

## 基于混合观测器的混合反馈控制

陈国培, 李俊民, 陈为胜, 杨莹

(西安电子科技大学 应用数学系, 陕西 西安 710071)

**摘要:** 对于一类混合动态系统, 研究基于混合观测器的混合反馈控制问题. 通过系统线性部分和离散事件部分的 Lyapunov 函数构造了整个混合系统的 Lyapunov 函数. 据此设计了使整个系统稳定的混合反馈控制且证明了闭环系统的稳定性. 仿真实例说明该方法的有效性.

**关键词:** 混合观测器; 混合反馈控制; 混合 Lyapunov 函数; 稳定化

**中图分类号:** TP13      **文献标识码:** A

## Hybrid feedback control based on hybrid observer

CHEN Guo-pei, LI Jun-min, CHEN Wei-sheng, YANG Ying

(Department of Applied Mathematics, Xidian University, Xi'an Shaanxi 710071, China)

**Abstract:** The stabilization of a class of hybrid system based on hybrid observer is studied in this paper. A hybrid Lyapunov function for the overall system is firstly established through a Lyapunov function of the linear part and that of the discrete event. A hybrid feedback is then designed respectively to stabilize the system. The closed-loop system is also verified to be stable. Finally, a simulation example is given to show the effectiveness of the proposed approach.

**Key words:** hybrid observer; hybrid feedback control; hybrid Lyapunov function; stabilization

### 1 引言(Introduction)

混合动态系统是一类由连续(或离散)变量动态系统和离散事件动态系统通过互相作用而构成的系统. 它有着很强的应用背景, 如: 在汽车工业中的协调汽车发动机和传动系统的控制策略, 火箭发射策略和自动高速公路的应用等等. 混合系统的研究已成为系统科学领域的热点之一. 并且从1998年开始 Lecture Notes in Computer Science 每年推出了关于混合动态系统的专题论文集 HSCC, 该论文集收集了该领域近几年的研究最新进展和成果. 其内容主要侧重于对混合系统的稳定性分析以及控制. 如文[1], 采用多 Lyapunov 函数来分析混合系统中连续变量系统的稳定性, 文[2]通过给出切换控制及其各个子控制器的设计方案实现对连续变量系统的控制. 但这些研究均利用了系统的状态信息, 而且考虑的都是混合系统中比较简单的一类系统, 即切换系统. 文[3]通过对较复杂的混合系统(由有限状态自动机 FSM(finite state machine)和连续变量动态系统 CVDS(continuous variable dynamic system)组成)设计混合观测器获得系统位置以及状态演化的信息,

同时给出观测器指数稳定的充分条件. 但并未考虑控制问题.

本文则基于文[3]所提出的混合观测器研究了一类混合系统的混合反馈控制问题. 通过加入混合反馈控制律使闭环系统达到渐近稳定.

### 2 问题描述(Problem statement)

一类混合系统的模型  $H_p$  为

$$q(k+1) \in \varphi(q(k), \delta(k+1)), \quad (1)$$

$$\delta(k+1) \in \phi(q(k), x(t_{k+1}), u(t_{k+1})), \quad (2)$$

$$\psi(k+1) = \eta(q(k), \delta(k+1)), \quad (3)$$

$$x(t+1) = A_i x(t) + B_i u(t), \quad (4)$$

$$y(t) = C_i x(t). \quad (5)$$

其中: 式(1)~(3)表示  $H_p$  的离散事件动态系统 DEDS (discrete event dynamic systems) 部分,  $q(k)$  表示  $k$  时刻有限状态自动机 FSM 的位置,  $q(k) \in Q$ ,  $Q$  是自动机 FSM 的位置有限集;  $\delta(k+1)$  表示  $k+1$  时刻自动机 FSM 的输入事件,  $\delta(k+1) \in \Sigma$ ,  $\Sigma$  是自动机 FSM 输入的有限集;  $\psi(k+1)$  表示  $k+1$  时刻自动机 FSM 的

离散输出事件,  $\psi(k+1) \in \Psi$ ,  $\Psi$ 是自动机FSM输出的有限集;  $\varphi: Q \times \Sigma \rightarrow 2^Q$ 表示位置转移函数,  $\phi: Q \times X \times U \rightarrow 2^\Sigma$ 表示输入事件的发生函数,  $X$ 表示离散变量动态系统的状态集合;  $U$ 表示离散变量动态系统的输入集合;  $\eta: Q \times \Sigma \rightarrow \Psi$ 表示输出事件函数. 而式(4)(5)表示 $H_p$ 的离散变量动态系统的第 $i$ 个线性子系统, 其中 $i = q(k)$ .

