

基于干扰观测器的一类不确定非线性系统鲁棒 H_∞ 控制

陈 谋, 姜长生, 吴庆宪

(南京航空航天大学 自动化学院, 江苏 南京 210016)

摘要: 为了降低控制器对干扰的要求, 基于干扰观测器提出一类多输入多输出不确定非线性系统的鲁棒 H_∞ 控制方法. 将系统的内部不确定性和外部干扰组成复合干扰, 设计基于小波神经网络的复合干扰观测器, 并提出干扰观测器的参数调节方案使观测器能以高精度逼近复合干扰. 同时在控制器中引入鲁棒控制项用来抑制观测器误差给系统带来的影响, 所设计的控制器能使系统的跟踪误差小于一个给定的性能指标. 最后给出一个仿真算例验证了本控制方案的有效性.

关键词: 非线性系统; 小波神经网络; 干扰观测器; 鲁棒控制; H_∞ 控制

中图分类号: TP273 文献标识码: A

Robust H-infinity control for a class of nonlinear uncertain systems with disturbance observer

CHEN Mou, JIANG Chang-sheng, WU Qing-xian

(Automation College, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing Jiangsu 210016, China)

Abstract: In order to reduce the restrain conditions on the disturbance restrained condition, a robust H-infinity controller is designed based on disturbance observer for a class of multi-input and multi-output uncertain nonlinear systems in this paper. The compound disturbance consists of the inner uncertainty and the external disturbance. The compound disturbance observer is designed with the wavelet networks, and the parameter's update law is also given for monitoring the compound disturbance. Synchronously, a robust control term is introduced to restrain the influence of the error of disturbance observer in the controller. The designed controller can make the tracking error of the system smaller than a given performance index. Finally, an example is given to demonstrate the availability of the proposed control scheme.

Key words: nonlinear systems; wavelet neural networks; disturbance observer; robust control; H-infinity control

1 引言(Introduction)

在现代控制领域,对具有各种干扰的非线性不确定系统的控制问题受到广泛研究^[1~6]. 但这些研究中都对干扰作了各种限制,比如假设干扰有确定界或确定的表达式. 因此设计干扰观测器检测系统干扰,然后基于干扰观测器设计系统的控制律,从而降低对系统干扰的要求,这是现代控制领域中的一个研究热点.目前干扰观测器用于估计系统的不确定干扰,已在多个实际控制领域,如在工业机器人^[1]、计算机磁盘驱动器控制系统^[2]、导弹控制系统^[3]等领域中有着重要的应用. 文献[4]基于模糊逻辑系统提出了一种模糊干扰观测器,并应用到单输入单输出系统的控制中.

本文将非线性系统的内部不确定性和外部干扰组成复合干扰,采用小波神经网络设计复合干扰观

测器,并基于干扰观测器提出了一类多输入多输出不确定非线性系统的鲁棒自适应 H_∞ 控制方法,并在控制器中引入鲁棒控制项用来抑制观测器误差给系统带来的影响.

2 问题的提出(Problem statement)

考虑如下形式的MIMO非线性系统

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} y_1(r_1) \\ \vdots \\ y_m(r_m) \end{bmatrix} = \\ \begin{cases} \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \Delta \mathbf{f}(\mathbf{x}) + (\mathbf{G}(\mathbf{x}) + \Delta \mathbf{G}(\mathbf{x}))\mathbf{u} + \mathbf{d} = \\ \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{G}(\mathbf{x})\mathbf{u} + \boldsymbol{\omega}(\mathbf{x}), \\ y_1 = x_1, \dots, y_m = x_{n-r_m+1}. \end{cases} \end{cases} \quad (1)$$

其中: $r_1 + r_2 + \dots + r_m = n$, $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ 为状态向量,

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} f_1(\mathbf{x}) \\ \vdots \\ f_m(\mathbf{x}) \end{bmatrix}, G(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} g_{11}(\mathbf{x}) & \cdots & g_{1m}(\mathbf{x}) \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ g_{m1}(\mathbf{x}) & \cdots & g_{mm}(\mathbf{x}) \end{bmatrix},$$

$$\Delta \mathbf{f}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \Delta f_1(\mathbf{x}) \\ \vdots \\ \Delta f_m(\mathbf{x}) \end{bmatrix}, \mathbf{d} = \begin{bmatrix} d_1 \\ \vdots \\ d_m \end{bmatrix}, \mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_m \end{bmatrix},$$

$$\Delta G(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \Delta g_{11}(\mathbf{x}) & \cdots & \Delta g_{1m}(\mathbf{x}) \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ \Delta g_{m1}(\mathbf{x}) & \cdots & \Delta g_{mm}(\mathbf{x}) \end{bmatrix},$$

