文章编号: 1000-8152(2006)02-0319-05

两种最优观测融合方法的功能等价性

邓自立
(黑龙江大学 自动化系, 黑龙江 哈尔滨 150080)

摘要: 对于基于 Kalman 滤波的多传感器数据融合,有两种最优观测融合方法:第一种是集中式观测融合方法,它是通过增加观测向量的维数合并多传感器数据,而第二种是分布式观测融合方法,它是在线性最小方差准则下,通过加权合并多传感器数据,但观测向量维数不变. 在数据融合所用的传感器带有相同观测阵的情形下,本文用 Kalman 证明了两种观测融合方法是完全功能等价的,即用两种方法得到的 Kalman 估值器(滤波器,预报器,平滑器),信号估值器和白噪声估值器分别在数值上是相等的. 在这种情形下,第二种方法不仅可给出像第一种方法一样的全局最优融合估计,而且可明显减小计算负担,便于实时应用. 一个数值例子说明了其正确性.

关键词: 多传感器数据融合; 集中式观测融合; 加权观测融合; Kalman 滤波; 功能等价性
中图分类号: O211　　　**文献标识码**: A

On functional equivalence of two measurement fusion methods

DENG Zi-li
(Department of Automation, Heilongjiang University, Harbin Heilongjiang 150080, China)

Abstract: Currently there exist two optimal measurement fusion methods for Kalman filtering-based multi-sensor data fusion. The first is the centralized measurement fusion method, which combines the multi-sensor data by increasing the dimension of the measurement vector, whereas the second is the distributed measurement fusion method which combines the multi-sensor data by the weighting based on a linear minimum variance criterion, but the dimension of the measurement vector is not changed. By the Kalman filtering method, this paper shows that the two measurement fusion methods are completely functionally equivalent if the sensors used for data fusion have identical measurement matrices, i. e. the Kalman estimators (filter, predictor, smoother), signal estimators, and white noise estimators obtained by two methods are numerically equal, respectively. In this case, the second method not only gives the globally optimal fused estimation as given by the first method, but also obviously reduces the computational burden for real time applications. Finally, a numerical example shows its validity.

Key words: multisensor data fusion; centralized measurement fusion; weighted measurement fusion; Kalman filtering; functional equivalence

1 引言(Introduction)

多传感器信息融合是一门新兴边缘学科,目前已成为倍受人们关注的热门领域,广泛应用于军事、国防等高科技领域,例如制导、目标跟踪,GPS 定位、机器人等. 对于基于 Kalman 滤波的多传感器数据融合,目前有两种最优观测融合方法[1,2]. 一种方法(方法Ⅰ)是增加观测向量维数,合并各传感器的观测方程为一个增广的融合观测方程,称为集中式观测融合方法;另一种方法(方法Ⅱ)是在各传感器具有相同的观测阵的条件下,用基于线性最小方差准则的加权方法合并各传感器的观测数据得到一个新的融合观测方程,但观测向量维数不增加,称为分布式观测融合方法. 问题是用这两种观测融合方法基于 Kalman 滤波所得到的状态、信号和白噪声估值器[3]在数值上是否相同? 即两种观测融合方法是否功能等价? 新近文献[1]证明了两种方法是部分功能等价的,即用两种方法得到的 Kalman 滤波器和一步 Kalman 预报器分别数值上是相同的. 但没有证明用两种方法得到的 Kalman 平滑器、多步 Kalman 预报器、信号估值器及白噪声估值器分别在数值上是否相同(这叫两种方法的完全功能等价性). 本文证明了两种方法的完全功能等价性.

收稿日期: 2004-06-23; 收修改稿日期: 2005-04-05.
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60374026); 黑龙江大学自动控制重点实验室资助项目.