为了便于讨论, 把上述的式(2)改写为

$$\sigma(k+1) \in \hat{\phi}(q(k)) = \bigcup_{x \in X, u \in U} \phi(q(k), x, u).$$

**定义 1**<sup>[4]</sup>(DEDS的稳定性) 对于给定的期望集 $E(E \in Q)$ , 若有限状态自动机DEDS(1)~(3)是活的, 且其位置状态轨迹能无限次进入期望集 $E$ , 则称该DEDS是稳定的.

**定义 2**(混合动态系统的稳定性) 对于给定的混合动态系统(1)~(5), 若其有限状态自动机FSM(1)~(3)是稳定的, 且其离散变量动态系统DVDS是渐近稳定的, 则称该混合动态系统是稳定的.

一般来说模型(1)~(5)的位置状态和系统状态是不能完全测量的, 文[3]给出系统(1)~(5)如下的混合观测器:

$$\tilde{q}(k+1) \in \varphi_0(\tilde{q}(k), \psi(k+1)), \quad (6)$$

$$\psi_0(k+1) = \tilde{q}(k), \quad (7)$$

$$\hat{x}(t+1) = G_i \hat{x}(t) + B_i u(t) + L_i y(t), \quad (8)$$

当 $\tilde{q}(k) = q(k) = i$ 时.

其中: 式(6)(7)是离散事件动态系统部分的观测器, 记为 $H_i$ ; 式(8)是离散变量动态系统部分的观测器, 记为 $H_c$ ;  $\tilde{q}(K)$ 表示第 $k$ 次的位置估计, 或简写为 $\tilde{q}_k$ ;  $\hat{x}(t)$ 表示状态 $x$ 的估计值;  $G_i = (A_i - L_i C_i)$ ,  $L_i$ 表示位置 $q(k)$ 所对应子系统 $i$ 的观测器增益矩阵.

**引理 1**<sup>[3]</sup>(混合观测器的性质) 若离散事件动态系统DEDS(1)~(3)满足以下条件: i) 位置集 $Q$ 与观测器的位置集 $Q_0$ 的交集非空; ii) 每一个基本环 $Q_c^i$ <sup>[4]</sup>与位置集 $Q$ 的交集非空; iii) 位置集 $Q$ 与观测器的位置集 $Q_0$ 的交集是 $\varphi_0$ 不变的<sup>[4]</sup>. 则上述混合观测器(6)~(8)中的位置观测器 $H_i$ 能在有限步后判断出系统的当前位置, 而离散变量动态系统的观测器 $H_c$ 是在系统位置准确判断出后才开始工作.

**注 1** 以下, 总假设混合动态系统的离散变量部分是能控、能观的且矩阵 $C_i$ 行满秩. 而离散事件部分也是能控、能观的且离散事件系统DEDS(1)~(3)是活的. 有关离散事件部分的能观、能控以及活的概念参见文[4]和[5].

本文的目的是: 在混合观测器的基础上, 构造

一个混合反馈控制律使得整个混合闭环系统渐近稳定.

### 3 混合反馈控制器的设计(Design of the hybrid feedback controller)

为便于说明先给出如下定义:

**定义 3** 最短路径. 对于一个稳定的离散事件动态系统 $A$ , 由初始状态 $q_0$ 到达期望集 $E$ 之前的所有有限状态轨迹<sup>[4]</sup>中, 状态个数最少的轨迹称为由 $q_0$ 出发的最短路径.

**定义 4** 最长路径. 由离散事件动态系统 $A$ 的期望集 $E$ 中的状态 $q_0$ 出发, 在离开 $E$ 之前的所有有限长状态轨迹<sup>[2]</sup>中, 状态个数最多的轨迹称为状态 $q_0$ 关于 $E$ 的最长路径.

对于给出的混合动态系统, 其状态反馈控制律 $U$ 的设计可分为两部分: 一是设计使离散事件动态系统稳定化的反馈控制; 二是设计使离散变量动态系统稳定化的反馈控制. 为了便于讨论给出图1的有限状态自动机(设初始位置为3, 期望集 $E$ 为 $\{1, 2\}$ , 其位置估计集为

$$\{\{1, 2, 3, 4, 5\}, \{1, 4, 5\}, \{2, 5\},$$

$$\{1\}, \{5\}, \{2\}, \{1\}, \{5\}, \{2\}, \dots\},$$

说明反馈控制律 $U$ 的设计方法. 该方法容易推广到位置集合 $Q$ 含有 $n$ 个位置点, 期望集 $E$ 含有 $m$ 个位置点的一般有限状态自动机FSM上去.

