

## 多模型自适应控制的分层递阶构造与覆盖性质分析

王昕<sup>1,2</sup>, 王中杰<sup>3</sup>, 杨辉<sup>2</sup>, 李少远<sup>4</sup>

(1. 上海交通大学 电工与电子技术中心, 上海 200030; 2. 华东交通大学 电气与电子工程学院, 江西 南昌 330013;  
3. 同济大学 控制科学与工程系, 上海 200092; 4. 上海交通大学 自动化研究所, 上海 200030)

**摘要:** 针对一类非最小相位系统, 设计一种多模型自适应控制器. 该控制器由固定控制器模型、常规自适应模型和可重新赋值自适应模型构成. 固定控制器模型采用分层递阶结构用来减少模型集的数目, 根据切换指标选出的上一层最优控制器, 动态设计本层固定控制器模型实现对其参数变化范围的覆盖. 该控制器采用直接自适应算法, 通过加权多项式的选取, 消除了稳态误差. 文末对系统的覆盖性、模型数目等进行了分析. 仿真结果表明当采用相同数目的模型时, 其控制效果明显优于常规多模型控制器.

**关键词:** 多模型; 分层递阶; 非最小相位; 直接自适应; 覆盖性分析

**中图分类号:** TP273 **文献标识码:** A

## Multiple models adaptive controller: hierarchical structure and covering analysis

WANG Xin<sup>1,2</sup>, WANG Zhong-jie<sup>3</sup>, YANG Hui<sup>2</sup>, LI Shao-yuan<sup>4</sup>

(1. Center of Electrical and Electronic Technology, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200030, China;  
2. School of Electrical and Electronic Engineering, East China Jiaotong University, Nanchan Jiangxi 330013, China;  
3. Department of Control Science and Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China;  
4. Institute of Automation, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200030, China)

**Abstract:** A novel Hierarchical multiple models Adaptive Controller (HMMAC) is presented for a multivariable nonminimum phase process, which includes hierarchical fixed optimal controllers, one free-running adaptive controller and one re-initialized adaptive controller. The hierarchical structure is adopted to reduce the number of the fixed controllers. In each level, the fixed controllers are designed dynamically to cover the high-level-optimal-fixed-controller. Based on to the switching index the selected controller is designed using the direct adaptive algorithm and the steady state error is eliminated by the choice of the weighting matrixes. At last, the covering analysis and the analysis of the number of hierarchical fixed controllers' are given. In the simulation example, if the same number of the fixed models is used, system transient response is improved greatly.

**Key words:** multiple models; hierarchical; non-minimum phase; direct adaptive; covering analysis

### 1 引言 (Introduction)

对于时不变或缓慢时变的参数未知系统, 可以采用自适应方法进行控制. 但当边界条件改变、子系统故障、外界干扰等因素导致系统参数发生大范围跳变时, 自适应控制方法往往会导致系统暂态响应变差<sup>[1]</sup>. 为解决上述问题, 文献[2]将系统分成若干不同区域, 设计多个初值不同的自适应模型同时辨识, 但由于一段时间以后多个自适应模型收敛到同一邻域而难以改善参数跳变系统的暂态响应. 文

献[3]采用多个固定模型和自适应模型相结合的方法解决上述问题. 文献[4]将以上结果推广到离散时间系统. 不过上述方法都是针对单输入单输出系统, 采用基于系统参数模型集的间接自适应算法, 不但加大了计算量, 而且容易造成矩阵方程求解的病态问题<sup>[5]</sup>. 为此, 文献[6]设计多变量多模型自适应控制器, 采用直接自适应算法解决上述问题. 文献[7]设计解耦控制器实现动态解耦控制. 但以上方法都要求系统为最小相位系统, 而当采样周期变小

时,即使最小相位系统经过采样后也有可能变成非最小相位系统<sup>[8]</sup>,因而难以在实际工业过程中得到应用。

另一方面,为了提高系统的暂态性能,多模型控制器必须构造大量的固定模型以覆盖系统参数的可能变化范围.如文[9]仿真实验中,单变量系统单一参数发生跳变时,需采用几百个固定模型覆盖其变化范围.而这增加控制系统的计算量,导致硬件成本上升,甚至影响采样周期的选择,所以模型集优化问题是困扰多模型控制器实际应用的主要问题<sup>[10]</sup>.为了减少模型集巨大数目,文献[10]采用 Localization 技术动态精简待选模型集,文献[11]采用 Moving Bank 方法动态调节参数模型集的中心以覆盖系统的最优估计参数.但上述方法仅能减少部分固定模型,没有从本质上降低固定模型的数量.

本文针对一类非最小相位系统提出基于分层递阶结构的多模型自适应控制器.对系统的可能变化范围,设计分层递阶结构的多个固定控制器模型以减少模型集的数目.同时对系统的覆盖性、模型数目等进行了分析.仿真结果表明当采用相同数目的模型时,其控制效果明显优于常规多模型控制器.