方法Ⅰ的优点是可处理各传感器带不同维数的观测向量,缺点是由于增广观测向量维数的增加引起计算负担的增加. 方法Ⅱ的优点是可明显减小计算负担,缺点是要求各传感器具有相同的观测阵,但这一要求并不是苛刻的限制条件,例如在目标跟踪系统中各传感器均对目标位置或位置和速度进行观测就属这种情形.

2 两种观测融合方法的完全功能等价性(Completely founctional equivalence of two measurement fusion methods)

考虑多传感器时变系统

$$x(t+1)=\Phi(t)x(t)+B(t)u(t)+\Gamma(t)w(t), \tag{1}$$

$$y_i(t)=H_i(t)x(t)+v_i(t),\ i=1,2,\cdots,L, \tag{2}$$

$$s(t)=Dx(t). \tag{3}$$

其中:L为传感器个数,t为离散时间,$x(t)\in\mathbb{R}^n$为状态,$u(t)\in\mathbb{R}^p$为控制,$y_i(t)\in\mathbb{R}^{m_i}$为第$i$传感器的观测向量,$v_i(t)\in\mathbb{R}^{m^i}$为观测噪声,$w(t)\in\mathbb{R}^r$为输入白噪声,$s(t)\in\mathbb{R}^q$为信号,$\Phi(t)$, $B(t)$, $\Gamma(t)$, $H_i(t)$和D为适当维数已知矩阵,$w(t)$和$v_i(t)$是零均值、方差阵各为$Q(t)$和$R_i(t)$的相互独立白噪声. 问题是证明两种观测融合方法的完全功能等价性.

2.1 观测融合方法(Measurement fusion methods)

方法Ⅰ用增广观测向量方法合并各传感器观测方程引出一个集中式融合观测方程

$$y^{(\mathrm{I})}(t)=H^{(\mathrm{I})}(t)x(t)+v^{(\mathrm{I})}(t), \tag{4}$$

$$y^{(\mathrm{I})}(t)=[y_1^{\mathrm{T}}(t),\cdots,y_L^{\mathrm{T}}(t)]^{\mathrm{T}}, \tag{5}$$

$$H^{(\mathrm{I})}(t)=[H_1^{\mathrm{T}}(t),\cdots,H_L^{\mathrm{T}}(t)]^{\mathrm{T}}, \tag{6}$$

$$v^{(\mathrm{I})}(t)=[v_1^{\mathrm{T}}(t),\cdots,v_L^{\mathrm{T}}(t)]^{\mathrm{T}}, \tag{7}$$

$$R^{(\mathrm{I})}(t)=\mathrm{diag}(R_1(t),\cdots,R_L(t)). \tag{8}$$

其中$R^{(\mathrm{I})}(t)$为$v^{(\mathrm{I})}(t)$的方差阵. 然后对系统式(1)和式(4)应用Kalman滤波可求得全局最优融合估值器$\hat{x}^{(\mathrm{I})}(t\mid t+N)$, $\hat{s}^{(\mathrm{I})}(t\mid t+N)$和$\hat{w}(t\mid t+N)$, $N=0$, $N<0$或$N>0$.

方法Ⅱ用线性最小方差最优加权方法[1]得到最优加权融合观测方程为

$$y^{(\mathrm{II})}(t)=H^{(\mathrm{II})}(t)x(t)+v^{(\mathrm{II})}(t), \tag{9}$$

$$y^{(\mathrm{II})}(t)=\Big[\sum_{i=1}^{L}R_i^{-1}(t)\Big]^{-1}\sum_{i=1}^{L}R_i^{-1}(t)y_i(t), \tag{10}$$

$$H^{(\mathrm{II})}(t)=\Big[\sum_{i=1}^{L}R_i^{-1}(t)\Big]^{-1}\sum_{i=1}^{L}R_i^{-1}(t)H_i(t)=H_0(t), \tag{11}$$