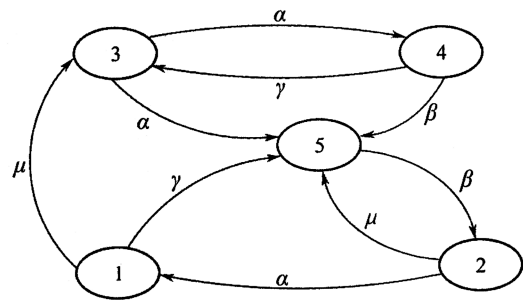


图1 有限状态自动机 FSM

Fig. 1 Finite state machine (FSM)

#### 3.1 离散事件动态系统的反馈控制器 $U(\tilde{q}(k))$ 设计(Design of feedback controller for DEDS)

这里总假定原系统是活的且是能稳的.

首先要说明: 离散事件动态系统DEDS的结构已知, 但初始位置未知. 也就是说对于每一个期望集 $E$ 外的位置 $q(\{3, 4, 5\})$ , 它到达期望集的最小路径是存在且知道的. 而 $E$ 中的位置 $(\{1, 2\})$ , 它们的最长路径也存在且知道. 设自动机FSM的输出事件序列为 $\alpha\beta\alpha\gamma\dots$ . 这样在系统处于初始时刻, 对于初始位置估计集 $(\tilde{q}(0) = \{1, 2, 3, 4, 5\})$ 的

每一个位置加入控制, 这里以期望集E外的位置(3, 4, 5)为例, 使它们沿着最短路径进发(如在位置3上让位置3到位置5的事件 $\alpha$ (简记为 $3\alpha 5$ )发生, 限制 $3\alpha 4$ 发生; 在位置4上则让 $4\beta 5$ 发生, 而限制 $4\beta 3$ 发生; 在位置5上则让 $5\beta 2$ 发生). 待获得第一个位置估计集( $\tilde{q}(1) = \{1, 5\}$ )后, 先释放上一次的限制( $3\alpha 4, 4\gamma 3$ ), 这样做的目的是要保持自动机的活性. 然后对估计集中的各位置 $\{1, 5\}$ 加入控制, 对位置 $\{5\}$ 加入上述的控制, 而对位置 $\{1\}$ 不论到达位置3还是位置5都要离开期望集, 但到达位置5比到达3能经过更少的状态后再次进入期望集E(即选取最小路径最短的状态), 故加入控制(使 $1\gamma 5$ 发生, 限制 $1\mu 3$ 发生), 接下来得到位置估计集 $\{2\}$ . 这时已经准确判断出自动机FSM的当前位置, 对位置 $\{2\}$ 让其沿着最长路径进发. 即让 $2\alpha 1$ 发生, 限制 $2\mu 5$ 发生. 然后到达位置 $\{1\}$ . 接下来的情况和前面的情况雷同.

对于在初始时刻对期望集E中的位置的控制就如上面对位置1, 2的控制一样.

**注 2** 1) 为什么第一个位置估计集是 $\{1, 5\}$ ? 这是因为文中已假设第1个输出事件是 $\alpha$ (在输出事件序列中). 此时有事件 $\alpha$ 发生的弧所到达的位置估计点集为 $\{1, 4, 5\}$ , 而通过加入控制使到达位置点4的事件 $\alpha$ 不发生. 所以到达的位置估计点集为 $\{1, 5\}$ . 而不是 $\{1, 4, 5\}$ ; 2) 在每次加入控制之前(第1次控制除外), 都首先要将上一次的控制释放, 即对受限制的事件解除限制, 这样才能要保持系统的活性.

### 3.2 离散变量动态系统的反馈控制器 $u(t)$ 设计(Design of feedback controller for DVDS)

在初始时刻加入控制输出反馈增益矩阵 $F(\tilde{q}(0))$ , 这时 $\tilde{q}(0) = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ , 使全部的子系统(1, 2, 3, 4, 5)镇定. 待得到第1个位置估计集 $\{1, 5\}$ 后, 改用使位置估计集中各位置对应的子系统(1, 5)同时镇定的输出反馈增益 $F(\tilde{q}(1))$ (这里同样可采用 $F(\tilde{q}(0))$ , 但 $F(\tilde{q}(1))$ 可能使系统有更好的性能, 如收敛速度). 待得到第2个位置估计集 $\{2\}$ 后, 即直到位置估计集(如 $\{2\}$ )为单点集后, 此时位置观测器已正确判断出真实系统的当前位置, 这时停止使用输出反馈 $F$ , 改用基于状态估计(这时状态观测器开始工作)的状态反馈 $K_i$ ( $K_i$ 表示位置 $q(k)$ 所对应子系统 $i$ 的状态反馈增益矩阵), 如这里使用 $K_2$ . 接下来, 由位置观测器得到下一位置是1, 则改用状态反馈 $K_1$ , 如此下去.