其中: u_1, \dots, u_m 为控制输入, y_1, \dots, y_m 为系统输出, $\mathbf{f}(\mathbf{x}), G(\mathbf{x})$ 分别为已知的函数向量和矩阵, d_1, \dots, d_m 为具有未知上界的外部干扰, $\Delta \mathbf{f}(\mathbf{x}), \Delta G(\mathbf{x})$ 为系统的内部不确定性. $\omega(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = [\omega_1(\mathbf{x}, \mathbf{u}), \dots, \omega_m(\mathbf{x}, \mathbf{u})]^T$ 为系统(1)的内部不确定性和外部干扰组成的复合干扰, 且 $\omega(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = \Delta \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \Delta G(\mathbf{x})\mathbf{u} + \mathbf{d}$.

注 1 由 $\omega(\mathbf{x}, \mathbf{u})$ 的表达式可知, 它是 \mathbf{x} 的函数, 因此可以根据状态变量 \mathbf{x} 来估计其真值.

对系统(1)作如下假设:

假设 A

A1) 在紧集 $S \subset \mathbb{R}^n$ 上, $G(\mathbf{x})$ 非奇异且其范数有界, 即有以下式子成立:

$$\underline{\sigma}_G(G(\mathbf{x})) \geq b > 0, \forall \mathbf{x} \in S, \quad (2)$$

$$\|G(\mathbf{x})\|_2 = \bar{\sigma}_G(G(\mathbf{x})) \leq a < \infty.$$

其中: $\underline{\sigma}_G, \bar{\sigma}_G$ 分别为矩阵 $G(\mathbf{x})$ 的最小奇异值和最大奇异值, b, a 为任意非负常数.

A2) 系统的状态可量测.

注 2 假设 A1) 是为了保证 $G(\mathbf{x})$ 的逆存在; A2) 是为了保证干扰可以根据状态变化来进行检测.

由系统(1)可知对第 i 个输入输出有如下关系:

$$\dot{x}_{r_i} = f_i(\mathbf{x}) + g_i(\mathbf{x})\mathbf{u} + \omega_i(\mathbf{x}). \quad (3)$$

其中 $g_i(\mathbf{x}) = [g_{i1}(\mathbf{x}), \dots, g_{im}(\mathbf{x})]$.

假设系统控制目标是设计鲁棒自适应控制器使系统的各个输出 y_i 及其至 $r_i - 1$ 阶导数 $y, \dots, y^{(r_i-1)}$ 跟踪有界的参考信号 y_{id} 及其相应阶的导数. 定义 $e_i = y_i - y_{id}, i = 1, \dots, m$.

假设用 $\hat{\omega}$ 代表非线性干扰观测器的输出, 如果 $\hat{\omega}$ 能很好的检测 ω , 则可对系统(1)构造如下形式的控制器:

$$\mathbf{u} = G^{-1}(\mathbf{x})(-\mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{v} - \hat{\omega} + \mathbf{u}_a). \quad (4)$$

其中 \mathbf{u}_a 为鲁棒控制项, 在后面定义, 且定义

$$\begin{cases} v_1 = y_{1d}^{(r_1)} + \lambda_{1,r_1-1}(y_{1d}^{(r_1-1)} - y_1^{(r_1-1)}) + \cdots + \\ \quad \lambda_{11}(y_{1d} - y_1), \\ \vdots \\ v_m = y_{md}^{(r_m)} + \lambda_{m,r_m-1}(y_{md}^{(r_m-1)} - y_1^{(r_m-1)}) + \cdots + \\ \quad \lambda_{m1}(y_{md} - y_m). \end{cases} \quad (5)$$

