第23卷第3期
2006年6月

控制理论与应用
Control Theory & Applications

Vol. 23 No. 3
Jun. 2006

文章编号：1000－8152(2006)03－0373－05

L_2增益约束下跳变系统鲁棒控制

刘 飞，张曦煌
（江南大学 自动化研究所，江苏 无锡 214122）

摘要：不确定跳变系统的L_2增益条件与系统可镇定性和鲁棒性密切相关，本文阐述利用依赖于模态的状态反馈鲁棒控制律，以实现闭环系统输入输出L_2增益约束的要求，一方面用凸多面体界定跳变系统各模态间的跳变转移率的变化，另一方面，用L_2增益界定对象状态方程中时变不确定参数，在一定概率空间下，获得的反馈控制律对不确定跳变概率和时变参数具有鲁棒性．反馈控制律的设计利用线性矩阵不等式技术，通过凸优化计算易于实现，最后给出了数值计算示例．

关键词：跳变系统；L_2增益；鲁棒控制；不确定性；凸优化
中图分类号：TP13　　**文献标识码**：A

Robust control for jump systems with L-two gain constraints

LIU Fei, ZHANG Xi-huang
(Institute of Automation, Southern Yangtze University, Wuxi Jiangsu 214122, China)

Abstract: The general quadratic L-two gain analysis of uncertain jump systems plays an important role to its stabilization and robustness. We present a robust control law with mode-dependent state feedback such that the resulting jump system satisfies given input-and-output L-two gain constraints. There are two components of uncertainty. First, the uncertainty of transition rate among different modes is bounded by a convex polytope. Second, the time-varying uncertain parameters of state equation are characterized by a selected L-two gain. Under a probability space, the obtained feedback control law is robust against the uncertainties of transition rate and time-varying parameters. Using linear matrix inequality (LMI) technique and convex optimization computing, we can readily implement the synthesis of feedback control law. Finally, a computing example is given.

Key words: jump system; L-two gain; robust control; uncertainty; convex optimization

1 引言(Introduction)

马尔可夫(Markov)跳变系统是一类同时包含相互作用的离散事件和连续变量的特殊混杂系统，其中离散事件由连续时间离散状态的随机Markov过程描述，而连续状态，由每一随机离散事件下的状态空间方程描述．本文针对一类用随机Markov跳变过程描述的含时变不确定参数的线性系统，讨论其在输入输出L_2增益约束条件下的鲁棒控制问题．

对跳变系统输入输出L_2增益条件进行分析，一方面，与稳定性密切相关，若能证明无论外力如何施加能量，跳变系统都不能将能量放大，则一旦外力取消，系统的能量将衰减为零，从而使跳变系统保持稳定，另一方面，系统输入输出L_2增益条件，反映了系统的耗散性，其包含的是比H_∞指标更一般的输入输出增益要求．跳变系统控制理论发展，已经从早期的稳定性研究[1~3]，开始引入H_∞[4]和无源性分析[5]，但目前为止，尚未推广至一般输入输出L_2增益[6]．

跳变系统模型本质上是连续动态系统在不同结构下随机跳变或“切换”，跳变转移概率刻画了这种相互作用机理，并且一般假设转移概率已知．针对实际工程问题中普遍存在的各类不确定性，本文以随机稳定理论为基础，利用线性矩阵不等式(LMI)技术，构造依赖于跳变模态的鲁棒反馈控制律，获得的结果首先考虑转移概率未知但有界，其不确定变化范围用凸多面体描述，进一步考虑连续动态系统中的时变不确定参数，该不确定性不是一般的范数有界，而是满足给定的L_2增益约束条件，从而系统对跳变机制和时变参数具有鲁棒性．

收稿日期：2004－10－22；收修改稿日期：2005－09－05．
基金项目：国家自然科学基金资助项目(NSFC60574001)；教育部科学技术研究重点资助项目(105088)．

2 不确定性及 L_2 增益(Uncertainties and L-two gain)

考虑状态模型描述的一类不确定随机跳变系统

$$\begin{cases}\dot{x}(t) = A(r_t)x(t) + B(r_t)w(t) + H(r_t)p(t),\\ z(t) = C(r_t)x(t) + D(r_t)w(t) + H_z(r_t)p(t),\\ q(t) = E(r_t)x(t) + E_w(r_t)w(t) + E_p(r_t)p(t).\end{cases} \tag{1}$$