## 4 主要结果(Main results)

由于在系统运动的过程中混合观测器中离散时间系统的状态观测器并不是从初始时刻开始(位置观测器从初始时刻开始), 它是在位置观测器准确判断当前位置后, 才开始工作. 因此在位置观测器准确判定当前位置的前后, 系统中动态变量的个数是不一样的. 判断之前, 有3个动态变量, 即 $x(t), q(k), \tilde{q}(k)$ . 判断之后, 有4个动态变量, 即 $x(t), \hat{x}(t), q(k), \tilde{q}(k)$ . 故根据判断前后把系统分为两个阶段: 第1阶段有3类动态(位置确定之前); 第2阶段有4类动态(位置确定之后). 以下先把位置和其估计的动态方程(1)和(6)改写为

$$\begin{aligned} q(k+1) &= f(q(k), \delta(k+1)), \\ \tilde{q}(k+1) &= g(\tilde{q}(k), \psi(k+1)). \end{aligned}$$

加入控制 $U(\tilde{q}(k))$ 可得

$$\begin{aligned} q(k+1) &= f(q(k), \delta(U(\tilde{q}(k)))), \\ \tilde{q}(k+1) &= g(\tilde{q}(k), \psi(U(\tilde{q}(k)))). \end{aligned}$$

故得到第1阶段的混合动态反馈系统方程

$$\begin{cases} x(t+1) = (A_i - B_i F C_i)x(t), \\ q(k+1) = f(q(k), \delta(U(\tilde{q}(k)))), \\ \tilde{q}(k+1) = g(\tilde{q}(k), \psi(U(\tilde{q}(k)))). \end{cases} \quad (9)$$

其中 $u = -Fy$ ,  $F$ 是使全部子系统同时稳定的输出反馈增益矩阵.

而第2阶段的混合动态反馈方程为

$$\begin{cases} \hat{x}(t+1) = (A_i - L_i C_i + B_i K_i)\hat{x}(t) + L_i C_i x(t), \\ x(t+1) = B_i K_i \hat{x}(t) + A_i x(t), \\ q(k+1) = f(q(k), \delta(U(\tilde{q}(k)))), \\ \tilde{q}(k+1) = g(\tilde{q}(k), \psi(U(\tilde{q}(k)))). \end{cases} \quad (10)$$

其中:取 $u = K_i \hat{x}(t)$ ,  $K_i$ 为位置 $q(k)$ 所对应子系统的反馈增益阵;  $L_i$ 是位置 $q(k)$ 所对应子系统的观测器增益矩阵, 这里 $i = q(k)$ .

**定理 1** 如果

1) 混合动态系统是当前位置可观的<sup>[3]</sup>(即位置观测器经过有限步后, 能判断出系统的当前位置);

2) 若对于 $\forall i, j \in Q$ 子系统存在正定对称阵 $P_i, P_j$ 满足不等式

$$(A_i - B_i F C_i)^T P_j (A_i - B_i F C_i) - P_i < 0, \quad (11)$$

且位置判断准确后满足如下条件C1)和条件C2):

C1) 对 $\forall i, j \in Q$ 存在正定对称矩阵 $Q_i$ , 以及矩阵 $E_i, W_i$ 满足

$$\begin{bmatrix} M_i & (A_i M_i - E_i C_i)^T \\ A_i M_i - E_i C_i & M_j \end{bmatrix} > 0, \quad (12)$$

其中 $M_i = Q_i^{-1}$ 且 $W_i C_i = C_i M_i, \forall i \in Q$ ;

C2) 对 $\forall i, j \in Q$ 存在正定对称矩阵 $P_i$ , 以及矩阵 $U_i$ 满足

$$\begin{bmatrix} S_i & (A_i S_i + B_i U_i)^T \\ A_i S_i + B_i U_i & S_j \end{bmatrix} > 0, \quad (13)$$

其中 $S_i = P_i^{-1}, \forall i \in Q$ .

取 $L_i = E_i W_i^{-1}, \forall i \in Q$ , 取 $K_i = U_i S_i^{-1}, \forall i \in Q$ , 则整个混合闭环系统是稳定的.