其中 $\lambda_{ij} (j = 1, \dots, r_i)$ 应使多项式 $h_i(s) = s^n + \lambda_{i,r_i-1}s^{n-1} + \cdots + \lambda_{i1}$ 的所有根位于左半开平面上. 则将式(4)(5)代入式(1)可得

$$\begin{bmatrix} e_1^{(r_1)} + \lambda_{1,r_1-1}e_1^{(r_1-1)} + \cdots + \lambda_{11}e_1 \\ \vdots \\ e_m^{(r_m)} + \lambda_{m,r_m-1}e_m^{(r_m-1)} + \cdots + \lambda_{m1}e_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{1a} \\ \vdots \\ u_{ma} \end{bmatrix} - [\hat{\omega}_1, \dots, \hat{\omega}_m]^T + [\omega_1, \dots, \omega_m]^T. \quad (6)$$

3 基于小波神经网络干扰观测器的 H_∞ 控制器设计 (Design of H-infinity controller based on nonlinear disturbance observer with wavelet networks)

进行非线性干扰观测器设计前, 作如下假设:

假设 B 对于任意 $\mathbf{x} \in M_x$, 其中 M_x 为一紧集, 则神经网络的最优权值定义为

$$\mathbf{w}_i^* = \arg \min_{\hat{\mathbf{w}}_i \in \Omega_i} [\sup_{\mathbf{x} \in M_x} |\mathbf{w}_i - \hat{\mathbf{w}}_i|], \quad (7)$$

$$\Omega_i = \{\hat{\mathbf{w}}_i : \|\hat{\mathbf{w}}_i\| \leq M_i\}. \quad (8)$$

其中: Ω_i 为参数的可行域, M_i 为设计参数, $\hat{\mathbf{w}}_i$ 为神经网络的权值.

本文采用小波神经网络构成非线性复合干扰观测器, 同时基于观测器输出设计鲁棒 H_∞ 控制器使得系统跟踪误差小于给定的性能指标.

定义 $\mathbf{e}_{ip} = [e_i, \dots, e_i^{(r_i-1)}]^T$, 由式(6)可知系统的第 i 个误差有如下对应关系:

$$\dot{\mathbf{e}}_{ip} = A_i \mathbf{e}_{ip} + B_i u_{ia} + B_i (\hat{\omega}_i - \omega_i). \quad (9)$$

式中

$$A_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\lambda_{i1} & -\lambda_{i2} & \cdots & -\lambda_{i,r_i-2} & -\lambda_{i,r_i-1} \end{bmatrix}, B_i = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}.$$

取误差的 H_∞ 控制器为

$$u_{ia} = -B_i^T P_i \mathbf{e}_{ip} / \gamma_i. \quad (10)$$

其中 $P_i = P_i^T > 0$ 是如下方程的解:

$$P_i A_i + A_i^T P_i + Q_i = 0, \quad (11)$$

且 $Q_i > 0$.

定理 1 第 i 个干扰观测器系统设计为如下形式:

$$\dot{z}_i = -\sigma_i z_i + p_i(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{w}}_i). \quad (12)$$

其中干扰观测器的输出为 $\hat{\mathbf{w}}_i^T \Phi_i(\mathbf{x})$, $p_i(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{w}}_i) = \sigma_i x_{r_i} + f_i(\mathbf{x}) + g_i(\mathbf{x}) \mathbf{u} + \hat{\mathbf{w}}_i(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{w}}_i)$. 定义观测器名义误差为 $\zeta_i = x_{r_i} - z_i$. 如果小波神经网络权值的自适应律选为

$$\dot{\hat{\mathbf{w}}}_i = \gamma_i e_{ip}^T P_i B_i \Phi_i(\mathbf{x}) + \gamma_i \zeta_i \Phi_i(\mathbf{x}). \quad (13)$$

则观测器误差最终一致有界, 且在控制律(4)作用下系统(1)的跟踪误差小于给定的性能指标:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{4} \int_0^T e Q e dt \leq \\ & \frac{1}{2} e(0) P e(0) + \sum_{i=1}^m \frac{1}{2\gamma_i} \tilde{\mathbf{w}}_i^T(0) \tilde{\mathbf{w}}_i(0) + \\ & \sum_{i=1}^m \left(\frac{1}{2} \zeta_i^2(0) + \int_0^T \left(\frac{\lambda_{\max}^2(P_i)}{\lambda_{\min}(Q_i)} \|B_i\|^2 \bar{\varepsilon}_i^2 + \frac{1}{2\sigma_i} \bar{\varepsilon}_i^2 \right) dt \right). \end{aligned} \quad (14)$$