$$H_1(t)=H_2(t)=\cdots=H_L(t)=H_0(t), \tag{12}$$

$$v^{(\mathrm{II})}(t)=\Big[\sum_{i=1}^{L}R_i^{-1}(t)\Big]^{-1}\sum_{i=1}^{L}R_i^{-1}(t)v_i(t), \tag{13}$$

$$R^{(\mathrm{II})}(t)=\Big[\sum_{i=1}^{L}R_i^{-1}(t)\Big]^{-1}. \tag{14}$$

其中$R^{(\mathrm{II})}(t)$为$v^{(\mathrm{II})}(t)$的方差阵,且假设式(12)成立. 设$R_i(t)>0$, $i=1,\cdots,L$, 由式(14)有

$$R^{(\mathrm{II})-1}(t)=\sum_{i=1}^{L}R_i^{-1}(t)>R_i^{-1}(t),\ i=1,\cdots,L. \tag{15}$$

其中定义$R^{(\mathrm{II})-1}(t)=(R^{(\mathrm{II})}(t))^{-1}$. 于是有$R^{(\mathrm{II})}(t)<R_i(t)\,(i=1,\cdots,L)$, 这引出

$$\mathrm{tr}R^{(\mathrm{II})}(t)<\mathrm{tr}R_i(t),\ i=1,\cdots,L. \tag{16}$$

这表明融合观测方程(9)改善了每个传感器观测方程的精度. 对系统(1)和式(9)应用Kalman滤波可求得融合估值器$\hat{x}^{(\mathrm{II})}(t\mid t+N)$, $\hat{s}^{(\mathrm{II})}(t\mid t+N)$和$\hat{w}^{(\mathrm{II})}(t\mid t+N)$.

2.2 两种观测融合方法的部分功能等价性(Partially funotional equivalence of two measurement fusion methods)

观测融合方程式(4)和(9)有统一形式

$$y(t)=H(t)x(t)+v(t). \tag{17}$$

其中统一记$v(t)$的方差阵为$R(t)$. 系统式(1)和式(17)有Kalman滤波器$\hat{x}(t\mid t)$和一步Kalman预报器$\hat{x}(t\mid t-1)$为[4]

$$\hat{x}(t\mid t)=\hat{x}(t\mid t-1)+K(t)[y(t)-H(t)\hat{x}(t\mid t-1)], \tag{18}$$

$$\hat{x}(t\mid t-1)=\Phi(t-1)\hat{x}(t-1\mid t-1)+B(t-1)u(t-1), \tag{19}$$

$$K(t)=P(t\mid t-1)H^{\mathrm{T}}(t)[H(t)\times P(t\mid t-1)H^{\mathrm{T}}(t)+R(t)]^{-1}, \tag{20}$$

$$P(t\mid t-1)=\Phi(t-1)P(t-1\mid t-1)\Phi^{\mathrm{T}}(t-1)+\Gamma(t-1)Q(t-1)\Gamma^{\mathrm{T}}(t-1), \tag{21}$$

$$P(t\mid t)=[I_n-K(t)H(t)]P(t\mid t-1). \tag{22}$$

由式(18)~(22)看到,要证明用两种方法所得Kalman滤波器和预报器数值相等,只需验证等式

$$K^{(\mathrm{I})}(t)y^{(\mathrm{I})}(t)=K^{(\mathrm{II})}(t)y^{(\mathrm{II})}(t), \tag{23}$$

$$K^{(\mathrm{I})}(t)H^{(\mathrm{I})}(t)=K^{(\mathrm{II})}(t)H^{(\mathrm{II})}(t), \tag{24}$$

文献[1]分别用分块矩阵求逆公式和信息滤波器两种方法证明了式(23)和(24),从而证明了两种观测

融合方法的部分功能等价性.