**证** 由条件1)可知系统可分为两个阶段进行讨论. 首先证明第1阶段是稳定的, 考虑系统(9), 记

$$\xi(t) = [\xi_1(t) \cdots \xi_N(t)]^T.$$

其中

$$\xi_i(t) = \begin{cases} 1, & \text{当系统处于位置} q(k) \text{所对应的子系统} i \text{时,} \\ 0, & \text{否则.} \end{cases}$$

记  $X(t, k) = [x(t) \quad q(k) \quad \tilde{q}(k)]^T$ , 构造如下的混合Lyapunov函数(设 $|Q| = N$ ):

$$V(X(t, k)) = x^T(t) \left( \sum_{i=1}^N \xi_i(t) P_i \right) x(t) + W(k) + R(q(k), \tilde{q}(k)).$$

其中

$$R(q(k), \tilde{q}(k)) = \begin{cases} 1 - \frac{1}{|\tilde{q}(k)|}, & q(k) \in \tilde{q}(k), \\ 0, & q(k) = \tilde{q}(k), \end{cases}$$

$|\tilde{q}(k)|$ 表示第 $k$ 次位置估计 $\tilde{q}(k)$ 的元素个数. 而 $P_i$ 以及下面证明中的 $P_j$ 都是满足条件(11)的正定矩阵, 且

$$W(k) = 1 - \frac{h(k)}{k}, \quad k = 0, 1, 2, \cdots, \quad W(0) = 1,$$

$$h(k) = h(k-1) + \frac{1}{|\tilde{q}(k)|}, \quad k = 0, 1, 2, \cdots, \quad h(0) = 0.$$

(14)

**注3**  $R(q(k), \tilde{q}(k))$ 表示位置观测器对真实位置的估计程度, 随着 $k$ 增大,  $R(q(k), \tilde{q}(k))$ 减少, 最终 $R(q(k), \tilde{q}(k)) = 0$ , 表明观测器准确判断出当前位置. 而 $W(k)$ 表示的是有限自动机偏离稳定的程度, 随着 $k \rightarrow \infty, W(k) \rightarrow 0$ 表明有限自动机FSM稳定. 即自动机的状态无限次进入期望集. 另外上述的混合Lyapunov函数 $V(X(t, k))$ 中的 $t, k$ 是独

立变化的. 因此在证明其严格单调减少的时候需分开两部分进行.

下面来验证它是正定的, 严格减少单调的.

i) 正定性. 由于 $P_i, i \in Q$ 都是正定矩阵, 且 $W(k), e_{q(k)}^2$ 的取值均为正数, 故 $V(X(t, k))$ 正定;

ii) 证明 $V(X(t, k))$ 严格单调减少(相当于连续Lyapunov函数的 $\dot{V}(x) < 0$ , 或离散Lyapunov函数的 $\Delta V(x(k)) < 0$ ).

首先, 对 $V(X(t, k))$ 的第1项

$$x(t)^T \left( \sum_{i=1}^N \xi_i(t) P_i \right) x(t) \triangleq \bar{V}(x(t))$$

求差分:

$$\begin{aligned} \Delta \bar{V}(x(t)) &= \\ x(t+1)^T \left( \sum_{i=1}^N \xi_i(t+1) P_i \right) x(t+1) - \\ x(t)^T \left( \sum_{i=1}^N \xi_i(t) P_i \right) x(t) &= \\ ((A_i - B_i F C_i) x(t))^T \left( \sum_{i=1}^N \xi_i(t+1) P_i \right) ((A_i - \\ B_i F C_i) x(t)) - x(t)^T \left( \sum_{i=1}^N \xi_i(t) P_i \right) x(t) &= \\ x(t)^T ((A_i - B_i F C_i)^T \left( \sum_{i=1}^N \xi_i(t+1) P_i \right) (A_i - \\ B_i F C_i) - \sum_{i=1}^N \xi_i(t) P_i) x(t). \end{aligned}$$

而在 $t, t+1$ 时刻系统或者在同一个子系统, 或者在两个不同的子系统. 不妨设在 $t$ 时刻系统处在子系统 $i, P_i$ 是对应其子系统的正定矩阵. 即 $\xi_i(t) = 1, \sum_{i=1}^N \xi_i(t) P_i = P_i$ . 而在 $t+1$ 时刻系统处在子系统 $j, j = i$ 或 $j \neq i, P_j$ 是对应其子系统的正定矩阵. 即 $\xi_j(t) = 1, \sum_{i=1}^N \xi_i(t+1) P_i = P_j$ . 因此由上式可得

$$\begin{aligned} \Delta \bar{V}(x(t)) &= \\ x(t)^T ((A_i - B_i F C_i)^T P_j (A_i - B_i F C_i) - P_i) x(t). \end{aligned}$$

由式(11)可知 $\Delta \bar{V}(x(t)) < 0$ , 即

$$x(t)^T \left( \sum_{i=1}^N \xi_i(t) P_i \right) x(t)$$

是严格单调减少的.

