant n}\varphi_2^k(\theta)),$$

令 $y > \max_{1\leqslant k\leqslant n}\{y_k\}$. 根据推论2.1,

$$P = qT_\theta\begin{pmatrix}1 & & \\ & x & \\ & & y\end{pmatrix}T_\theta^{\mathrm{T}}$$

是 $A_k(k = 1, 2, \cdots, n)$ 的 QLF,即 P 是 3×3 矩阵集 $\{A_1, A_2, \cdots, A_n\}$ 的共同QLF.

例 3.1 考虑3个矩阵

$$A_1 = \begin{pmatrix}-3 & -3 & 1\\ 5 & 1 & 1\\ 0 & 0 & -2\end{pmatrix},\ A_2 = \begin{pmatrix}-2 & -1 & 1\\ 5 & -2 & 1\\ 0 & 0 & -1\end{pmatrix},$$

$$A_3 = \begin{pmatrix}-5 & 2 & 1\\ 3 & -2 & 2\\ 0 & 0 & -3\end{pmatrix}$$

略去枯燥的计算,直接给出 Θ_k 的区域

$\Theta_1 = (0.3203, 0.7873)\cup(1.8903, 2.3537)$,

$\Theta_2 = (0, 0.785)\cup(0.785, 2.355)\cup(2.355, \pi)$,

$\Theta_3 = (0,\pi)$,

因此

$$\Theta = \Theta_1\cap\Theta_2\cap\Theta_3 = (0.3203, 0.7873)\cup(1.8903, 2.3537).$$

选取 $\theta = 0.5520$,直接计算得

$\varphi_1^1 = 0.1560$, $\varphi_2^1 = 0.5125$, $\varphi_1^2 = 0.2903$,

$\varphi_2^2 = 0.9999$, $\varphi_1^3 = 0.0052$, $\varphi_2^3 = 30.1517$,

因此有

$\varphi_1 = \max\{0.1560, 0.2903, 0.0052\} = 0.293$,

$\varphi_2 = \min\{0.5125, 0.9999, 30.1577\} = 0.513$.

取 $x = 0.3\in(\varphi_1, \varphi_2)$,得到

$y_1 = \max\{0, 0.3464\} = 0.3464$,

$y_2 = \max\{0, -2.274\} = 0$,

$y_3 = \max\{0, -1.33286\} = 0$,

因此取 $y > \max\{y_1, y_2, y_3\} = 0.3464$. 令 $q = 1$, $y = 1$ 得到

$$P = qT_\theta\begin{pmatrix}1 & & \\ & x & \\ & & y\end{pmatrix}T_\theta^{\mathrm{T}} = \begin{pmatrix}0.8073 & 0.3126 & 0\\ 0.3126 & 0.4926 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$$

是矩阵族 $\{A_1, A_2, \cdots, A_3\}$ 的共同QLF.

4 结论(Conclusion)

探讨了矩阵集合具有共同 QLF 问题. 本文的主要贡献是对给定的三阶矩阵提供了寻找 QLF 集的方法,并给出三阶矩阵具有 QLF 的条件. 文中证明了在适当条件下三阶系统族具有共同 Lyapunov 函数. 文中给出实例用以说明新结果的使用.

参考文献(References)：

[1] AGRACHEV A A, LIBERZON D. Lie-algebraic stability criteria for switched systems [J]. *SIAM J of Control Optimization*, 2001, 40(1): 253 - 270.

[2] LIBERZON D, HESPANHA J P, MORSE A S. Stability of switched linear systems: a Lie-algebraric condition [J]. *Systems & Control Letters*, 1999, 37(3): 117 - 122.

[3] DAYAWANSA W, MARTIN C F. A converse Lyapunov theorem for a class of dynamical systems which undergo switching [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1999, 44(4): 751 - 760.

[4] NARENDRA K S, BALAKRISHNAN J. A common Lyapunov function for stable LIT systems with commuting A-matrices [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1994, 39(12): 2469 - 2471.

[5] SUN Z, SHORTEN R. On convergence rates of switched linear systems[C] // *Proc of the 42th IEEE Conf on Decision and Control*. Maui, Hawaii: IEEE Press, 2003, 5: 4800 - 4805.

[6] CHENG D, GUO L, HUANG J. On quadratic Lyapunov function [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2003, 48(5): 885 - 890.

[7] YEDAVALLI R K, SPARKS A. Condition for the existence of a common Quadratic Lyapunov function via stability analysis of matrix families [C]// *Proc of American Control Conference*. Anchorage, Alaska: IEEE Press, 2002: 1296 - 1301.

[8] LIBERZON D, TEMPO R. Common Lyapunov functions and gradient algorithms [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2004, 49(6): 990 - 994.

作者简介：

董亚丽　(1963—)，女，天津工业大学理学院教授，2003年在中国科学院系统科学研究所获博士学位，研究方向为非线性系统控制与应用等，E-mail: dongyl@ vip. sina. com;

秦化淑　(1934—)，女，中国科学院数学与系统科学研究院系统科学研究所研究员，博士生导师，研究方向为非线性系统控制及鲁棒控制等.

下　期　要　目

L_2 增益约束下跳变系统鲁棒控制 …… 刘　飞，张曦煌
数值界不确定性关联大系统分散鲁棒 H_∞ 控制 …… 谢永芳，蒋朝辉，桂卫华
基于模糊混合控制的自治水下机器人路径跟踪控制 …… 马　岭，崔维成
机器人对多运动障碍物环境中方向可变运动目标的跟踪 …… 樊晓平，李双艳
机器人操作器的自适应模糊滑模控制器设计 …… 孙炜伟，武玉强
高频增益符号未知时的变结构模型参考自适应控制：任意相对阶时的控制律设计 …… 林　岩，董文瀚，孙秀霞
基于扩展自适应 Backstepping 设计的 TCSC 非线性控制的新方法 …… 付　俊，赵　军
多模型自适应控制的分层递阶构造与覆盖性质分析 …… 王　昕，王中杰，杨　辉，李少远
稳定广义预测控制与性能分析 …… 刘　斌，蒋　峥，苏宏业，褚　健
实现 CPG 模型的细胞神经网络的分支分析方法 …… 张益军，朱庆保
高炉炼铁过程炉温的非线性混合控制 …… 刘祥官，罗世华，刘元和，吴晓峰
不确定线性时滞系统的一种混杂状态反馈保成本控制及优化设计方法 …… 孙希明，刘建昌，赵　军
定量反馈理论发展综述 …… 王增会，陈增强，孙青林，袁著祉
基于一种新模型的多目标遗传算法及性能分析 …… 刘淳安，王宇平
多传感器最优信息融合白噪声反卷积滤波器 …… 邓自立，李　云，王　欣
二阶动态滑模控制在移动机械手系统输出跟踪中的应用 …… 吴玉香，胡跃明
广义递阶 Mamdani 模糊系统及其泛逼近性 …… 张宇卓，谷云东，李洪兴