引理[1](两种观测融合方法的部分功能等价性) 对多传感器系统(1)和(2),若 $H_1(t)=\cdots=H_L(t)=H_0(t)$,且 $w(t)$ 与 $v_i(t)$ 为零均值、方差阵各为 $Q(t)$ 和 $R_i(t)$ 的相互独立的白噪声,则用方法Ⅰ由系统(1)和(4)得到的 Kalman 滤波器 $\hat{x}^{(\mathrm{I})}(t|t)$ 和预报器 $\hat{x}^{(\mathrm{I})}(t|t-1)$ 及相应的误差方差阵 $P^{(\mathrm{I})}(t|t)$ 和 $P^{(\mathrm{I})}(t|t-1)$ 分别数值上等于用方法Ⅱ由式(1)和(9)得到的 Kalman 滤波器 $\hat{x}^{(\mathrm{II})}(t|t)$ 和预报器 $\hat{x}^{(\mathrm{II})}(t|t-1)$ 及相应的误差方差阵 $P^{(\mathrm{II})}(t|t)$ 和 $P^{(\mathrm{II})}(t|t-1)$,即

$$\begin{cases}\hat{x}^{(\mathrm{I})}(t|t)=\hat{x}^{(\mathrm{II})}(t|t),\\ P^{(\mathrm{I})}(t|t)=P^{(\mathrm{II})}(t|t),\ \forall t,\end{cases}\tag{25}$$

$$\begin{cases}\hat{x}^{(\mathrm{I})}(t|t-1)=\hat{x}^{(\mathrm{II})}(t|t-1),\\ P^{(\mathrm{I})}(t|t-1)=P^{(\mathrm{II})}(t|t-1),\ \forall t.\end{cases}\tag{26}$$

只要它们带相同的初值

$$\hat{x}^{(\mathrm{I})}(0|0)=\hat{x}^{(\mathrm{II})}(0|0),\quad P^{(\mathrm{I})}(0|0)=P^{(\mathrm{II})}(0|0)\tag{27}$$

或

$$\hat{x}^{(\mathrm{I})}(0|-1)=\hat{x}^{(\mathrm{II})}(0|-1),\quad P^{(\mathrm{I})}(0|-1)=P^{(\mathrm{II})}(0|-1).\tag{28}$$

证 见文献[1],从略.

2.3 两种观测融合方法的完全功能等价性(Completely functional equivalence of two measurement fusion methods)

统一的观测融合系统式(1)和(17)有最优 Kalman 平滑器为[4]

$$\hat{x}(t|t+N)=\hat{x}(t|t)+\sum_{i=1}^{N}M(t|t+i)\varepsilon(t+i).\tag{29}$$

其中:$N>0$, $\varepsilon(t)$ 是新息(Innovation),即

$$\varepsilon(t)=y(t)-H(t)\hat{x}(t|t-1).\tag{30}$$

它有方差 $Q_\varepsilon(t)$ 为

$$Q_\varepsilon(t)=H(t)P(t|t-1)H^{\mathrm{T}}(t)+R(t),\tag{31}$$

且平滑增益为

$$M(t|t+i)=A(t)A(t+1)\cdots A(t+i-1)K(t+i),\tag{32}$$

$$A(t)=P(t|t)\Phi^{\mathrm{T}}(t)P^{-1}(t+1|t),\tag{33}$$

且有平滑误差方差阵为

$$P(t|t+N)=P(t|t)-\sum_{i=1}^{N}M(t|t+i)Q_\varepsilon(t+i)M^{\mathrm{T}}(t|t+i).\tag{34}$$

定理1 在引理条件下,用两种观测融合方法分别由式(29)~(34)所得 Kalman 平滑器在数值上是恒同的,即

$$\hat{x}^{(\mathrm{I})}(t|t+N)=\hat{x}^{(\mathrm{II})}(t|t+N),\ N>0,\ \forall t,\tag{35}$$

$$P^{(\mathrm{I})}(t|t+N)=P^{(\mathrm{II})}(t|t+N),\ N>0,\ \forall t.\tag{36}$$

证 注意关系

$$K^{(\mathrm{I})}(t)\varepsilon^{(\mathrm{I})}(t)=K^{(\mathrm{I})}(t)[y^{(\mathrm{I})}(t)-H^{(\mathrm{I})}(t)\hat{x}^{(\mathrm{I})}(t|t-1)],\tag{37}$$

$$K^{(\mathrm{II})}(t)\varepsilon^{(\mathrm{II})}(t)=K^{(\mathrm{II})}(t)[y^{(\mathrm{II})}(t)-H^{(\mathrm{II})}(t)\hat{x}^{(\mathrm{II})}(t|t-1)].\tag{38}$$