其中:$x(t)$ 为状态向量,$w(t)$ 和 $z(t)$ 分别是外部输入和被控输出向量,假设属于 L_2 空间,$p(t)$ 和 $q(t)$ 为连续系统中不确定动态的输入和输出向量,系统中各实系数矩阵均依赖于模态 r_t,而 r_t 是随时间 t 在有限集合 $\Omega = \{1,2,\cdots,N\}$ 中取值的Markov过程,其跳变转移率矩阵为$[\pi_v(i,j)]$,$i,j\in\Omega$,$\pi_v(i,j)$ 表示从模态 i 跳变到模态 j 的转移率.

假设各跳变转移率是有界时变的,即

$$[\pi_v(i,1),\pi_v(i,2),\cdots,\pi_v(i,N)] = \sum_{m=1}^{M} v_m[\pi_m(i,1),\pi_m(i,2),\cdots,\pi_m(i,N)], \tag{2}$$

其中 $v = [v_1,\cdots,v_M]^{\mathrm T}\in\mathbb{R}^M$ 是不确定参数向量且满足:$\sum_{m=1}^{M} v_m = 1, \forall v_m \geqslant 0$,即系统跳变转移概率属于如下凸多面体

$$\mathrm{Convex}\{[\pi_1(i,1),\pi_1(i,2),\cdots,\pi_1(i,N)] \cdots [\pi_M(i,1),\pi_M(i,2),\cdots,\pi_M(i,N)]\}.$$

同时,假设系统不确定动态变量 $p(t)$ 和 $q(t)$ 满足下列二次型条件

$$\mathrm{E}\left\{\int_0^t\left[\begin{bmatrix}p\\q\end{bmatrix}^{\mathrm T}\begin{bmatrix}\hat{Q} & \hat{S}\\ \hat{S}^{\mathrm T} & \hat{R}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}p\\q\end{bmatrix}\right]\mathrm{d}\,t\right\} < 0, \tag{3}$$

即跳变系统的不确定性满足一般 L_2 增益约束,这是对大量文献讨论的范数有界不确定性和正实不确定性等描述的广义化,式中对任意 $t>0$,$\mathrm{E}\{\cdot\}$ 为数学期望,$\hat{Q},\hat{S},\hat{R}$ 是可选的权矩阵,且 $\hat{Q},\hat{R}$ 为对称阵.

对不确定跳变系统(1),定义如下随机二次型能量函数

$$W(t) = \mathrm{E}\left\{\int_0^t[\begin{bmatrix}z\\w\end{bmatrix}^{\mathrm T}\begin{bmatrix}Q & S\\ S^{\mathrm T} & R\end{bmatrix}\begin{bmatrix}z\\w\end{bmatrix}]\mathrm{d}\,t\right\}, \tag{4}$$

将一般线性系统的输入输出 L_2 增益,也称耗散性,定义推广到跳变系统,如果跳变系统(1)满足 $W(t)\leqslant 0$,则称该系统满足 L_2 增益条件.在这样的定义下,当 Q,S,R 取合适的权矩阵,跳变系统的 L_2 增益可分别退化为跳变系统的 H_∞ 增益、无源以及扇形约束增益等,比如,在零初始条件下,H_∞ 增益为 $\mathrm{E}\{\int_0^t(z^{\mathrm T}z - \gamma^2 w^{\mathrm T}w)\mathrm{d}\,t\} \leqslant 0$,无源性条件为 $\mathrm{E}\{\int_0^t z^{\mathrm T}w\mathrm{d}\,t\} \geqslant 0$,等等.

本文为简化叙述,当 $r_t = i$ 时,各系数矩阵用 $A_i,B_i,C_i,D_i,H_i,H_{zi},E_i,E_{wi}$ 及 E_{pi} 来表示,$\pi_m(i,j)$ 用 π_{mij} 表示,假设一般情形 $Q\geqslant 0,\hat{R}\leqslant 0$,并且各权矩阵的选取,对于所有 $i\in\Omega$,需满足 $\hat{Q}+\hat{S}E_{pi}+E_{pi}^{\mathrm T}\hat{S}^{\mathrm T}+E_{pi}^{\mathrm T}\hat{R}E_{pi}>0$ 和 $R+D_i^{\mathrm T}S+S^{\mathrm T}D_i<0$.

