

文章编号: 1000-8152(2006)02-0275-04

基于小波变换的多分辨率分布式滤波

李翔, 丁振良, 袁峰

(哈尔滨工业大学 自动化测试与控制系, 黑龙江 哈尔滨 150001)

摘要: 小波变换的多尺度特点非常适合多尺度信号的处理, 可以用于多分辨率多传感器滤波. 通过研究快速提升法小波变换的特性, 提出一种可将估计误差方差最小化的动态分辨率分布式滤波算法, 算法不需要把小波系数当成白噪声处理, 并且能够有效地降低向量和矩阵维数, 减少运算, 有较好的滤波性能. 同时在不同的分辨率级中, 利用快速提升法小波变换作为一种连接信号的桥梁. 这种算法也可用于动态多分辨率多传感器数据融合.

关键词: 小波变换; 快速提升法; 多分辨率; 滤波

中图分类号: TP274 **文献标识码:** A

Distributed filtering techniques of multiresolution multisensor based on wavelet transform

LI Xiang, DING Zhen-liang, YUAN Feng

(Department of Automatic Measurement and Control, Harbin Institute of Technology, Harbin Heilongjiang 150001, China)

Abstract: Wavelet transform is very suitable for processing multi-scale signals, and it can be used in multi-resolution filtering. In this paper, an algorithm for dynamic distributed filtering of multi-resolution multi-sensor is proposed, based on quick-lifting wavelet transform. By avoiding big matrix computation and eliminating the assumption of white noises for wavelet coefficients, it is efficient and highly parallelizable. Simulation results also show that this algorithm improves the performance of multi-scale data filtering. Moreover the quick-lifting wavelet transform is used as a signal-linking bridge between multi-resolution levels. The algorithm can thus be used for dynamic multi-resolution multi-sensor data fusion.

Key word: wavelet transform; quick-lifting; multiresolution; filtering

1 引言(Introduction)

由于小波变换通过伸缩和平移等运算功能对信号进行多分辨率分析, 特别是在小波变换的重构算法中对低分辨率近似补充一定信息可以获得高分辨率近似, 这为多传感器的数据融合提供了新的方法. 近年来, 有学者开始利用小波变换对多标度随机过程的建模和估计进行先行研究: Donoho 和 Jonstone^[1]提出了小波域值法去噪, 它是非参数化自回归模型; Chou^[2]研究了基于小波变换的多尺度自回归模型和多分辨率多传感器数据融合, 提出了提升法小波去噪的多分辨率多传感器数据融合.

提升法小波变换^[3,4]也称为第二代小波变换, 是一种柔性的小波构造方法. 它可使用线性、非线性或空间变化的预测和更新算子, 而且可确保变换的可逆性. 同传统小波变换相比, 计算速度更快, 计

算方法更简单, 而且适合于自适应、非线性、非奇异采样和整数到整数的变换.

这里提出了一种可将估计误差方差最小化的动态多分辨率分布式滤波算法: 将快速提升法小波变换用来作为不同分辨率传感器的连接机构, 可克服传统小波变换算法中小波系数数据过长造成计算量大的缺陷, 减少计算量. 同时不需要将小波系数假设为白噪声, 提高了滤波性能.

2 多分辨率动态系统的测量模型(Measuring model of multiresolution dynamic system)

描述 N 个传感器的多分辨率动态系统^[5] 为

$$x(k_{N+1}) = A(k_N)x(k_N) + B(k_N)w(k_N), \quad (1)$$
$$x(k_i) = C(k_i)x(k_i) + v(k_i), \quad i = 1, \dots, N. \quad (2)$$

式(1)中: $x(k_N) \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ 是第 N 级分辨率时的状态矢

量; $A(k_N) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 和 $B(k_N) \in \mathbb{R}^{n \times p}$ 分别是系统矩阵和输入矩阵; 建模误差 $w(k_N)$ 满足

$$\begin{cases} E\{w(k_N)\} = 0, \\ E\{w(k_N)w(k_N)^T\} = Q(k_N). \end{cases} \quad (3)$$