由式(23)~(25)和(26)及上两式引出

$$K^{(\mathrm{I})}(t)\varepsilon^{(\mathrm{I})}(t)=K^{(\mathrm{II})}(t)\varepsilon^{(\mathrm{II})}(t).\tag{39}$$

应用式(25)(26)(31)(32)和(39)有

$$M^{(\mathrm{I})}(t|t+i)\varepsilon^{(\mathrm{I})}(t+i)=M^{(\mathrm{II})}(t|t+i)\varepsilon^{(\mathrm{II})}(t+i).\tag{40}$$

应用式(25)和(40),由式(29)引出式(35)成立.由式(40)有

$$M^{(\mathrm{I})}(t|t+i)Q_\varepsilon^{(\mathrm{I})}(t+i)M^{(\mathrm{II})\mathrm{T}}(t|t+i)=M^{(\mathrm{II})}(t|t+i)Q_\varepsilon^{(\mathrm{II})}(t+i)M^{(\mathrm{II})\mathrm{T}}(t|t+i).\tag{41}$$

由式(34)(25)和(41)引出式(36)成立.

注意系统式(1)迭代 $N-1$ 次有超前 N 步 Kalman 预报器和预报误差方差阵为[4]

$$\hat{x}(t+N|t)=\Phi(t+N,t+1)\hat{x}(t+1|t)+\sum_{i=t+2}^{t+N}\Phi(t+N,i)B(i-1)u(i-1).\tag{42}$$

$$\begin{cases}\Phi(t+N,t+1)=\Phi(t+N-1)\cdots\Phi(t+1).\\ \Phi(t+N,t+N)=I_n,\ N>1,\end{cases}\tag{43}$$

$$P(t+N|t)=\Phi(t+N,t+1)P(t+1|t)\cdot\Phi^{\mathrm{T}}(t+N,t+1)+\sum_{i=t+2}^{t+N}\Phi(t+N,i)\cdot\Gamma(i-1)Q(i-1)\Gamma^{\mathrm{T}}(i-1)\Phi^{\mathrm{T}}(t+N,i).\tag{44}$$

定理2 在引理条件下,用两种观测融合方法分别由式(42)~(44)所得超前 N 步 Kalman 预报器及误方差阵,在数值上是恒同的,即

$$\begin{cases}\hat{x}^{(\mathrm{I})}(t+N\mid t)=\hat{x}^{(\mathrm{II})}(t+N\mid t),\ N>1,\ \forall t,\\ P^{(\mathrm{I})}(t\mid t+N)=P^{(\mathrm{II})}(t\mid t+N),\ N>1,\ \forall t.\end{cases}\tag{45}$$

证 应用式(26)和式(42)~(44)立刻得式(45).

对系统式(1)(3)和(17),有最优信号估值器

$$\hat{s}(t\mid t+N)=D\hat{x}(t\mid t+N),\ N=0\text{ 或 }N>0,\tag{46}$$

且有估值误差方差阵

$$P_s(t\mid t+N)=DP(t\mid t+N)D^{\mathrm{T}}.\tag{47}$$

定理3 在引理条件下,用两种观测融合方法由式(46)和(47)所得信号估值器及误差方差阵是数值上恒同的,即

$$\hat{s}^{(\mathrm{I})}(t\mid t+N)=\hat{s}^{(\mathrm{II})}(t\mid t+N),\ \forall t,\tag{48}$$

$$P_s^{(\mathrm{I})}(t\mid t+N)=P_s^{(\mathrm{II})}(t\mid t+N).\tag{49}$$

证 由式(46)(47)、引理、定理1和定理2直接引出式(48)和(49).