首先讨论在跳变转移率含不确定性情形下,系统的 L_2 增益分析,此时不考虑 $p(t)$ 和 $q(t)$.

定理 1 跳变系统(1)满足 L_2 增益条件,如果存在一组正定对称矩阵 P_i,使得下式(5)对于非全为零的 x,w 成立

$$\begin{aligned}&x^{\mathrm T}(A_i^{\mathrm T}P_i + P_iA_i + \sum_{j=1}^{N}\pi_v(i,j)P_j + C_i^{\mathrm T}QC_i)x +\\ &w^{\mathrm T}(B_i^{\mathrm T}P_i + D_i^{\mathrm T}QC_i + S^{\mathrm T}C_i)x +\\ &x^{\mathrm T}(P_iB_i + C_i^{\mathrm T}QD_i + C_i^{\mathrm T}S)w +\\ &w^{\mathrm T}(D_i^{\mathrm T}QD_i + D_i^{\mathrm T}S + S^{\mathrm T}D_i + R)w < 0,\end{aligned} \tag{5}$$

或者下列不等式(6)成立

$$\begin{bmatrix}A_i^{\mathrm T}P_i + P_iA_i + \sum_{j=1}^{N}\pi_v(i,j)P_j + C_i^{\mathrm T}QC_i & P_iB_i + C_i^{\mathrm T}QD_i + C_i^{\mathrm T}S\\ B_i^{\mathrm T}P_i + D_i^{\mathrm T}QC_i + S^{\mathrm T}C_i & D_i^{\mathrm T}QD_i + D_i^{\mathrm T}S + S^{\mathrm T}D_i + R\end{bmatrix} < 0. \tag{6}$$

进一步考虑跳变转移率概率的不确定性,系统 L_2 增益条件为,对于所有 $i\in\Omega, m = 1,2,\cdots,M$,$\Phi(\pi_{mij})<0$ 成立(或有解),其中

$$\Phi(\pi_{mij}) = \begin{bmatrix}A_i^{\mathrm T}P_i + P_iA_i + \sum_{j=1}^{N}\pi_{mij}P_j + C_i^{\mathrm T}QC_i & P_iB_i + C_i^{\mathrm T}QD_i + C_i^{\mathrm T}S\\ B_i^{\mathrm T}P_i + D_i^{\mathrm T}QC_i + S^{\mathrm T}C_i & D_i^{\mathrm T}QD_i + D_i^{\mathrm T}S + S^{\mathrm T}D_i + R\end{bmatrix}.$$

证 根据线性随机跳变系统稳定性证明[2],对系统(1)取一组正定对称矩阵 P_i,构成随机能量函数 $V(x,i) = x^{\mathrm T}P_ix$,并进行 $\tilde{A}$ 运算,即

$$\tilde{A}V(x,i) = \lim_{\Delta\to 0}\frac{1}{\Delta}[\mathrm{E}\{V(x(t+\Delta),r_{t+\Delta})\,|\,x(t),i\} - V(x(t),i)] =$$

$$x^{\mathrm T}(A_i^{\mathrm T}P_i + P_iA_i + \sum_{j=1}^{N}\pi_v(i,j)P_j)x +$$

$w^TB_i^TP_ix + x^TP_iB_iw$.

因零初始条件下 $E\{V(x,i)\} = E\left\{\int_0^t \tilde{A}V(x,i)\mathrm{d}t\right\}$,则输入输出 L_2 增益条件可写为

$$E\left\{\int_0^t [\tilde{A}V(x,i) + \begin{bmatrix} z \\ w \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} Q & S \\ S^T & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z \\ w \end{bmatrix}]\mathrm{d}t\right\} - E\{V(x,i)\} < 0, \tag{7}$$