## 2 被控系统描述 (Description of the controlled system)

设多输入多输出线性离散时间系统用 DARMA 模型

$$A(t, z^{-1})y(t) = B(t, z^{-1})u(t - k) + B_2(t, z^{-1})v(t - k_2) + d(t) \quad (1)$$

描述.式中  $u(t)$ ,  $v(t)$  和  $y(t)$  分别为  $n$  维输入、可测干扰和输出向量,  $d(t)$  是系统对于零输入产生的  $n$  维稳态输出向量,  $A(t, z^{-1})$ ,  $B(t, z^{-1})$ ,  $B_2(t, z^{-1})$  是单位后移算子  $z^{-1}$  的矩阵多项式,其系数矩阵是时间  $t$  的函数,且满足  $B_0(t)$  非奇异,  $\forall t$ .

系统满足如下假设:

- 1) 系统为含跳变参数的时变系统,同时假设相邻跳变时间间隔足够长,系统参数保持不变;
- 2)  $t$  变化时,  $A(t, z^{-1})$ ,  $B(t, z^{-1})$ ,  $B_2(t, z^{-1})$ ,  $d(t)$  构成的参数矩阵在紧集  $\Sigma$  中变化;
- 3)  $A(t, z^{-1})$ ,  $B(t, z^{-1})$ ,  $B_2(t, z^{-1})$  的阶次上限  $n_a$ ,  $n_b$ ,  $n_{b2}$  和时延  $k$ ,  $k_2$  已知且满足  $k \leq k_2$ ;

由假设 1) 可知,  $A_i(t)$ ,  $B_j(t)$ ,  $B_{2i}(t)$  和  $d(t)$  为分段常值矩阵.因此,系统(1)可写成

$$A(z^{-1})y(t + k) = B(z^{-1})u(t) + B_2(z^{-1})v(t + k - k_2) + d. \quad (2)$$

## 3 基于分层递阶结构的多模型自适应控制器设计 (Design of HMMAC)

### 3.1 分层递阶结构 (Hierarchical structure)

1) 根据先验知识构造第 1 层  $m_1$  个不同的固定参数模型覆盖系统参数的可能变化范围,然后根据切换准则选出第 1 层最优固定参数模型  $j_1$ ;

2) 根据第 1 层最优模型  $j_1$  动态构造第 2 层  $m_2$  个固定参数模型覆盖最优模型  $j_1$  的参数变化范围,并选出第 2 层最优固定参数模型  $j_2$ ;

3) 依此类推,直到选出最后一层第  $l$  层最优固定参数模型  $j_l$ ;

4) 在最优固定参数模型  $j_l$  基础上添加一个自适应模型和一个可重新赋值的自适应模型,自适应模型用于保证系统的稳定性,可重新赋值的自适应模型可以被重新赋初值为最优模型的参数值,以便快速逼近系统参数的真值.

### 3.2 系统参数模型集的构成 (Foundation of the system parameter model set)

定义 1 矩阵多项式  $A(z^{-1})$ ,  $B(z^{-1})$ ,  $B_2(z^{-1})$ ,  $d$  的各系数矩阵构成的矩阵  $\Phi$  称为系统参数模型.  $\Phi(t)$  所有取值构成的集合  $\Sigma$  称为系统参数模型集.

#### 3.2.1 第 1 层固定参数模型集的建立 (Foundation of the first level fixed parameter model set)

根据先验知识,将第 1 层系统参数模型集分为  $m_1$  个模型子集  $\Sigma_{1,s}$  ( $s = 1, \dots, m_1$ ) 并且  $\Sigma_{1,s}$  满足

- 1)  $\bigcup_{s=1}^{m_1} \Sigma_{1,s} \supseteq \Sigma$ ,  $\Sigma_{1,s}$  非空,  $s = 1, \dots, m_1$ ;
- 2)  $\forall \Phi \in \Sigma_{1,s}$ ,  $s = 1, \dots, m_1$ ,  $\exists \Phi \in \Sigma_{1,s}$  和  $0 \leq r < \infty$ , 满足  $\|\Phi - \Phi\|_{1,s} \leq r$ , 称  $\Phi$  为模型子集  $\Sigma_{1,s}$  的中心,  $r$  为半径,其存在性由假设 2) 保证.

由性质 1), 2) 知系统参数模型集  $\Sigma$  被第 1 层  $m_1$  个模型子集  $\Sigma_{1,s}$  完全覆盖,每个模型子集  $\Sigma_{1,s}$  又被其中心  $\Phi_{1,s}$  及邻域完全覆盖.因此可采用  $\Phi_{1,s}$  构成系统参数已知的固定模型集以覆盖系统参数模型集.

#### 3.2.2 第 $i + 1$ 层动态模型集的建立 (Foundation of the $i + 1$ level dynamic model set)

设第  $i$  层得到的最优模型为第  $j_i$  个模型  $\Phi_{i,j_i}$ , 其代表的模型子集为  $\Sigma_{i,j_i}$ . 模型  $\Phi_{i,j_i}$  表示成

$$\Phi_{i,j_i} = f(p_1, p_2, \dots, p_{n_i}), \quad (3)$$

式中  $p_1, \dots, p_k, \dots, p_{n_i}$  是系统变化参数.

1) 确定第  $i$  层最优模型  $\Phi_{i,j_i}$  中系统参数  $p_k$  的变化区间  $[p_{k\_low}, p_{k\_high}]$ .