式(2)中: $z(k_i)$ 是由传感器 i 提供的测量矢量, $x(k_i)$ 是 $x(k_N)$ 在 i 级分辨率的粗化状态矢量, 用特定分辨率的 $C(k_i) \in \mathbb{R}^{q_i \times n}$ 描述每个传感器, 测量误差 $v(k_i)$ 满足

$$\begin{cases} E\{v(k_i)\} = 0, \\ E\{v(k_i)v^T(k_i)\} = R(k_i). \end{cases} \quad (4)$$

这里假定每个分辨率级的测量值是由一个传感器提供的; $x(0)$, $w(k_N)$ 和 $v(k_i)$ 是相互独立的, 则 $x(k_N)$ 的初始值 $x(0)$ 满足

$$\begin{cases} E\{x(0)\} = 0, \\ E\{(x(0) - x_0)(x(0) - x_0)^T\} = p_0. \end{cases} \quad (5)$$

图1表示多分辨率传感器的时间-分辨率映射. 图中只表示了处于4个分辨率级的4个传感器, 分辨率步长选定为2. 根据多分辨率数据的性质, 用数据块描述了整个多分辨率传感器系统的动态递推, 根据分辨率级的数目来规定数据块的长度. 图中在最高分辨率级的数据块的长度为 $2^{N-1} = 8$.

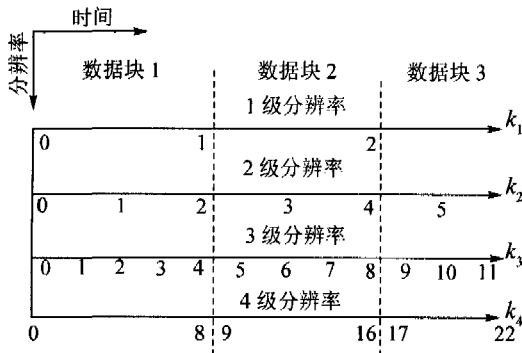


图1 多分辨率传感器的时间-分辨率映射

Fig. 1 Time-resolution mapping of multiresolution sensor

3 基于快速提升法的多分辨率分布式滤波算法 (Algorithm for multiresolution distributed filtering based on quick-lifting wavelet transform)

3.1 快速提升法小波变换 (Quick-lifting wavelet transform)

快速提升法小波变换 (图2所示) 是在 Sweldens 所建立的空间域中构造双正交小波的方法. 以离散小波变换作为研究背景, 并假定在 i 级分辨率给定的信号序列 $x(i, n) \in l^2(\mathbb{Z})$, $n \in \mathbb{Z}$ 是一标量序列.

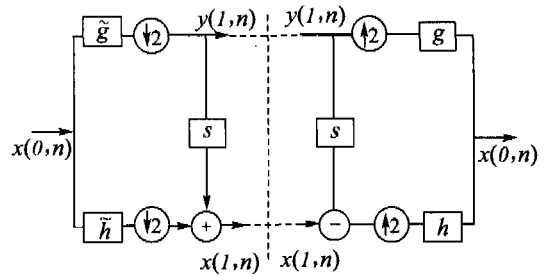


图2 快速提升法小波变换

Fig. 2 Quick-lifting wavelet transform

快速提升法小波分解 (正变换) 由两步构成:

第1步

$$\begin{cases} \bar{x}(i+1, n) = \sqrt{2} \sum_k \tilde{h}(k-2n)x(i, k), \\ y(i+1, n) = \sqrt{2} \sum_k \tilde{g}(k-2n)x(i, k). \end{cases} \quad (6)$$

第2步

$$x(i+1, n) = \bar{x}(i+1, n) + \sum_k s(n-k)y(i+1, k). \quad (7)$$

快速提升法小波分解的第1步是计算未提升小波系数, 对应于双正交小波的分解; 第2步计算提升系数, 重复以上两个过程构成一个完整的快速离散小波变换.