进一步,又因 $E\{V(x,i)\} > 0$,故下式(8) 成立可保证上式(7)

$$E\left\{\int_0^t [\tilde{A}V(x,i) + \begin{bmatrix} z \\ w \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} Q & S \\ S^T & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z \\ w \end{bmatrix}]\mathrm{d}t\right\} =$$
$$E\left\{\int_0^t [x^T(A_i^TP_i + P_iA_i + \sum_{j=1}^N \pi_v(i,j)P_j)x + w^TB_i^TP_ix + x^TP_iB_iw + \begin{bmatrix} x \\ w \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} C_i & D_i \\ 0 & I \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} Q & S \\ S^T & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_i & D_i \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ w \end{bmatrix}]\mathrm{d}t\right\} =$$
$$E\left\{\int_0^t [x^T(A_i^TP_i + P_iA_i + \sum_{j=1}^N \pi_v(i,j)P_j + C_i^TQC_i)x + w^T(B_i^TP_i + D_i^TQC_i + S^TC_i)x + x^T(P_iB_i + C_i^TQD_i + C_i^TS)w + w^T(D_i^TQD_i + D_i^TS + S^TD_i + R)w]\mathrm{d}t\right\} < 0. \tag{8}$$

不难发现式(5) 可保证式(8) 成立,又对于非全为零的 x,w,式(6) 与式(5) 等效. 进一步考虑跳变转移率概率的不确定性(2),因为式(6) 是关于 $\pi_v(i,j)$ 仿射线性的,故有

$$\sum_{m=1}^M v_m \begin{bmatrix} A_i^TP_i + P_iA_i + \sum_{j=1}^N \pi_{mij}P_j + C_i^TQC_i & P_iB_i + C_i^TQD_i + C_i^TS \\ B_i^TP_i + D_i^TQC_i + S^TC_i & D_i^TQD_i + D_i^TS + S^TD_i + R \end{bmatrix} < 0,$$

从而得条件 $\Phi(\pi_{mij}) < 0$.

上述 L_2增益条件分析中,条件(5)是对函数正定性的检验,条件(6)则利用线性矩阵不等式进行检验,而条件 $\Phi(\pi_{mij}) < 0$ 则将(6) 中无穷次检验减少为有限次检验.

再考虑跳变系统参数含 L_2增益描述的不确定性情形下,系统的鲁棒随机 L_2增益分析.

定理 2 不确定跳变系统(1)满足鲁棒随机 L_2 增益条件,若存在一组正定对称矩阵 P_i 和正实数 λ,使得线性矩阵不等式 $\Xi(\pi_{mij}) - \lambda\Sigma < 0$ 成立,其中

$$\Xi(\pi_{mij}) = \left[\begin{array}{c:c} \Phi(\pi_{mij}) & \begin{matrix} P_iH_i + C_i^TQH_{zi} \\ D_i^TQH_{zj} + S^TH_{zi} \end{matrix} \\ \hdashline * \quad * & H_{zi}^TQH_{zi} \end{array}\right],$$

$$\Sigma = \begin{bmatrix} E_i^T\hat{R}E_i & E_i^T\hat{R}E_{wi} & E_i^T\hat{S}^T + E_i^T\hat{R}E_{pi} \\ * & E_{wi}^T\hat{R}E_{wi} & E_{wi}^T\hat{S}^T + E_{wi}^T\hat{R}E_{pi} \\ * & * & \hat{Q} + \hat{S}E_{pi} + E_{pi}^T\hat{S}^T + E_{pi}^T\hat{R}E_{pi} \end{bmatrix}.$$

证 令 $\zeta = [x^T \quad w^T \quad p^T]^T$,一方面,类似定理1,不难证明:若条件1) $\zeta^T\Xi(\pi_{mij})\zeta < 0$ 成立,则系统给定的输入输出 L_2 增益得到满足. 另一方面,对于系统(1) 再考虑 L_2 增益不确定性,其描述形式(3) 可进一步表示为 $E\left\{\int_0^t [\zeta^T\Sigma\zeta]\mathrm{d}t\right\} < 0$,也即:条件2) $\zeta^T\Sigma\zeta < 0$ 对于 L_2 增益约束(3) 是充分的. 这样,对于所有 $\zeta \neq 0$,应用S-方法[7],则如果存在实数 $\lambda > 0$,使得 $\Xi(\pi_{mij}) - \lambda\Sigma < 0$,则上述两个条件1),2) 同时得到保证.