2) 将系统参数变化区间线性等分为  $m_{i+1}$  段, 则  $p_k$  参数第  $h$  段表示为

$$p_{k,h} = p_{k\_low} + h \cdot \frac{p_{k\_high} - p_{k\_low}}{m_{i+1}}. \quad (4)$$

3) 将各  $h$  段参数合成第  $i+1$  层的第  $h$  个固定参数模型  $\Phi_{i+1,h} = f(p_{1,h}, \dots, p_{k,h}, \dots, p_{n_i,h})$ .

4) 将所有  $m_{i+1}$  个固定参数模型  $\Phi_{i+1,1}, \dots, \Phi_{i+1,m_i+1}$  合成第  $i+1$  层动态固定参数模型集, 用来覆盖第  $i$  层模型子集  $\Sigma_{i,j_i}$ .

显然, 动态构成的固定参数模型集满足

$$1) \bigcup_{s=1}^{m_{i+1}} \Sigma_{i+1,s} \supseteq \Sigma_{i,j_i}, \Sigma_{i+1,s} \text{ 非空}, s = 1, \dots, m_{i+1};$$

$$2) \forall \Phi \in \Sigma_{i+1,s}, s = 1, \dots, m_{i+1}, \exists 0 \leq r_{i+1,s} \leq r, \text{ 满足 } \|\Phi - \Phi_{i+1,s}\| \leq r_{i+1,s}, \text{ 称 } \Phi_{i+1,s} \text{ 为模型子集 } \Sigma_{i+1,s} \text{ 的中心}, r_{i+1,s} \text{ 为半径, 其存在性由假设 2) 保证.}$$

依此类推, 就可动态建立参数模型直到第  $l$  层.

### 3.3 控制器参数模型集的构成 (Foundation of the controller parameter model set)

类似于常规多模型控制器<sup>[12]</sup>, 设性能指标为

$$J_c = \|P(z^{-1})y(t+k) - R(z^{-1})w(t) + Q(z^{-1})u(t) + S(z^{-1})v(t+k-k_2) + r\|^2, \quad (5)$$

式中  $w(t)$  是已知系统参考输入. 引入方程

$$P(z^{-1}) = F(z^{-1})A(z^{-1}) + z^{-k}G(z^{-1}), \quad (6)$$

为使  $J_c$  最小, 可得最优控制律和系统闭环方程为

$$G(z^{-1})y(t) + H(z^{-1})u(t) + H_2(z^{-1})v(t+k-k_2) + \bar{r} = R(z^{-1})w(t), \quad (7)$$

$$\begin{aligned} [P + QB^{-1}A]y(t+k) = \\ R w(t) + QB^{-1}(1)d - r + \\ [QB^{-1}B_2 - S]v(t+k-k_2). \end{aligned} \quad (8)$$

式中:

$$H(z^{-1}) = F(z^{-1})B(z^{-1}) + Q(z^{-1}), \quad (9)$$

$$H_2(z^{-1}) = F(z^{-1})B_2(z^{-1}) + S(z^{-1}), \quad (10)$$

$$\bar{r} = Fd + r. \quad (11)$$

对于非最小相位系统, 令

$$P(z^{-1}) = I, \quad (12)$$

$$Q(z^{-1}) = \lambda I, \quad (13)$$

则闭环方程变为

$$\begin{aligned} [B + \lambda A]y(t+k) = \\ BRw(t) + \lambda d - B(1)r + [\lambda B_2 - BS]v(t+k-k_2). \end{aligned} \quad (14)$$

式中  $\lambda$  为一常数, 用以保证闭环系统稳定性, 即

$$\det[B(z^{-1}) + \lambda A(z^{-1})] \neq 0, |z| \geq 1. \quad (15)$$

为了消除稳态误差和可测干扰的影响, 令

$$R(z^{-1}) = I + \lambda B^{-1}(1)A(1), \quad (16)$$

$$S(z^{-1}) = \lambda B^{-1}(1)B_2(1), \quad (17)$$

$$r = \lambda B^{-1}(1)d. \quad (18)$$

一般情况下, 当  $B(z^{-1})$  稳定时, 可以选取较小的  $\lambda$  值用以保证系统的稳定性; 当  $A(z^{-1})$  稳定时, 可以选取较大的  $\lambda$  值用以保证系统的稳定性. 因此可以根据先验知识离线选取  $\lambda$  值.

**定义 2** 系统参数模型  $\Phi$  经过式(6)(9) ~ (18) 变换后得到的  $G(z^{-1}), H(z^{-1}), H_2(z^{-1}), \bar{r}$  各系数矩阵构成的矩阵  $\Theta$  称为控制器参数模型. 对应于  $\Phi(t)$  的  $\Theta(t)$  所有取值构成的集合  $\Omega$  称为控制器参数模型集. 对应于第  $i$  层  $\Phi(t) \supseteq \Sigma(s=1, \dots, m_i)$  的  $\Theta(t)$  所有取值构成的集合  $\Omega_{i,s}(s=1, \dots, m_i)$  称为该层控制器参数模型子集. 对应于  $\Phi \in \Sigma(s=1, \dots, m_i)$  的  $\Theta(s=1, \dots, m_i)$  称为该层模型子集  $\Omega$  的中心.