快速提升法小波合成 (逆变换) 也由两步构成:

第1步

$$\bar{x}(i+1, n) = x(i+1, n) - \sum_k s(n-k)y(i+1, k); \quad (8)$$

第2步

$$x(i, n) = \sqrt{2} \sum_k h(k-2n)\bar{x}(i+1, k) + \sqrt{2} \sum_k g(k-2n)y(i+1, k). \quad (9)$$

为了获得完美的再现, 滤波器 $h(n)$ 和 $g(n)$ 除必须满足正则约束外, 还应保证滤波器的脉冲响应须形成一个规格化正交集. 因此可以把原始信号 $x(i, n)$ 的再现可看作为正交投影的累加.

以上各式中, $x(i, n)$ 和 $y(i, n)$ 分别为尺度系数和小波系数; $s(n)$ 是 Bernstein 提升滤波器; $\tilde{h}(n)$, $h(n)$, $\tilde{g}(n)$ 和 $g(n)$ 对应于双正交小波变换的有限持续时间脉冲响应 (FIR) 双正交滤波器组, 且 $g(n)$ 和 $h(n)$ 构成一个共轭映射滤波器对

$$g(L-1-n) = (-1)^n h(n). \quad (10)$$

上式中 L 是滤波器长度 (L 必须是偶数).

3.2 多分辨率分布式滤波算法 (Algorithm for multiresolution distributed filtering)

考虑在具有一个数据块长度的 i 级分辨率的 n

维随机矢量的有限序列

$$X(k_i) = [x^T(k_i), x^T(k_i + 1), \dots, x^T(k_i + 2^{i-1} - 1)]^T. \quad (11)$$

为把 $X(k_i)$ 变成小波变换所需形式,引入线性变换. 由下列算子导出式(6)的矢量形式:

$$\begin{cases} X(k_{i+1}) = L_{i+1}^T \text{diag}(H_{i+1}, \dots, H_{i+1}) L_i X(k_i), \\ Y(k_{i+1}) = L_{i+1}^T \text{diag}(G_{i+1}, \dots, G_{i+1}) L_i X(k_i). \end{cases} \quad (12)$$

式中: H_{i+1} 和 G_{i+1} 是从 i 级映射到 $i + 1$ 级的标度和小波算子,而对角线子矩阵的数目为 n . 为了后面的处理,反变换 L_{i+1}^T 把 $i + 1$ 级中的变换信号变回到式(11)的形式. 同样,当从 $i + 1$ 级映射到 i 级时,也可以按下列算子形式列出式(9):

$$X(k_i) = L_i^T \text{diag}(H_{i+1}, \dots, H_{i+1}) L_{i+1} X(k_{i+1}) + L_i^T \text{diag}(G_{i+1}, \dots, G_{i+1}) L_{i+1} X(k_{i+1}). \quad (13)$$

因为 G_{i+1} 是高通滤波器算子,且序列 $X(k_i)$ 是一个噪声驱动的序列,所以 $Y(k_{i+1})$ 是“类似噪声”信号序列. 但序列 $Y(k_{i+1})$ 不是白噪声,而是与低通滤波的 $X(k_{i+1})$ 相关的.

下面简述分布式多分辨率滤波算法的结构:

1) 设估计 $\hat{X}_{mlm}(k_N)$ 和估计误差方差 $P_{mlm}(k_N)$ 可以在具有最高分辨率级(N 级)的中心位置于数据块时刻 m 获得,且数据块初始条件 $\hat{X}_{0i0}(N)$ 和 $P_{0i0}(N)$ 可由式(1)和式(5)导出.

2) 在中心位置上 $\hat{X}_{mlm}(k_N)$ 和 $P_{mlm}(k_N)$ 按数据块时标从 m 传播到 $m + 1$ 后,产生 $\hat{X}_{m+1m}(k_N)$ 和 $P_{m+1m}(k_N)$.

3) 对如式(12)所示的随机矢量序列反复使用快速提升法小波变换,在局部传感器 i 位置(即 i 级分辨率)处获得传播的 $\hat{X}_{m+1im}(k_N)$ 和 $P_{m+1im}(k_N)$. 这是一个粗化过程.