3 反馈控制律综合(Feedback controller synthesis)

设跳变系统的输入控制向量为 $u(t)$,类似地,状态方程和输出方程中的增益分别用 B_{ui}, D_{ui} 表示. 系统 L_2 增益条件下的鲁棒控制问题:即在具有两类不确定性的条件下,寻求反馈控制律使得相应的跳变系统闭环稳定,并满足一定的输入输出 L_2 增益约束. 下面定理3和定理4采用依赖于模态切换的状态反馈控制律,给出了问题的解.

定理 3 满足给定输入输出 L_2 增益条件的跳变系统反馈控制律为 $u = Y_iX_i^{-1}x$,其中正定对称矩阵 X_i 和矩阵 Y_i 是线性矩阵不等式 $\Psi(\pi_{mij}) < 0$ 的一组可行解,具体地

$$\Psi(\pi_{mij}) = \begin{bmatrix} X_iA_i^T + Y_i^TB_{ui}^T + A_iX_i + B_{ui}Y + \pi_{mii}X_i & * & * & * \\ B_i^T + S^T(C_iX_i + D_{ui}Y_i) & D_i^TS + S^TD_i + R & * & * \\ \sqrt{Q}(C_iX_i + D_{ui}Y_i) & \sqrt{Q}D_i^T & -I & * \\ \Gamma^T(\pi_{mij}) & 0 & 0 & \Lambda \end{bmatrix},$$

并且

$$\Gamma(\pi_{mij}) = [\sqrt{\pi_{mi1}}X_i \quad \cdots \quad \sqrt{\pi_{mij(i-1)}}X_i \quad \sqrt{\pi_{mi(i+1)}}X_i \quad \cdots \quad \sqrt{\pi_{miN}}X_i],$$

$$\Lambda = -\mathrm{diag}\{X_1 \quad \cdots \quad X_{i-1} \quad X_{i+1} \quad \cdots \quad X_N\}.$$

证 设模态 $r_t = i$ 下,状态反馈律为 $u(t) = K_i x(t)$,相应的闭环系统系数矩阵为 $\bar{A}_i = A_i + B_{ui}K_i, \bar{C}_i = C_i + D_{ui}K_i$,根据定理1,如果存在正定对称矩阵 P_i,满足式 $\Phi(\pi_{mij}) < 0$,也即

$$\begin{bmatrix} \bar{A}_i^{\mathrm T}P_i + P_i\bar{A}_i + \sum_{j=1}^{N}\pi_{mij}P_j + \bar{C}_i^{\mathrm T}Q\bar{C}_i & * \\ B_i^{\mathrm T}P_i + D_i^{\mathrm T}Q\bar{C}_i + S^{\mathrm T}\bar{C}_i & D_i^{\mathrm T}QD_i + D_i^{\mathrm T}S + S^{\mathrm T}D_i + R \end{bmatrix} < 0, \tag{9}$$

则跳变系统满足给定的 L_2 增益条件. 上式(9)也可等效为

$$\left[\begin{array}{c:c} \bar{A}_i^{\mathrm T}P_i + P_i\bar{A}_i + \sum_{j=1}^{N}\pi_{mij}P_j & * \\ \hdashline B_i^{\mathrm T}P_i + S^{\mathrm T}C_i & D_i^{\mathrm T}S + S^{\mathrm T}D_i + R \end{array}\right] + \begin{bmatrix} \bar{C}_i^{\mathrm T} \\ D_i^{\mathrm T} \end{bmatrix} Q [\bar{C}_i \quad D_i] < 0, \tag{10}$$

若 Q 非奇异,立即可用Schur补,否则先对 Q 进行对称分解 $Q = \sqrt{Q}\sqrt{Q}$,再应用Schur补,不等式(10)等效为

$$\begin{bmatrix} (A_i + B_{ui}K)^{\mathrm T}P_i + P_i(A_i + B_{ui}K) + \sum_{j=1}^{N}\pi_{mij}P_j & * & * \\ B_i^{\mathrm T}P_i + S^{\mathrm T}(C_i + D_{ui}K) & D_i^{\mathrm T}S + S^{\mathrm T}D_i + R & * \\ \sqrt{Q}(C_i + D_{ui}K) & \sqrt{Q}D_i & -I \end{bmatrix} < 0. \tag{11}$$

对不等式(11)前乘和后乘块对角阵 $\mathrm{diag}(P_i^{-1}, I, I)$,并令矩阵变量 $X_i = P_i^{-1}, Y_i = K_iP_i^{-1}$,再对 $X_j, j \neq i$ 进行矩阵补,可得 $\Psi(\pi_{mij}) < 0$.