### 3.4 多模型自适应控制器 (Multiple models adaptive controller)

**定义 3** 第  $i$  层多模型集由  $m_i$  个参数已知的固定模型  $\Theta_{i,s}, s=1, \dots, m_i, i=1, 2, \dots, l$  构成. 最后一层第  $l+1$  层由第  $l$  层最优模型  $\Theta_{l,j_l}$  (设为  $\Theta_{l+1,1}$ ) 和自适应模型  $\Theta_{l+1,2}$  及可重新赋值的自适应模型  $\Theta_{l+1,3}$  构成.

对于自适应模型  $\hat{\Theta}_{l+1,2}(t), \hat{\Theta}_{l+1,3}(t)$ , 用  $F(z^{-1})$  左乘式(2), 利用式(6)(12) 得辨识方程为

$$y(t+k) = G(z^{-1})y(t) + H'(z^{-1})u(t) + H'_2(z^{-1})v(t) + r'. \quad (19)$$

式中

$$H'(z^{-1}) = F(z^{-1})B(z^{-1}), \quad (20)$$

$$H'_2(z^{-1}) = F(z^{-1})B_2(z^{-1}), \quad (21)$$

$$r' = F(1)d. \quad (22)$$

采用如下辨识算法

$$\begin{aligned} \hat{\theta}_i(t) = \hat{\theta}_i(t-1) + \frac{a(t)X(t-k)}{1 + X(t-k)^T X(t-k)} \cdot \\ [y_i(t) - X(t-k)^T \hat{\theta}_i(t-1)], \end{aligned} \quad (23)$$

$X(t) = [y(t)^T, \dots, u(t)^T, \dots, v(t+k-k_2)^T, \dots, 1]^T$  为数据向量, 控制器参数矩阵  $\Theta = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n]^T, \theta_i = [g_{i1}^0, \dots, g_{in}^0; g_{i1}^1, \dots, g_{in}^1, \dots, h_{i1}^0, \dots, h_{in}^0; \dots]^T, i=1, 2, \dots, n. a(t)$  为一变化的实数,

当  $u(t)$  的系数矩阵奇异时, 改变  $a(t)$  的值由式 (23) 重新求出  $\hat{\Theta}(t)$ , 变化范围为  $\sigma < a(t) < 2 - \sigma, 0 < \sigma < 1^{[13]}$ .

对于多模型控制器, 采用如下切换指标

$$J_{i,s} = \frac{\|e_{i,s}(t)\|^2}{1 + X(t-k)^T X(t-k)}. \quad (24)$$

式中:  $X(t)$  为数据向量,  $e_{i,s}(t) = y(t) - y_{i,s}(t)$  为第  $i$  层多模型集中第  $s$  个模型的辅助输出误差向量,  $y(t) = \Theta_0^T X(t-k)$  为系统实际输出,  $\Theta_0$  为系统控制器真值,  $y_{i,s}(t) = \Theta_{i,s}^T X(t-k)$  为第  $i$  层多模型集中第  $s$  个模型的输出,  $s = 1, \dots, m_i$ .

令  $j_i = \arg \min_{i,s} (J), s = 1, \dots, m_i, i = 1, \dots, l$ , 选取  $\Theta_{j_i}$  为第  $i$  层控制器. 对于最后一层第  $l+1$  层, 选取  $j_{l+1} = \arg \min_{l+1,s} (J), s = 1, 2, 3$  为最优控制器.

1)  $j_{l+1} \neq 3$ , 则对  $\hat{\Theta}_{l+1,3}(t)$  重新赋初值, 即  $\hat{\Theta}_{l+1,3}(t) = \Theta_{l+1,j_{l+1}}$ ,  $\hat{\Theta}_{l+1,2}(t)$  采用式 (23) 进行辨识, 控制器参数  $\hat{\Theta}(t) = \Theta_{l+1,j_{l+1}}$ .

2)  $j_{l+1} = 3$ ,  $\hat{\Theta}_{l+1,2}(t), \hat{\Theta}_{l+1,3}(t)$  采用式 (23) 进行辨识, 控制器参数  $\hat{\Theta}(t) = \hat{\Theta}_{l+1,3}(t)$ .

最优控制律为

$$\hat{G}(z^{-1})y(t) + \hat{H}(z^{-1})u(t) + \hat{H}_2(z^{-1})v(t+k-k_2) + \hat{r} = \hat{R}(z^{-1})w(t). \quad (25)$$

式中  $\hat{R}(z^{-1}), \hat{H}(z^{-1}), \hat{H}_2(z^{-1}), \hat{r}$  选择如下:

$$\hat{R}(z^{-1}) = I + \lambda \hat{H}'^{-1}(1) [I - \hat{G}(1)], \quad (26)$$

$$\hat{H}(z^{-1}) = \hat{H}'_2(z^{-1}) + \lambda I, \quad (27)$$

$$\hat{H}_2(z^{-1}) = \hat{H}'_2(z^{-1}) + \lambda \hat{H}'^{-1}(1) \hat{H}'_2(1), \quad (28)$$

$$\hat{r} = \hat{r}' + \lambda \hat{H}'^{-1}(1) \hat{r}'. \quad (29)$$

#### 4 系统分析 (Analysis of the system)

##### 4.1 控制器参数模型集的覆盖性质 (Covering analysis of the controller parameter model set)

在进行多模型直接自适应控制器设计的过程中, 最重要的问题是保证采用分层递阶结构动态构造的控制器模型子集完全覆盖上一层控制器的变化范围. 否则的话, 极端的情况可能是多模型集中自适应模型始终被选中, 多模型控制器就退化成常规自适应控制器, 但多个固定参数模型带来的巨大计算负担反而使它在采样周期的选择上不如常规自