其次, 通过加入第3节所设计的混合控制 $U(\tilde{q}(k))$ , 使得对每一个位置估计 $\tilde{q}(k)$ 中的各位置上只有一个事件发生, 故 $\tilde{q}(k+1)$ 的元素个数不会超过 $\tilde{q}(k)$ 的元素个数, 即 $|\tilde{q}(k+1)| \leq |\tilde{q}(k)|$ , 或

者  $1 - \frac{1}{|\tilde{q}(k+1)|} \leq 1 - \frac{1}{|\tilde{q}(k)|}$ . 即

$$R(q(k+1), \tilde{q}(k+1)) \leq R(q(k), \tilde{q}(k)),$$

进而有: 故  $R(q(k), \tilde{q}(k))$  是单调减少的.

再次, 由式(14)可得

$$\begin{aligned} W(k+1) - W(k) &= \\ (1 - \frac{h(k+1)}{k+1}) - (1 - \frac{h(k)}{k}) &= \frac{h(k)}{k} - \frac{h(k+1)}{k+1} = \\ \frac{h(k)}{k} - \frac{h(k) + \frac{1}{|\tilde{q}(k+1)|}}{k+1} &= \frac{h(k) - \frac{1}{|\tilde{q}(k+1)|}}{k(k+1)} = \\ \frac{h(0) + \frac{1}{|\tilde{q}(1)|} + \dots + \frac{1}{|\tilde{q}(k)|} - \frac{k}{|\tilde{q}(k+1)|}}{k(k+1)} &\leq 0, \end{aligned}$$

因此在混合控制  $U(\hat{x}, \tilde{q})$  之下 ( $|\tilde{q}(k+1)| \leq |\tilde{q}(k)|$ ), 总有

$$W(k+1) \leq W(k).$$

即  $W(k)$  是单调减少的.

因此  $V(X(t, k))$  是严格单调减少的.

综合上述 i), ii) 两点, 同时考虑到闭环混合系统的所有状态是有界的, 可知系统(9)是稳定的, 即混合系统的第1阶段是稳定的.

以下证明第2阶段系统是渐近稳定的, 由系统(10)进一步可得

$$\begin{cases} \hat{x}(t+1) = (A_i + B_i K_i) \hat{x}(t) + L_i C_i e(t), \\ e(t+1) = (A_i - L_i C_i) e(t), \\ \tilde{q}(k+1) = g(\tilde{q}(k), \psi(U(\tilde{q}(k))))), \\ q(k+1) = f(q(k), \delta(U(\tilde{q}(k)))). \end{cases} \quad (15)$$

其中  $e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$ . 记

$$\hat{X}(t, k) = [\hat{x}(t) \ e(t) \ \tilde{q}(k) \ q(k)]^T,$$

构造如下的混合Lyapunov函数:

$$\begin{aligned} \tilde{V}(\hat{X}(t, k)) &= \\ [\hat{x}(t) \ e(t)] &\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^N \xi_i(t) P_i & 0 \\ 0 & \lambda \sum_{i=1}^N \xi_i(t) G_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}(t) \\ e(t) \end{bmatrix} + \\ W(k) + R(q(k), \tilde{q}(k)). & \end{aligned} \quad (16)$$

其中:  $P_i, G_i (i \in Q)$  为正定矩阵,  $\lambda$  是足够大的正数,  $W(k), R(q(k), \tilde{q}(k))$  同上.

由文献[6]的证明可知式(16)右边的第1项是: 正定, 严格减少以及径向无界. 则仿照的第1阶段的

证明可知: 能量函数  $\tilde{V}(\hat{X}(t, k))$  也是正定, 严格减少以及径向无界的. 故系统(15)渐近稳定. 而由系统(15)可知系统(10)也是渐近稳定的, 即第2阶段系统渐近稳定.