4) 在局部传感器位置,用分辨率测量值 $Z_{m+1i}(k_i)$ 修正传送的估计 $\hat{X}_{m+1im}(k_i)$ 和估计误差方差 $P_{XXm+1im}(k_i)$. 这里的局部更新是在不同分辨率级使用 *Bernstein* 提升滤波器的最佳滤波过程,注意附加细节在局部位置不修正.

5) 从不同的分辨率级,利用小波逆变换,把局部更新的 $\hat{X}_{m+1im+1}(k_i)$ 和 $P_{XXm+1im+1}(k_i)$ 及附加细节 $\hat{Y}_{m+1im+1}(k_i), \hat{Y}_{m+1im+1}(k_{i+1}), \dots, \hat{Y}_{m+1im+1}(k_{N-1})$ 和 $P_{XYm+1im+1}(k_i), P_{YXm+1im+1}(k_i), P_{YYm+1im+1}(k_i)$ 传送到中心位置.

6) N 个传送的 $\hat{X}_{m+1im+1}^i(k_N)$ ($i = 1, \dots, N$) 被融合在一起产生 $\hat{X}_{m+1im+1}(k_N)$. 这是一个最佳的融

合过程,它产生最小的融合误差方差.

7) 在动态分布式多分辨率滤波的整个数据块时标范围内递归地应用上述步骤.

4 算例 (Simulation sample)

考察如下具有 5 级分辨率的系统模型

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} X_{k_{s+1}} \\ Y_{k_{s+1}} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \cos 1^\circ & -\frac{1}{2} \sin 1^\circ \\ 2 \sin 1^\circ & \cos 1^\circ \end{bmatrix}}_{A(k_s)} \begin{bmatrix} X_{k_s} \\ Y_{k_s} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} W_{x_{k_s}} \\ W_{y_{k_s}} \end{bmatrix}, \\ X(k_s) \sim N(0, Q(k_s)). \end{cases} \quad (14)$$

式中建模误差方差为 $Q(k_s) = \text{diag}(1, 1)$, 多分辨率测量模型是

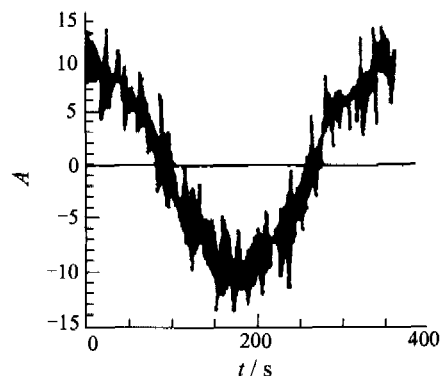
$$\begin{cases} \begin{bmatrix} z_{x_{k_i}} \\ z_{y_{k_i}} \\ z(k_i) \end{bmatrix} = C \begin{bmatrix} x_{k_i} \\ y_{k_i} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_{x_{k_i}} \\ u_{y_{k_i}} \\ u(k_i) \end{bmatrix}, \\ u(k_i) \sim N(0, R(k_i)), i = 1, \dots, 5. \end{cases} \quad (15)$$

测量矩阵 $C(k_i)$ ($i = 1, \dots, 5$) 是单位矩阵,且测量误差协方差矩阵 $R(k_i)$ 为

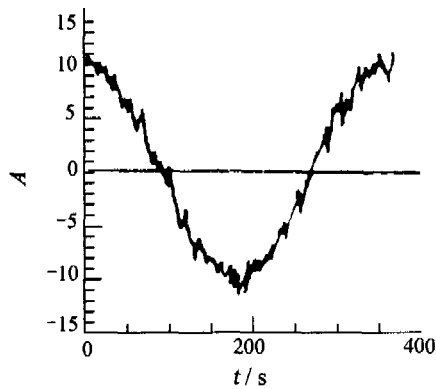
$$\begin{aligned} R(k_1) &= \text{diag}(1, 1), R(k_2) = \text{diag}(1.5, 1.5), \\ R(k_3) &= \text{diag}(2, 2), R(k_4) = \text{diag}(3, 3), \\ R(k_5) &= \text{diag}(4, 4). \end{aligned}$$