适应控制器. 另一方面, 如果未能实现完全覆盖, 则在开始阶段虽然固定参数模型被选中会暂时提高系统的暂态性能, 但由于系统未被完全激励反而在辨识速度上不如常规自适应控制器. 下面以第  $i+1$  层为例证明采用分层递阶结构动态构造的控制器模型子集完全覆盖上一层控制器参数的变化范围.

**引理 1** 控制器参数模型集  $\Omega_{i,j_i}$  为一紧集.

证  $\forall \Phi \in \Sigma$  即对于任意由  $\Phi$  构成的  $A(z^{-1}), B(z^{-1}), B_2(z^{-1}), d$ , 由式 (6)(12) 知有唯一的  $F(z^{-1}), G(z^{-1})$  存在, 由式 (13)(16) ~ (18) 知有唯一的  $Q(z^{-1}), R(z^{-1}), S(z^{-1}), r$  存在, 由式 (9) ~ (11) 知有唯一的  $H(z^{-1}), H_2(z^{-1}), \bar{r}$  存在, 所以由  $G(z^{-1}), H(z^{-1}), H_2(z^{-1}), \bar{r}$  的各系数矩阵构成的  $\Theta \in \Omega_{i,j_i}$  也唯一存在. 即由式 (6)(12) ~ (18) 构成的变换是集合  $\Sigma_{i,j_i}$  到集合  $\Omega_{i,j_i}$  的映射, 记做  $f$ . 显然,  $f: \Sigma_{i,j_i} \rightarrow \Omega_{i,j_i}$  为一连续映射. 由假设 3) 知  $\Sigma$  为一紧集, 则  $\Omega_{i,j_i}$  也为一紧集. 因此知  $\Omega_{i,j_i}$  也是一紧集.

**引理 2** 由式 (6) 中得到的  $F(z^{-1}), G(z^{-1})$  各参数矩阵在一紧集中变化.

证 将式 (12) 代入式 (6) 中, 可得

$$I = F(z^{-1})A(z^{-1}) + z^{-k}G(z^{-1}). \quad (30)$$

由  $n_f, n_g$  的选择可知存在唯一的多项式矩阵  $F(z^{-1}), G(z^{-1})$ , 因而构成连续映射, 同理可证.

**定理 1** 第  $i+1$  层控制器参数模型子集  $\Omega_{i+1,s}$  有:

- 1)  $\bigcup_{s=1}^{m_{i+1}} \Omega_{i+1,s} \supseteq \Omega_{i,j_i}, \Omega_{i+1,s}$  非空,  $s = 1, \dots, m_{i+1}$ ;
- 2)  $\forall \Theta \in \Omega_{i+1,s}, s = 1, \dots, m_{i+1}, \exists 0 \leq R \leq \infty$ , 满足  $\|\Theta - \Theta_{i+1,s}\| \leq R, \Theta_{i+1,s}$  为该模型子集的中心,  $R$  为半径.

证 1)  $\forall \Theta \in \Omega_{i+1,s}$ , 一定存在原像  $\Phi \in \Sigma_{i,j_i}$ . 由系统参数模型集性质  $\bigcup_{s=1}^{m_{i+1}} \Sigma_{i+1,s} \supseteq \Sigma_{i,j_i}$  知, 一定  $\exists p \in \{1, \dots, m_{i+1}\}$ , 满足  $\Phi \in \Sigma_{i+1,p}$ . 由  $\Omega_{i+1,p}$  及  $f$  的定义可以推知  $\Theta \in \Omega_{i+1,p}$ , 即  $\Omega_{i+1,s} \subseteq \bigcup_{s=1}^{m_{i+1}} \Omega_{i+1,s}$ . 由  $\Sigma_{i+1,s}$  非空和  $f$  的定义, 显然,  $\Omega_{i+1,s}$  非空.

2) 由矩阵范数的定义  $\|K\| = [\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n k_{ij}^2]^{1/2}$  知  $\|\Theta\| = \|[G_0, \dots; H_0, \dots; H_{20}, \dots; \bar{r}]\| =$

$$\left[ \sum_{j=0}^{n_g} \|G_j\|^2 + \sum_{j=0}^{n_h} \|H_j\|^2 + \sum_{j=0}^{n_{h2}} \|H_{2j}\|^2 + \|\bar{r}\|^2 \right]^{1/2}. \quad (31)$$