定理4 对于 L_2 增益描述下的不确定性跳变系统(1),鲁棒反馈控制律 $u = Y_iX_i^{-1}x$ 将使闭环系统满足给定的 L_2 增益条件,如果以下线性矩阵不等式(12)关于 X_i, Y_i 及正实数 η 有解

$$\begin{bmatrix} \Psi(\pi_{mij}) & * \\ \Psi_2 & \Psi_1 \end{bmatrix} < 0, \tag{12}$$

式中

$$\Psi_1 = \eta\begin{bmatrix} -I & * \\ E_{pi}^{\mathrm T}\sqrt{-\hat{R}} & -\hat{Q} - \hat{S}E_{pi} - E_{pi}^{\mathrm T}\hat{S}^{\mathrm T} \end{bmatrix},$$

$$\Psi_2 = \begin{bmatrix} \sqrt{-\hat{R}}E_iX_i & \sqrt{-\hat{R}}E_{wi} & 0 & 0 \\ \eta H_i^{\mathrm T} - \hat{S}E_iX_i & \eta H_{zi}^{\mathrm T}S - \hat{S}E_{wi} & \eta H_{zi}^{\mathrm T}\sqrt{Q} & 0 \end{bmatrix}.$$

证 应用定理2,设存在正定对称矩阵 P_i 和某正实数 λ,满足式 $\Xi(\pi_{mij}) - \lambda\Sigma < 0$,分别对该式中涉及权矩阵 Q 和 $\hat{R}$ 的项进行Schur补变换,然后乘以对角矩阵 $\mathrm{diag}\{P_i^{-1}, I, \lambda^{-1}, I, I\}$,并令 $X_i = P_i^{-1}, Y_i = K_iX_i, \eta = \lambda^{-1}$,类似于定理3的证明,即可得证.

4 计算示例(Computing example)

设一类Markov随机跳变系统含有3个模态,各模态下的系数矩阵为

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}, B_{u1} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} 0.2 \\ 0.1 \end{bmatrix},$$

$$C_1 = [1 \quad 1], D_1 = 0.2, D_{u1} = 0.9,$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}, B_{u2} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ -0.1 \end{bmatrix},$$

$$C_2 = [0.5 \quad 0], D_2 = 0.1, D_{u2} = 1,$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, B_{u3} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1.5 \end{bmatrix}, B_3 = \begin{bmatrix} 0.2 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$C_3 = [0.5 \quad 0], D_3 = 0.1, D_{u3} = 0.6.$$

跳变转移率在 $[\pi_{1ij}] = \begin{bmatrix} -3 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 0.5 & 0.5 & -1 \end{bmatrix}$ 和 $[\pi_{2ij}] = \begin{bmatrix} -3 & 1.5 & 1.5 \\ 1.5 & -2.5 & 1 \\ 0.3 & 0.7 & -1 \end{bmatrix}$ 之间,期望该系统输入输出满足一般 L_2 增益条件,其中 $Q = 0.5, S = -0.5, R = -0.5$,由定理3,得各模态反馈控制律增益阵 $K_1 = [-0.4202 \quad 0.4381], K_2 = [-0.5482 \quad 0.8856], K_3 = [0.5780 \quad -1.4429]$.

进一步当系统含有时变不确定部分,具体地,其 L_2 增益描述为 $\hat{Q} = 1, \hat{S} = -0.5, \hat{R} = -0.25$,并且

$$H_1 = \begin{bmatrix} 0.2 \\ 0.3 \end{bmatrix}, H_2 = \begin{bmatrix} 0.7 \\ 0.1 \end{bmatrix}, H_3 = \begin{bmatrix} 0.1 \\ 1.1 \end{bmatrix},$$

$$H_{z1} = 0.2, H_{z2} = H_{z3} = 0.1,$$

$$E_1 = [0.5 \quad 0.2], E_2 = [0.1 \quad 0.6],$$

$$E_3 = [0.5 \quad 0.5], E_{w1} = E_{w2} = E_{w3} = 0.2,$$

$$E_{p1} = E_{p2} = E_{p3} = 0.2.$$

应用定理4,得鲁棒反馈控制律增益

$$K_1 = [-0.6401 \quad -0.2756],$$

$$K_2 = [-0.6567 \quad 0.0817],$$
$$K_3 = [-0.6647 \quad -1.0625].$$

5 结论(Conclusion)

将一般输入输出L_2增益约束要求推广至不确定随机Markov跳变系统,其结果包含了跳变系统鲁棒H_∞控制的现有结论,并且考虑到跳变转移概率未知但有界的情形.