其中: $\gamma_i > 0$ 为学习率, $\sigma_i > 0$ 为设计参数, $\hat{\mathbf{w}}_i$ 为小波神经网络的权值, $\Phi_i(\mathbf{x})$ 为小波基函数, $\mathbf{e} = [e_{1p}^T, \dots, e_{mp}^T]^T$, $P = \text{diag}(P_1, \dots, P_m)$, $Q = \text{diag}(Q_1, \dots, Q_m)$, $\bar{\varepsilon}_i$ 为逼近误差上界.

证 构造如下形式的Lyapunov函数:

$$V_i = \frac{1}{2} e_{ip}^T P_i e_{ip} + \frac{1}{2\gamma_i} \tilde{\mathbf{w}}_i^T \tilde{\mathbf{w}}_i + \frac{1}{2} \zeta_i^2. \quad (15)$$

对上式两边求导并考虑到

$$\dot{e}_{ip} = A_i e_{ip} + B_i u_{ia} + B_i (\tilde{\mathbf{w}}_i^T \Phi_i(\mathbf{x}) + \varepsilon_i).$$

其中 ε_i 为神经网络逼近误差, 于是可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_i = & e_{ip}^T P_i A_i e_{ip} + e_{ip}^T P_i B_i u_{ia} + e_{ip}^T P_i B_i \tilde{\mathbf{w}}_i^T \Phi_i(\mathbf{x}) + \\ & e_{ip}^T P_i B_i \varepsilon_i + \tilde{\mathbf{w}}_i^T \dot{\tilde{\mathbf{w}}}_i / \gamma_i - \sigma_i \zeta_i^2 + \zeta_i \tilde{\mathbf{w}}_i^T \Phi_i(\mathbf{x}) + \zeta_i \varepsilon_i. \end{aligned} \quad (16)$$

将式(10)和式(11)代入上式即可得

$$\dot{V}_i \leq -\frac{1}{2} e_{ip}^T Q_i e_{ip} + e_{ip}^T P_i B_i \varepsilon_i - \sigma_i \zeta_i^2 + \zeta_i \varepsilon_i. \quad (17)$$

由于

$$-\sigma_i \zeta_i^2 + \zeta_i \varepsilon_i \leq -\frac{\sigma_i}{2} \zeta_i^2 + \frac{1}{2\sigma_i} \varepsilon_i^2. \quad (18)$$

而同时又有

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{2} e_{ip}^T Q_i e_{ip} + e_{ip}^T P_i B_i \varepsilon_i \leq \\ & -\frac{1}{4} e_{ip}^T Q_i e_{ip} + \frac{\lambda_{\max}^2(P_i)}{\lambda_{\min}(Q_i)} \|B_i \varepsilon_i\|^2. \end{aligned} \quad (19)$$

联合式(18)和式(19)有

$$\begin{aligned} \dot{V}_i \leq & -\frac{1}{4} e_{ip}^T Q_i e_{ip} + \frac{\lambda_{\max}^2(P_i)}{\lambda_{\min}(Q_i)} \|B_i \varepsilon_i\|^2 + \frac{1}{2\sigma_i} \varepsilon_i^2 \leq \\ & -\frac{1}{4} \lambda_{\min}(Q_i) \|e_{ip}\|^2 + \frac{\lambda_{\max}^2(P_i)}{\lambda_{\min}(Q_i)} \|B_i\|^2 \bar{\varepsilon}_i^2 + \frac{1}{2\sigma_i} \bar{\varepsilon}_i^2. \end{aligned} \quad (20)$$

当 $\|e_{ip}\| > \frac{2\lambda_{\max}(P_i)}{\lambda_{\min}(Q_i)} \|B_i\| \bar{\varepsilon}_i + \sqrt{\frac{2}{\sigma_i \lambda_{\min}(Q_i)}} \bar{\varepsilon}_i$ 时, 则有

$$\dot{V}_i < 0. \quad (21)$$

对整个系统构造Lyapunov函数为 $V = V_1 + V_2 + \dots + V_m$, V 对 t 的导数可得

$$\dot{V} = \dot{V}_1 + \dot{V}_2 + \dots + \dot{V}_m, \quad (22)$$

因此有

$$\dot{V} = \dot{V}_1 + \dot{V}_2 + \dots + \dot{V}_m < 0. \quad (23)$$

所以在所设计的控制器的作用下, 闭环系统具有全局稳定性. 同时可知 ζ_i 有界, 则有观测器误差最终一致有界.