对于第1项,由引理2知 $\|G_j\|$ 有界,则

$$\sum_{j=0}^{n_g} \|G_j\|^2 \leq K_1, \quad (32)$$

对于第2项,由引理2知 $\|F_j\|$ 有界,由假设2)知 $\|B_j\|$ 有界,则

$$\|H_j\| = \left\| \sum_{k=0}^j F_k B_{j-k} \right\| \leq \sum_{k=0}^j \|F_k B_{j-k}\| \leq K_2, \quad (33)$$

$$\sum_{j=0}^{n_h} \|H_j\|^2 \leq K_3. \quad (34)$$

同理,由假设2)知 $\|B_{2j}\|, \|d\|$ 有界,则

$$\sum_{j=0}^{n_{h2}} \|H_{2j}\|^2 \leq K_4. \quad (35)$$

$$\|\bar{r}\|^2 \leq K_5. \quad (36)$$

综上所述,可得

$$\|\Theta\| \leq K_6. \quad (37)$$

显然, $K_6$ 的大小与 $\Phi$ 值有关.同理可得,

$$\|\Theta_{i+1,s}\| \leq K_7. \quad (38)$$

$K_7$ 的大小与 $\Theta$ 值有关.由以上得

$$\|\Theta_{i+1,s} - \Theta\| \leq K_8 < \infty. \quad (39)$$

令 $R = K_8$ 得证.显然 $R$ 的大小与 $\Phi, \Phi$ 及 $r$ 有关.

### 4.2 分层递阶结构模型总数 (Sum of the hierarchical multiple models)

设分层递阶多模型自适应控制器一共 $l+1$ 层,前 $l$ 层全部采用固定模型,最后一层添加两个自适应模型,则固定模型集包含的模型数量 $S_1$ 应为

$$S_1 = m_1 + m_2 + \dots + m_l = \sum_{i=1}^l m_i. \quad (40)$$

由于被控系统是线性系统,所以在搜索第1层时得到的最优模型 $j_1$ 中一定包含有全局最优模型,这样在第2层动态构造 $m_2$ 个模型进行搜索得到最优模型 $j_2$ 的过程中,其搜索效率相当于搜索 $m_1 \times m_2$ 个模型.因此搜索的模型总数 $S_2$ 应为

$$S_2 = \prod_{i=1}^l m_i. \quad (41)$$

**定理2** 当 $m_i > 2$ 时,恒有

$$S_1 < S_2. \quad (42)$$

### 5 仿真研究 (Simulation example)

多变量非最小相位被控系统如下所示:

$$(I + A_1 z^{-1} + A_2 z^{-2})y(t) =$$

$$\begin{aligned} & (B_0 + B_1 z^{-1})u(t-2) + \\ & (B_{20} + B_{21} z^{-1})v(t-2) + d, \end{aligned} \quad (43)$$

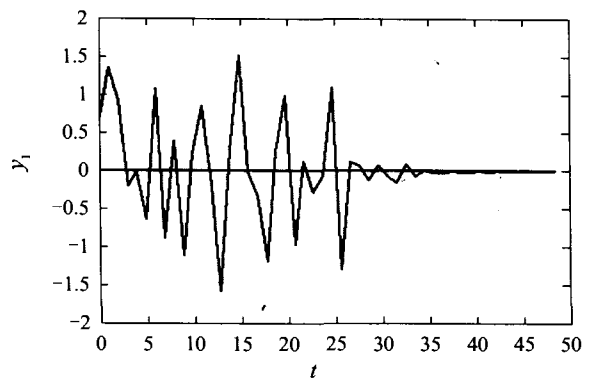
式中:

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.5 \\ 0.5 & 0.2 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} 0.03 & 0.04 \\ 0.04 & 0.09 \end{bmatrix},$$

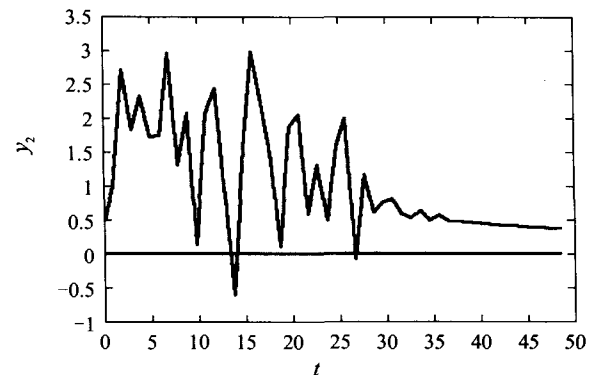
$$B_0 = \begin{bmatrix} 1 & 1.5 \\ 0.2 & -0.66 \end{bmatrix}, B_{11} = \begin{bmatrix} -0.5 & 0.2 \\ 1.3 & 1.5 \end{bmatrix},$$

$$B_{20} = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.7 \\ 0.5 & 0.2 \end{bmatrix}, B_{21} = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.3 \\ 0.5 & 0.2 \end{bmatrix}, d = \begin{bmatrix} 0.7 \\ 1.5 \end{bmatrix}.$$