参考文献(References):

[1] JI Y, CHIZECK H J. Controllability, stability and continuous-time Markovian jump linear quadratic control [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1990, 35(7): 777-788.

[2] FENG X, LOPARO K A, JI Y, et al. Stochastic stability properties of jump linear systems [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1992, 37(1): 38-53.

[3] BOUKAS E K, SHI P, BENJELLOUN K. On stabilization of uncertain linear systems with jump parameters [J]. *Int J Control*, 1999, 72(9): 842-850.

[4] SHI P, BOUKAS E K. H_∞ control for Markovian jumping linear system with parametric uncertainty [J]. *J Optimiz Theory Applications*, 1997, 95(1): 75-99.

[5] 刘飞,苏宏业,褚健. 含参数不确定性的马尔可夫跳变过程鲁棒正实控制[J]. 自动化学报, 2003,29(5):761-766.
(LIU Fei, SU Hongye, CHU Jian. Robust positive real control of Markov jump systems with parametric uncertainties [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2003,29(5):761-766.)

[6] 刘飞,赵忠盖. 含Markov时变参数的线性系统输出反馈耗散性控制[C]//16届中国控制与决策学术年会论文集. 沈阳: 东北大学出版社,2004: 410-413.
(LIU Fei, ZHAO Zhonggai. Output feedback dissipative control for linear systems with Markov time-varying parameters [C]// *Proc of Chinese Control and Decision Conf.* Shenyang, China:Northeastern Unversity Press, 2004:410-413.)

[7] BOYD S, GHAOUI L El, FERON E, et al. *Linear Matrix Inequalities in Systems and Control Theory* [M]. Philadelphia: SIAM, 1994.

作者简介:

刘　飞　(1965—),男,教授,博士生导师,研究领域为先进控制理论及应用,工业系统监控与诊断等,E-mail: fliu@sytu.edu.cn;

张曦煌　(1962—),男,博士生,副教授,研究领域为计算机辅助设计及计算机控制系统等.

(上接第372页)

[12] 王昕,岳恒,柴天佑.一类非最小相位系统的多变量多模型解耦控制器[J].控制与决策,2003,18(1):7-13
(WANG Xin, YUE Heng, CHAI Tianyou. Multivariable decoupling controller using multiple models for a non-minimum phase system [J]. *Control and Decision*, 2003, 18(1): 7-13.)

[13] GOODWIN G C, RAMADGE P J, CAINES P E. Discrete-time multivariable adaptive control [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1980, 25(3): 449-456.

作者简介:

王　昕　(1972—),男,上海交通大学讲师,1993年毕业于上海交通大学获学士学位,1998、2002年毕业于东北大学获硕士、博士学位,2002年至2004年在上海交通大学自动化研究所从事博士后研究工作,至今发表论文30余篇,主要研究方向为:智能解耦控制,多模型自适应控制,复杂工业过程建模、控制与优化等,E-mail: wangxin26@sjtu.edu.cn;

王中杰　(1971—),女,同济大学副教授,2000年毕业于东北大学获博士学位,2002年同济大学博士后出站后留校,主要研究方向为:复杂工业过程优化与调度,网络控制等;

杨　辉　(1965—),男,华东交通大学电气与电子工程学院教授,2004年获东北大学控制理论与控制工程博士学位,主要研究方向为:复杂系统建模、控制与优化;流程工业综合自动化技术及应用;

李少远　(1965—),男,上海交通大学自动化研究所教授,博士生导师,1997年南开大学计算机与系统科学系获得博士学位,2000年上海交通大学控制科学与工程博士后出站后留校,主要研究领域为:自适应预测控制、满意优化控制和智能控制的理论、方法和应用.