**注 4** 在上述证明过程可知  $V(X(t, k))$  第1阶段的第1项  $x^T(t) (\sum_{i=1}^N \xi_i(t) P_i) x(t)$  以及第2阶段的

$$\text{第1项} [\hat{x}(t) \ e(t)] \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^N \xi_i(t) P_i & 0 \\ 0 & \lambda \sum_{i=1}^N \xi_i(t) G_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}(t) \\ e(t) \end{bmatrix} \text{ 的证明}$$

可保证其离散变量动态系统 DVDS 是渐近稳定的, 而后面的两项  $W(k) + R(q(k), \tilde{q}(k))$  的证明可保证其有限状态自动机是稳定的. 根据定义2可知: 混合闭环系统是稳定的.

综合上述可知: 混合闭环系统在整个运动过程中是渐近稳定的, 定理得证.

### 5 数值例子(Numerical examples)

考虑如下的混合动态系统, 其离散事件动态系统见图1(其中集合  $\{1, 2\}$  为期望集E, 初始位置为3). 第  $i$  个子系统为

$$\begin{aligned} x(t+1) &= A_i x(t) + B_i u(t), \\ x_0 &= [40 \ 30], \hat{x}_0 = [3 \ 4], \\ y(t) &= C_i x(t), \quad i = 1, 2, 3, 4, 5. \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} A_1 &= \begin{bmatrix} -0.09 & -2.42 \\ 0.43 & 0.1 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} -0.39 & -0.98 \\ -2.02 & 0.8005 \end{bmatrix}, \\ A_3 &= \begin{bmatrix} -0.75 & -1.07 \\ 1.97 & 0.69 \end{bmatrix}, \quad A_4 = \begin{bmatrix} -0.103 & -2.56 \\ -0.62 & 0.9 \end{bmatrix}, \\ A_5 &= \begin{bmatrix} -0.08 & -1.07 \\ -1 & 0.2 \end{bmatrix}, \quad B_i = \begin{bmatrix} 0.2 \\ 0 \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

$$C_i = [0.5 \ 0], \quad i = 1, 2, 3, 4, 5. \quad (17)$$

用LMI方法可以求出对应的输出反馈矩阵, 观测器增益矩阵和状态反馈矩阵分别为

$$\begin{aligned} f(\tilde{q}(0)) &= 10, \quad f(\tilde{q}(1)), \\ K_1 &= [-1.1 \ 11.6116], \quad k_2 = [-2.0525 \ -3.3386], \\ K_5 &= [-0.1 \ 5.35], \quad L_1 = L_2 = L_5 = [2 \ 0]^T. \end{aligned}$$

经过MATLAB仿真得到图2, 由图2可知混合动态系统是渐近稳定的. 在整个运动过程中以及第2阶段运动过程中, 状态  $x(t)$  和其估计  $\hat{x}(t)$  的运动轨迹如图2(估计  $\hat{x}(t)$  是从正确判断出系统位置以后(大约4 s后)才开始工作, 故不在初始时刻开始).