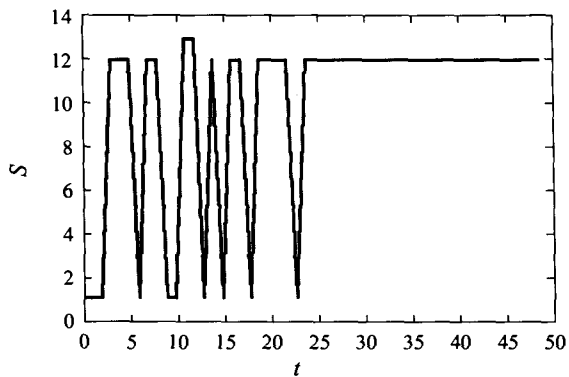
可测干扰 $v$ 为一幅值为2的方波.设计两个常规多模型控制器,其所有模型参数的初值除 $b_{22}^0$ 外均与真实值相同.对于真实值为 $-0.66$ 的参数 $b_{22}^0$ ,常规自适应模型和可重新赋值自适应模型的初值均选为10.而对于固定模型集,图1采用 $[1, 2]$ 中间距为0.1的11个固定模型,图2中采用 $[-1, 0]$ 间距为0.1的11个模型覆盖参数 $b_{22}^0$ 的变化范围.由图1(c)可知,由于未能覆盖参数 $b_{22}^0$ 的真实值,因此模型在最靠近真值的固定模型1和常规自适应模型12之间进行切换,直到自适应模型12最终被选中.而在固定模型1被选中期间,系统的暂态相应很差(见图1).而图2(c)由于实现完全覆盖,最靠近参数的固定模型4首先被选中,直到几个采样周期后才被可重新赋值自适应模型13替换,所以系统暂态性能明显优于图1.



(a) 系统输出  $y_1(t)$



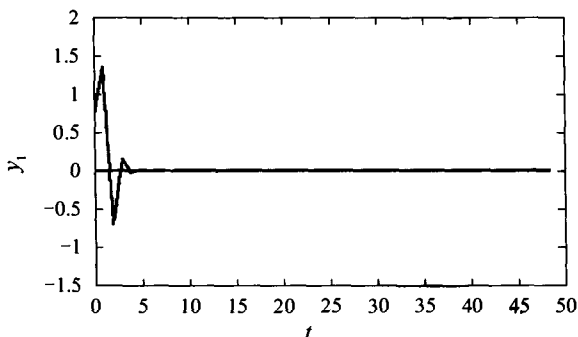
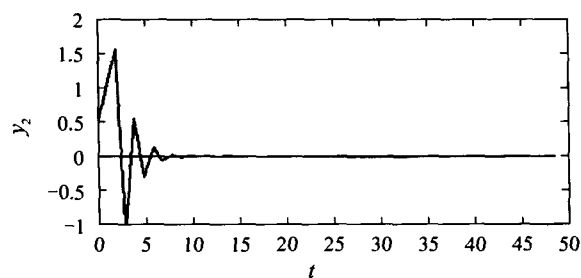
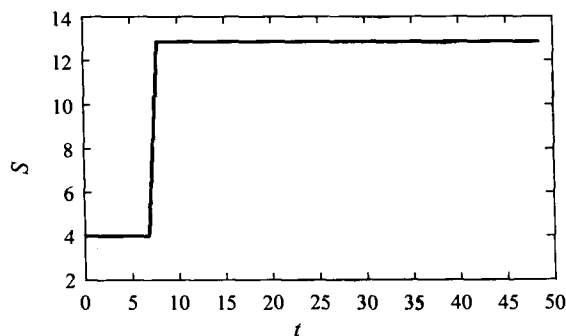
(b) 系统输出  $y_2(t)$



(c) 多模型控制器切换

图1 未实现完全覆盖的多模型控制器仿真结果

Fig. 1 Simulation Results of the HMMAC with incomplete covering

(a) 系统输出  $y_1(t)$ (b) 系统输出  $y_2(t)$ 

(c) 多模型控制器切换

图2 实现完全覆盖的多模型控制器仿真结果

Fig. 2 Simulation Results of the HMMAC with complete covering

## 6 结论(Conclusion)

本文提出了一种基于分层递阶结构的多模型直接自适应控制器. 该控制器动态构建各层模型子集覆盖上一层最优模型的参数变化范围, 搜索最优控制器实现控制. 与常规多模型控制器相比, 该控制器在得到良好控制效果的同时, 可以极大地减少模型的数量, 进而减少计算量和计算时间, 利于在复杂工业过程中实时控制. 文末对系统的覆盖性、模型数目等进行了分析.

## 参考文献(References):

- [1] GOODWIN G C, HILL D J, PALANISWAMI M. A perspective on convergence of adaptive control algorithms [J]. *Automatica*, 1984, 20(5): 519-531.
- [2] NARENDRA K S, BALAKRISHNAN J. Improving transient response of adaptive control systems using multiple models and switching [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1994, 39(9): 1861-1866.
- [3] NARENDRA K S, BALAKRISHNAN J. Adaptive control using multiple models [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1997, 42(2): 171-187.
- [4] NARENDRA K S, XIANG C. Adaptive control of discrete-time systems using multiple models [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2000, 45(9): 1669-1686.
- [5] WITTENMARK B, ASTROM K J. Practical issues in the implementation of self-tuning control [J]. *Automatica*, 1984, 20(5): 595-605.
- [6] 王昕, 岳恒, 柴天佑, 等. 基于多模型切换的多变量直接自适应极点配置控制器[J]. *控制理论与应用*, 2001, 18(增刊): 23-27. (WANG Xin, YUE Heng, CHAI Tianyou, et al. Multivariable direct adaptive pole placement controller using multiple models [J]. *Control Theory & Applications*, 2001, 18(suppl): 23-27.)
- [7] WANG X, LI S Y, CAI W J, et al. Multi-model direct adaptive decoupling control with application to the wind tunnel system [J]. *ISA Transactions*, 2005, 44(1): 131-143.
- [8] CLARK D W. Self-tuning control of nonminimum-phase systems [J]. *Automatica*, 1984, 20(3): 501-517.
- [9] NARENDRA K S, BALAKRISHNAN J, CILIZ M K. Adaptation and learning using multiple models, switching, and tuning [J]. *IEEE Control Systems Magazine*, 1995, 15(3): 37-51.
- [10] ZHIVOGLYADOV P V, MIDDLETON R H, FU M. Localization based switching adaptive control for time-varying discrete-time systems [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2000, 45(4): 752-755.
- [11] MAYBECH P S, HENTZ K P. Investigation of moving-bank multiple model adaptive algorithms [J]. *J of Guidance Control Dynamics*, 1987, 10(1): 90-96.