要顺序处理 23 个数据块和 5 个分辨率级,初值 $x_0 = [10, 0]^T$ 和 $P_0 = \text{diag}(4, 4)$. 选用 Daubechies 小波,提升滤波器的长度为 16,利用多分辨率分布式滤波算法,导出融合估计. 部分数据如图 3 所示(图中: L 为数据块长度, A 为幅值, E 为均方差).

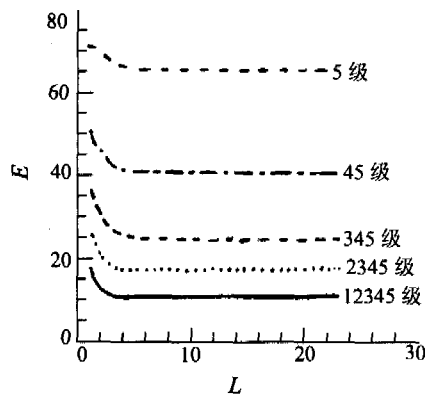
从图 3 中可以看出,融合的分分辨率级数越多的测量值的改进越明显,而当分辨率级数过多时附加测量值的改进程度明显减少,这是由于测量值提供的信息变少了. 由此证明,这种算法对于多传感器数据融合可有效的确定适当的分辨率的级数,减少了计算量,简化了运算方法,提高了滤波性能和效率.



(a) 第 5 级分辨率的测量值 $z(k_s)$ 的第一个分量



(b) 使用来自 1~5 级测量值的融合估计



(c) 不同分辨率级别的测量值的估计误差方差比较

图 3 5 级分辨率系统的测量融合估计

Fig. 3 Estimation curve of fused measuring data on various level resolution

5 结语 (Conclusion)

本文通过深入分析多分辨率动态系统的测量模型,提出了一种动态多分辨率分布式滤波算法,应用快速提升法小波变换作为不同分辨率传感器的连接

机构,实现多分辨率多传感器的数据融合.该算法不需要把小波系数当成白噪声处理,有较好的滤波性能,并且能够有效地降低向量和矩阵维数,减少运算量,便于实现快速算法和并行处理,为多传感器数据融合提供了新方法.

参考文献 (References):

- [1] DONOHO D L. De-noising by soft thresholding [J]. *IEEE Trans on Information Theory*, 1995, 41(3): 613-627.
- [2] CHOU K C, GOLDEN S A, WILLISKY A S. Multiresolution stochastic models, data fusion and wavelet transform [J]. *Signal Processing*, 1993, 34(3): 257-282.
- [3] SWELDENS W. The lifting scheme: a custom-design construction of biorthogonal wavelets [J]. *J of Applied and Comput Harmonic Analysis*, 1996, 3(2): 186-200.
- [4] SWELDEN W. The lifting scheme: a construction of second generation wavelet [J]. *SIAM J of Mathematical Analysis*, 1998, 29(2): 511-546.
- [5] HONG L. A multiresolution filtering algorithm by wavelet transform [J]. *IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems*, 1993, 29(4): 1244-1251.

作者简介:

李翔 (1970—),男,哈尔滨工业大学自动化测试与控制系博士研究生,研究方向为自动化测试技术、传感器信息处理, E-mail: xiangzi21th@hit.edu.cn;

丁振良 (1941—),男,教授,博士生导师,研究方向为自动化测试与控制系统、几何精密计量技术、惯导测试技术、实验环境监测与控制、精密仪器精度理论, E-mail: dingch@hit.edu.cn;

袁峰 (1963—),男,教授,博士生导师,研究方向为嵌入式测控仪器设计及开发、机电测微传感系统、光电图像与位置检测技术、光学触针检测技术, E-mail: yuanf@hit.edu.cn.