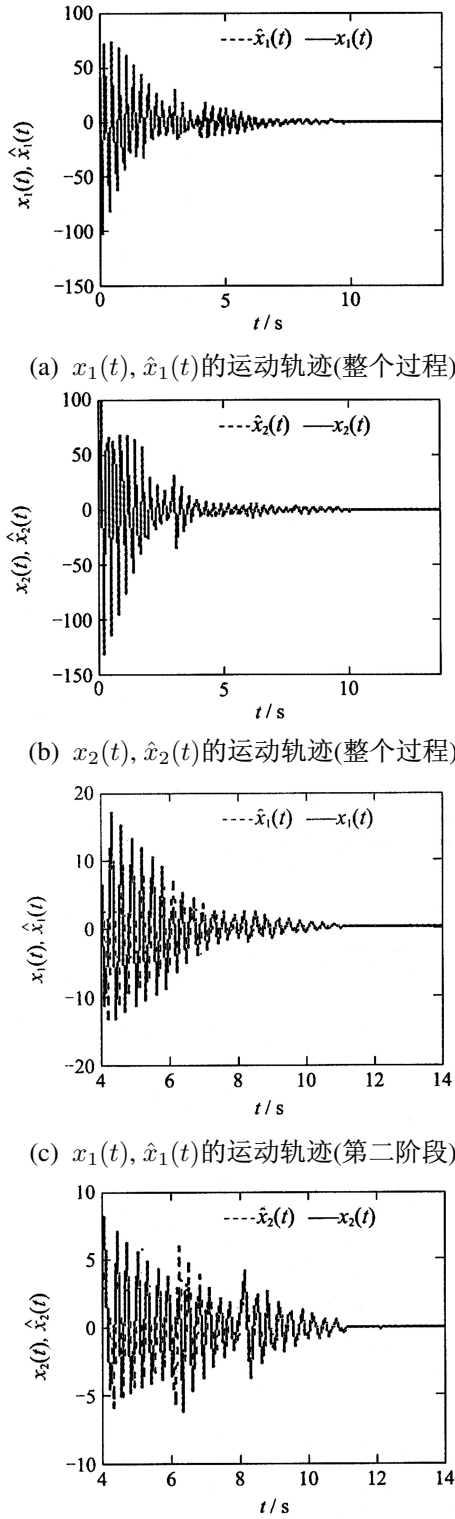


图2 系统状态 $x(t)$ 和 $\hat{x}(t)$ 在全过程以及第二阶段的运动轨迹

Fig. 2 The complete and second phase trajectory of  $x(t)$  and  $\hat{x}(t)$

系统的真实位置 $q(k)$ 和其估计 $\tilde{q}(k)$ 演化如下:

$$q(k) : 3 \xrightarrow{\alpha} 5 \xrightarrow{\beta} 2 \xrightarrow{\alpha} 1 \xrightarrow{\gamma} 5 \xrightarrow{\beta}$$

$$2 \xrightarrow{\alpha} 1 \xrightarrow{\gamma} 5 \xrightarrow{\beta} 2 \xrightarrow{\alpha} 1 \rightarrow \dots$$

$$\tilde{q}(k) : \begin{Bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{Bmatrix} \xrightarrow{\alpha} \begin{Bmatrix} 1 \\ 5 \end{Bmatrix} \xrightarrow{\beta} \{2\} \xrightarrow{\alpha} \{1\} \xrightarrow{\gamma}$$

$$\{5\} \xrightarrow{\beta} \{2\} \xrightarrow{\alpha} \{1\} \xrightarrow{\gamma} \{5\} \rightarrow \dots$$

由上述的演化可知:  $\tilde{q}(k)$ 的位置估计个数逐渐减少, 或形象地说 $\tilde{q}(k)$ 在逐步“逼近” $q(k)$ , 最后和真实位置 $q(k)$ 完全重合, 且无限重复进入期望集 $E\{1, 2\}$ , 表明 $q(k), \tilde{q}(k)$ 都稳定. 从而说明结论是正确的.

参考文献(References):

- [1] 翟海峰, 胡协和, 苏宏业, 等. 采用多Lyapunov函数的混杂系统稳定性研究[J]. 控制理论与应用, 2002, 19(3): 457 - 461. (ZHAI Haifeng, HU Xiehe, SU Hongye, et al. Study on stability of hybrid systems via multiple Lyapunov functions [J]. *Control Theory & Applications*, 2002, 19(3): 457 - 461.)
- [2] 王泽宁, 费树岷, 冯纯伯. 一类混杂系统的鲁棒性分析与控制[J]. 控制理论与应用, 2001(18): 375 - 379. (WANG Zening, FEI Shumin, FENG Chunbo. Robustness analysis and robust control for a class of hybrid system [J]. *Control Theory & Applications*, 2001, 18(3): 375 - 379.)
- [3] BALLUCHI A, BENVENUTI L, di BENEDETTO M D, et al. Design of observers for hybrid systems [M]// *Hybrid System: Computation and Control, the 5th Int Workshop, LNCS 2289*. Stanford, CA: Springer, 2002: 76 - 89.
- [4] Ö ZVEREN C M, WILLISKY A S, ANTSAKLIS P J. Stability and stabilizability of discrete event dynamic systems [J]. *J of Association for Computing Machinery*, 1991, 38(3): 730 - 752.
- [5] Ö ZVEREN C M, WILLISKY A S. Observability of discrete event dynamic systems [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1990, 35(7): 797 - 806.
- [6] JI Zhijian, WANG Long, XIE Guangming. Stabilizing discrete-time switched systems via observer-based static output feedback [J]. *IEEE Int Conf on Systems, Man and Cybernetic*, 2003, 3(10): 2545 - 2550.

作者简介:

陈国培 (1977—), 男, 博士研究生, 主要从事离散事件动态系统、混合系统等方面的研究, E-mail: cgpken1977@163.com;

李俊民 (1965—), 男, 教授, 博士生导师, 研究方向为混合系统、非线性动态系统优化控制、自适应控制和智能控制, 在国际国内刊物发表论文近70篇;

陈为胜 (1977—), 男, 教师, 主要研究方向为自适应控制、神经网络控制、迭代学习控制;

杨莹 (1979—), 女, 博士研究生, 主要从事混合系统自适应控制、随机控制等方面的研究, E-mail: yy1502@sina.com.