(下转第 377 页)

$$K_2 = [-0.6567 \quad 0.0817],$$

$$K_3 = [-0.6647 \quad -1.0625].$$

## 5 结论(Conclusion)

将一般输入输出  $L_2$ 增益约束要求推广至不确定随机 Markov 跳变系统,其结果包含了跳变系统鲁棒  $H_\infty$ 控制的现有结论,并且考虑到跳变转移概率未知但有界的情形。

## 参考文献(References):

- [1] JI Y, CHIZECK H J. Controllability, stability and continuous-time Markovian jump linear quadratic control [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1990, 35(7): 777-788.
- [2] FENG X, LOPARO K A, JI Y, et al. Stochastic stability properties of jump linear systems [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1992, 37(1): 38-53.
- [3] BOUKAS E K, SHI P, BENJELLOUN K. On stabilization of uncertain linear systems with jump parameters [J]. *Int J Control*, 1999, 72(9): 842-850.
- [4] SHI P, BOUKAS E K.  $H_\infty$  control for Markovian jumping linear system with parametric uncertainty [J]. *J Optimiz Theory Applications*, 1997, 95(1): 75-99.

- [5] 刘飞,苏宏业,褚健. 含参数不确定性的马尔可夫跳变过程鲁棒正实控制[J]. *自动化学报*, 2003, 29(5): 761-766.  
(LIU Fei, SU Hongye, CHU Jian. Robust positive real control of Markov jump systems with parametric uncertainties [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2003, 29(5): 761-766.)
- [6] 刘飞,赵忠盖. 含 Markov 时变参数的线性系统输出反馈耗散性控制[C]//16 届中国控制与决策学术年会论文集. 沈阳: 东北大学出版社, 2004: 410-413.  
(LIU Fei, ZHAO Zhonggai. Output feedback dissipative control for linear systems with Markov time-varying parameters [C]// *Proc of Chinese Control and Decision Conf.* Shenyang, China; Northeastern University Press, 2004: 410-413.)
- [7] BOYD S, GHAOUI L EI, FERON E, et al. *Linear Matrix Inequalities in Systems and Control Theory* [M]. Philadelphia: SIAM, 1994.

## 作者简介:

刘飞 (1965—),男,教授,博士生导师,研究领域为先进控制理论及应用,工业系统监控与诊断等,E-mail: fliu@sytu.edu.cn;

张曦煌 (1962—),男,博士生,副教授,研究领域为计算机辅助设计及计算机控制系统等。

(上接第 372 页)

- [12] 王昕,岳恒,柴天佑. 一类非最小相位系统的多变量多模型解耦控制器 [J]. *控制与决策*, 2003, 18(1): 7-13  
(WANG Xin, YUE Heng, CHAI Tianyou. Multivariable decoupling controller using multiple models for a non-minimum phase system [J]. *Control and Decision*, 2003, 18(1): 7-13.)
- [13] GOODWIN G C, RAMADGE P J, CAINES P E. Discrete-time multivariable adaptive control [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1980, 25(3): 449-456.

## 作者简介:

王昕 (1972—),男,上海交通大学讲师,1993年毕业于上海交通大学获学士学位,1998,2002年毕业于东北大学获硕士、博士学位,2002年至2004年在上海交通大学自动化研究所从事博士后

研究工作,至今发表论文30余篇,主要研究方向为:智能解耦控制,多模型自适应控制,复杂工业过程建模、控制与优化等,E-mail: wangxin26@sjtu.edu.cn;

王中杰 (1971—),女,同济大学副教授,2000年毕业于东北大学获博士学位,2002年同济大学博士后出站后留校,主要研究方向为:复杂工业过程优化与调度,网络控制等;

杨辉 (1965—),男,华东交通大学电气与电子工程学院教授,2004年获东北大学控制理论与控制工程博士学位,主要研究方向为:复杂系统建模、控制与优化;流程工业综合自动化技术及应用;

李少远 (1965—),男,上海交通大学自动化研究所教授,博士生导师,1997年南开大学计算机与系统科学系获得博士学位,2000年上海交通大学控制科学与工程博士后出站后留校,主要研究领域为:自适应预测控制,满意优化控制和智能控制的理论、方法和应用。