对系统式(1)和(17),输入白噪声 $w(t)$ 的估值器 $\hat{w}(t\mid t+N)$ 在石油地震勘探中[3]有重要应用背景. 文献[4]给出了最优白噪声估值器

$$\hat{w}(t\mid t+N)=\sum_{i=1}^{N}M_w(t\mid t+i)\varepsilon(t+i),\ N\geqslant 0,\tag{50}$$

$$\hat{w}(t\mid t+N)=0,\ N\leqslant 0.\tag{51}$$

其中增益为

$$M_w(t\mid t+1)=Q(t)\Gamma^{\mathrm{T}}(t)H^{\mathrm{T}}(t+1)Q_\varepsilon^{-1}(t+1),\tag{52}$$

$$M_w(t\mid t+i)=Q(t)\Gamma^{\mathrm{T}}(t)\{\prod_{j=1}^{i-1}\Psi_p^{\mathrm{T}}(t+j)\}\times H^{\mathrm{T}}(t+i)Q_\varepsilon^{-1}(t+i),\ i>1,\tag{53}$$

$$\Psi_p(t)=\Phi(t)[I_n-K(t)H(t)],\tag{54}$$

且有估值误差方差阵为

$$P_w(t\mid t+N)=Q(t)-\sum_{i=1}^{N}M_w(t\mid t+i)Q_\varepsilon(t+i)\times M_w^{\mathrm{T}}(t\mid t+i),\ N>0,\ P_w(t\mid t+N)=Q(t),\ N\leqslant 0.\tag{55}$$

定理4 在引理条件下,用两种观测融合方法由式(50)~(55)所得白噪声估值器及估值误差方差阵是恒同的,即

$$\hat{w}^{(\mathrm{I})}(t\mid t+N)=\hat{w}^{(\mathrm{II})}(t\mid t+N),\ \forall t,\tag{56}$$

$$P_w^{(\mathrm{I})}(t\mid t+N)=P_w^{(\mathrm{II})}(t\mid t+N),\ \forall t.\tag{57}$$

证 由式(20)(26)(31)(39)引出

$$H^{(\mathrm{I})\mathrm{T}}(t+i)Q_\varepsilon^{(\mathrm{I})-1}(t+i)\varepsilon^{(\mathrm{I})}(t+i)=H^{(\mathrm{II})\mathrm{T}}(t+i)Q_\varepsilon^{(\mathrm{II})-1}(t+i)\varepsilon^{(\mathrm{II})}(t+i),\tag{58}$$

由式(24)和(54)引出

$$\Psi_p^{(\mathrm{I})}(t)=\Psi_p^{(\mathrm{II})}(t).\tag{59}$$

进而由式(53),(58)和(59)引出

$$\begin{cases}M_w^{(\mathrm{I})}(t\mid t+i)\varepsilon^{(\mathrm{I})}(t+i)=\\ M_w^{(\mathrm{II})}(t\mid t+i)\varepsilon^{(\mathrm{II})}(t+i),\\ M_w^{(\mathrm{I})}(t\mid t+i)Q_\varepsilon^{(\mathrm{I})}(t+i)M_w^{(\mathrm{I})\mathrm{T}}(t\mid t+i)=\\ M_w^{(\mathrm{II})}(t\mid t+i)Q_\varepsilon^{(\mathrm{II})}(t+i)M_w^{(\mathrm{II})\mathrm{T}}(t\mid t+i).\end{cases}\tag{60}$$

故由式(50)(51)和(55)有式(56)和(57).