对式(20)第一个不等号两边从 $t = 0$ 到 $t = T$ 取积分可得

$$\begin{aligned} V_i(T) - V_i(0) \leq & -\frac{1}{4} \int_0^T e_{ip}^T Q_i e_{ip} dt + \int_0^T \left(\frac{\lambda_{\max}^2(P_i)}{\lambda_{\min}(Q_i)} \|B_i\|^2 \bar{\varepsilon}_i^2 + \frac{1}{2\sigma_i} \bar{\varepsilon}_i^2 \right) dt. \end{aligned} \quad (24)$$

由式(15)可知 $V_i(T) \geq 0$, 联合式(24)有

$$\begin{aligned} & \frac{1}{4} \int_0^T e_{ip}^T Q_i e_{ip} dt \leq \\ & \frac{1}{2} e_{ip}^T(0) P_i e_{ip}(0) + \frac{1}{2\gamma_i} \tilde{\mathbf{w}}_i^T(0) \tilde{\mathbf{w}}_i(0) + \\ & \frac{1}{2} \zeta_i^2(0) + \int_0^T \left(\frac{\lambda_{\max}^2(P_i)}{\lambda_{\min}(Q_i)} \|B_i\|^2 \bar{\varepsilon}_i^2 + \frac{1}{2\sigma_i} \bar{\varepsilon}_i^2 \right) dt. \end{aligned}$$

对整个系统而言, 式(14)成立.

所以在所设计的基于干扰观测器的控制器作用下系统取得一定的H_∞跟踪性能. 同时由上式可知, 调节 γ_i, σ_i 值可得到不同的跟踪效果.

4 仿真算例(Simulation example)

考虑如下简单的多输入多输出非线性系统

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{12} \\ \dot{x}_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{12} + x_{22}^2 \\ x_{12}^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 + x_{22}^2 & 1 \\ 1 & 1 + x_{12}^2 \end{bmatrix} \mathbf{u} + \mathbf{d},$$

且有 $\dot{x}_{11} = x_{12} = y_1, \dot{x}_{12} = x_{22} = y_2$. \mathbf{d} 为未知的复合干扰, 在仿真中假设其为

$$d = \begin{bmatrix} \cos x_{12} + \sin(x_{12}x_{22}) \\ 1 + \cos(x_{12}x_{22}^2) \end{bmatrix},$$

并用小波神经网络干扰观测器来检测系统的复合干扰.系统输出的参考信号选为 $y_{1d} = \sin t, y_{2d} =$

$\cos t$,设计参数选为 $\sigma_1 = \sigma_2 = 10; \gamma_1 = 20; \gamma_2 = 5; \lambda_{11} = \lambda_{22} = 50, Q = I$.按式(12)设计干扰观测器,按式(4)构造控制器,在该控制器作用下仿真结果如图1,2所示.