定理5(两种观测融合方法的完全功能等价性) 多传感器系统(1)~(3),在引理条件下,两种观测融合方法是完全功能等价的,即由它们所得的非稳态最优Kalman估值器(滤波器、预报器和平滑器),信号估值器及白噪声估值器分别在数值上是恒同的,并且当初始时刻 $t_0=-\infty$ 时,由它们引出的稳态估值器分别在数值上也是恒同的.

证 当 $t_0=0$ 时,只要取初值式(27)或(28),由引理和定理1~4引出用两种观测融合方法所得非稳态最优估值器在数值上是恒同的. 当 $t_0=-\infty$ 时,这等价于 $t_0=0$ 但 $t_0\to\infty$,由定理1~4的结果令 $t_0\to\infty$ 引出相应的稳态估值器也是恒同的.

3 应用于多传感器观测融合信号最优估计问题(Application to optimal signal estimation problem based on multisensor measurement fusion)

考虑带多传感器的单通道ARMA信号

$$A(q^{-1})s(t)=C(q^{-1})w(t),\tag{61}$$

$$y_i(t)=s(t)+v_i(t),\ i=1,\cdots,L.\tag{62}$$

其中:$s(t)$ 是待估的ARMA信号,q^{-1} 为单位滞后算子,$q^{-1}s(t)=s(t-1)$,

$$\begin{aligned}A(q^{-1})&=1+a_1q^{-1}+\cdots+a_{n_a}q^{-n_a},\\ C(q^{-1})&=c_1q^{-1}+\cdots+c_{n_c}q^{-n_c},\ n_a\geqslant n_c,\end{aligned}\tag{63}$$

$y_i(t)$ 为第 i 个传感器对 $s(t)$ 的观测信号,$v_i(t)$ 为观测噪声,设 $w(t)$ 和 $v_i(t)$ 是零均值、方差各为 σ_w^2 和 σ_{vi}^2 的相互独立白噪声.

定理6 带多传感器式(62)的ARMA信号式(61)的稳态全局最优估值器 $\hat{s}(t\mid t+N)$ $(N=0,N<0$ 或 $N>0)$ 在数值上恒同于基于如下加权观测融合单传感器

$$y(t)=s(t)+v(t)\tag{64}$$

的 ARMA 信号(61)的稳态最优估值器．其中 $y(t)$,$v(t)$ 和 σ_v^2 分别为用方法Ⅱ得到的融合观测、融合观测白噪声和它的方差,它们在式(9)(13)和(14)中用置 $y(t)=y^{(\mathrm{II})}(t)$,$v(t)=v^{(\mathrm{II})}(t)$ 和 $\sigma_v^2=R^{(\mathrm{II})}(t)$,$R_i(t)=\sigma_w^2$ 计算.

证　式(61)和(62)有状态空间模型

$$x(t+1)=Ax(t)+Cw(t)\ , \tag{65}$$

$$y_i(t)=Hx(t)+v_i(t),\ i=1,\cdots,L, \tag{66}$$

$$s(t)=Hx(t),\ H=[1\ \ 0\cdots 0]\ , \tag{67}$$

$$A=\begin{bmatrix}-a_1 & & \\ \vdots & I_{n_a}-1 & \\ -a_{n_a} & 0 & \cdots\end{bmatrix},\ C=\begin{bmatrix}c_1\\ \vdots\\ c_{n_a}\end{bmatrix}. \tag{68}$$

其中规定 $c_i=0(i>n_c)$. 因各传感器有相同的观测阵 H,于是用观测融合方法Ⅱ由式(9)~(14)有加权融合观测方程

$$y(t)=Hx(t)+v(t) \tag{69}$$

而系统式(65)(67)和(69)的最优融合估值器 $\hat{s}(t\mid t+N)$,由状态空间模型与 ARMA 模型的关系[1],等价于系统式(61)和(64)的最优融合估值器．应用定理5它们等价于用观测融合方法Ⅰ所得的全局最优估值器.