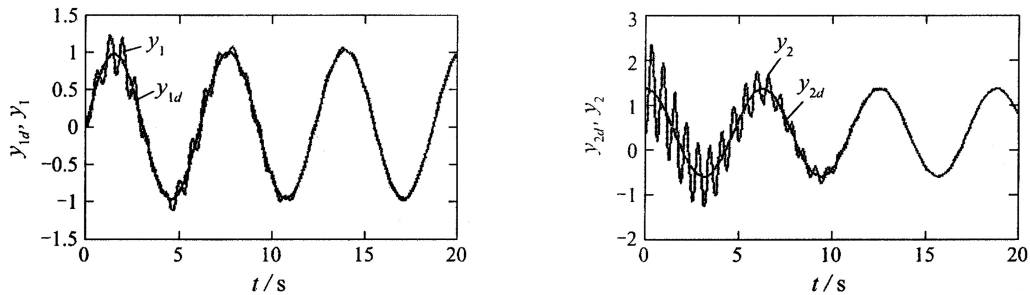


图1 系统输出跟踪曲线

Fig. 1 Plots of output tracking of nonlinear system

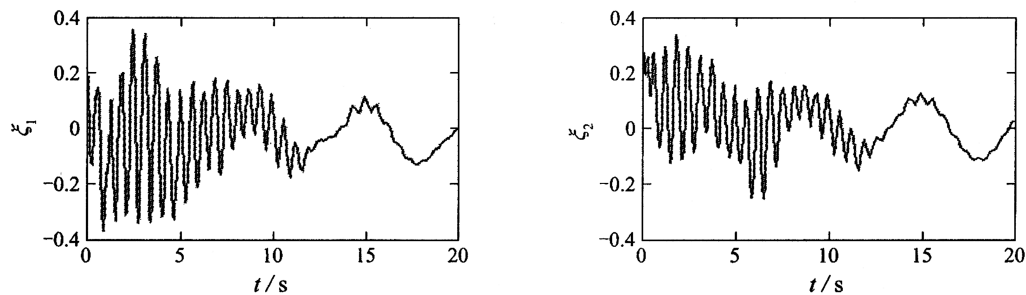


图2 干扰观测器的误差曲线

Fig. 2 Error plots of disturbance observer

由仿真结果可以看出,基于干扰观测器的鲁棒 H_∞ 控制器能使系统的输出很好地跟踪指定参考信号,因此它对具有复合干扰的多输入多输出非线性系统的跟踪控制是非常有效的.

5 结论(Conclusion)

本文基于小波神经网络设计了干扰观测器,并将其应用于一类非线性系统的鲁棒控制器设计中.所设计的干扰观测器的检测误差在一定的参数调节律下一致有界,同时为了克服检测误差所带来的不利影响,在控制器中引入了鲁棒控制器项.由仿真算例可知在所设计的控制器作用下,不确定非线性系统具有一定的性能鲁棒特性.

参考文献(References):

- [1] CHEN W H, BALANCED D J, GAWTHROP P J, et al. A nonlinear disturbance observer for two-link robotic manipulators[J]. *IEEE Trans on Industrial Electronics*, 2000, 47(4): 932 - 938.
- [2] HUANG Yuhong, WILLIAM M. Novel disturbance observer design for magnetic hard drive servo system with a rotary actuator[J]. *IEEE Trans on Magnetics*, 1998, 34(4): 1892 - 1894.
- [3] CHEN Wenhua. Nonlinear disturbance observer enhanced dynamic inversion control of missiles[J]. *J of Guidance, Control, and Dynamics*, 2003, 26(1): 161 - 166.

- [4] KIM E. A fuzzy disturbance observer and its application to control[J]. *IEEE Trans on Fuzzy Systems*, 2002, 10(1): 77 - 85
- [5] 王银河,戴冠中.一类非线性不确定系统的模糊自适应控制[J]. *控制理论与应用*, 2004, 21(2): 271 - 274.
(WANG Yinhe, DAI Guanzhong. Adaptive fuzzy control for a class of nonlinear uncertain systems[J]. *Control Theory & Applications*, 2004, 21(2): 271 - 274.)
- [6] 陈谋,姜长生,吴庆宪,等.基于RBF神经网络的一类不确定非线性系统自适应 H_∞ 控制[J]. *控制理论与应用*, 2003, 20(1): 27 - 32.
(CHEN Mou, JIANG Changsheng, WU Qingxian, et al. Adaptive H_∞ control of a class of uncertain nonlinear systems based on RBF neural networks[J]. *Control Theory & Applications*, 2003, 20(1): 27 - 32.)

作者简介:

陈谋 (1975—),男,副教授,硕士生导师,2004年获南京航空航天大学博士学位,并留校任教,主要研究方向为非线性系统控制与飞行控制、图像处理与目标识别技术, E-mail: chenmou@nuaa.edu.cn;

姜长生 (1942—),男,教授,博士生导师,发表论文150余篇,获省部级科研成果奖7项,主要研究方向为智能控制等;

吴庆宪 (1942—),男,教授,博士生导师,发表论文40余篇,获省部级科研成果奖12项,主要研究方向为智能控制等.