4　数值例子(Numerical example)

考虑两传感器目标跟踪系统[2]

$$x(t+1)=\Phi x(t)+\Gamma w(t)\ , \tag{70}$$

$$y_i(t)=Hx(t)+v_i(t),\ i=1,2, \tag{71}$$

$$\Phi=\begin{bmatrix}1 & T_0\\ 0 & 1\end{bmatrix},\ \Gamma=\begin{bmatrix}0.5T_0^2\\ T_0\end{bmatrix},\ H=[1\ \ 0]. \tag{72}$$

其中:T_0 为采样周期,$T_0=0.1$, $x(t)=[x_1(t),x_2(t)]^{\mathrm{T}}$,$x_1(t)$ 和 $x_2(t)$ 各为在时刻 tT_0 运动目标的位置和速度,$w(t)$ 和 $v_i(t)$ 是零均值、方差各为 $\sigma_w^2=0.45$, $\sigma_{v1}^2=2$ 和 $\sigma_{v2}^2=7$ 的独立高斯白噪声,$y_i(t)$ 为第 i 个传感器对位置的观测信号,取初值为 $\hat{x}^{(\mathrm{I})}(0\mid -1)=\hat{x}^{(\mathrm{II})}(0\mid -1)=0$, $P^{(\mathrm{I})}(0\mid -1)=P^{(\mathrm{II})}(0\mid -1)=0$. 用两种观测融合方法计算结果表1所示.

表1说明了用两种方法所得二步 Kalman 平滑器是数值恒同的.

表1　两种观测融合方法的功能等价性

Table 1　Founctional equivalence of two measurement fusion methods

t	$\hat{x}^{(\mathrm{I})}(t\mid t+2)$	$\hat{x}^{(\mathrm{II})}(t\mid t+2)$
25	$\begin{bmatrix}-0.4731\\ -0.1659\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}-0.4731\\ -0.1659\end{bmatrix}$
50	$\begin{bmatrix}-0.6253\\ -0.1260\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}-0.6253\\ -0.1260\end{bmatrix}$
75	$\begin{bmatrix}-1.5680\\ -0.3734\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}-1.5680\\ -0.3743\end{bmatrix}$
100	$\begin{bmatrix}-3.2079\\ -0.4300\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}-3.2079\\ -0.4300\end{bmatrix}$

5　结论(Conclusion)

本文证明了基于 Kalman 滤波的多传感器系统两种观测融合方法的完全功能等价性,即用两种观测融合方法所得状态、信号和白噪声估值器分别在数值上是恒同的．第一种观测融合方法是集中式融合方法,给出全局最优估值器,但它的计算负担大．在各传感器有相同观测阵及噪声相互独立条件下,第二种观测融合方法的功能完全等价于第一种融合方法,因而可用较小的计算负担获得全局最优估值器,具有重要的实用价值．在处理多传感器信号滤波与反卷积问题时,采用第二种方法是非常合适的.

参考文献(References):

[1] QIANG G, CHRIS J H. Comparison of two measurement fusion methods for Kalman-filter-based multisensor data fusion [J]. *IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems*, 2001, 37(1): 273－279.

[2] ROECKER J A, McGILLEM C D. Comparison of two-sensor tracking methods based on state vector fusion and measurement fusion [J]. *IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems*, 1988, 24(4):447－449.

[3] MENDEL J M. *Optimal Seismic Deconvolution: An Estimation-Based Approach* [M]. New York: Academic Press, 1983: 1－103.

[4] 邓自立．卡尔曼滤波与维纳滤波——现代时间序列分析方法[M]．哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社,2001:1－396.
(DENG Zili. *Kalman Filtering and Wiener Filtering—Modern Time Series Analysis Method* [M]. Harbin: Harbin Institute of Technology Press, 2001:1－396.)

作者简介:

邓自立　(1938—),男,教授,主要研究方向为状态估计和信息融合, E-mail: dzl@hlju.edu.cn.