第 23 卷第 6 期
2006 年 12 月

控 制 理 论 与 应 用
Control Theory & Applications

Vol. 23 No. 6
Dec. 2006

文章编号: 1000−8152(2006)06−0996−05

一类不确定系统的滑模观测器设计

项　基[1], 苏宏业[2], 褚　健[2]

(1. 浙江大学 电气工程学院 系统科学与工程系, 浙江 杭州 310027;

2. 浙江大学 先进控制研究所 工业控制技术国家重点实验室, 浙江 杭州 310027)

摘要: 针对一类系统矩阵不确定的线性系统, 提出了一个新的鲁棒滑模观测器设计方法. 通过将系统矩阵的不确定分为匹配的和非匹配的两部分, 利用滑模控制对匹配不确定的绝对鲁棒性. 使得观测器具有更小的保守性. 基于规范型和结构Lyapunov矩阵, 将观测器的综合问题转化为一个简单易求解的LMI问题, 并进一步给出了优化求解过程, 避免过大的控制输入. 最后, 仿真实例验证了所提方法的有效性.

关键词: 滑模观测器; 鲁棒; 不确定系统; 线性矩阵不等式(LMI)

中图分类号: TP273　　　**文献标识码**: A

Sliding-mode observer design for a class of uncertain system

XIANG Ji[1], SU Hong-ye[2]　CHU Jian[2]

(1. Department of System Science and Engineering, College of Electrical Engineering, Zhejiang University,
Hangzhou Zhejiang 310027, China;

2. National Laboratory of Industrial Control Technology, Institute of Advanced Process Control, Zhejiang University,
Hangzhou Zhejiang 310027, China)

Abstract: A novel robust sliding mode observer design method is proposed for a class of uncertain system with model uncertainties. A less conservative design is achieved by dividing the model uncertainties into the matched part and the mismatched part. Based on a canonical form, a directly solvable linear matrix inequality (LMI) is proposed to release the constrained matrix equation causing the difficulty on synthesizing sliding-mode observer in previous results. Furthermore, an optimal design procedure is presented for low control efforts. Finally, the effectiveness of the proposed method is demonstrated by a simulation example.

Key words: sliding mode observer; robust; uncertain system; linear matrix inequality(LMI)

1　引言(Introduction)

滑模控制因其对匹配不确定的绝对鲁棒性在不确定系统中得到广泛的研究和应用. 基于滑模控制理论, Utkin[1]对线性系统给出了一个滑模观测器设计方法, 该方法利用了滑模控制的等效控制量特性. 当存在不确定项时, 等效控制量将不确定项传递到下一步, 一定程度上消弱了观测器的估计效果. Walcott 和Zak[2,3]利用Lyapunov稳定性理论来设计滑模观测器, 但该方法一直缺乏有效的工具来求解所归纳出的线性矩阵方程组. Xiong 和Saif[4]通过构建一个特殊的子系统进一步发展了Walcott 和Zak的结果. Tan 和Edwards[5]提出了一个规范型, 并在此基础上将Walcott和Zak 结论中的矩阵方程组转换为线性矩阵不等式, 从而为滑模观测器设计问题建立了一个可行框架. 然而, 上述这些已有成果均未涉及系统矩阵的不确定情况, 甚至匹配的系统矩阵不确定情况也未考虑. 针对具有系统矩阵不确定的系统, Gu 和Poon[6]提出了一个观测器的设计架构—-引入一个额外的非线性输入控制量来处理系统矩阵的不确定项.

本文受Gu 和Poon[6,7]的工作所启发, 深入研究了一类具有系统矩阵不确定项系统的滑模观测器的设计问题, 证明了文献[2]中的线性矩阵方程等价于一个特定结构的Lyapunov矩阵, 并由此给出了基于线性矩阵不等式技术的新的滑模观测器的设计方法. 该方法通过将系统矩阵的不确定项分为匹配与不匹配的两部分, 利用滑模观测器对匹配干扰的免疫性, 使得所得结论比Gu 和Poon[6,7] 的方法具有更小的保守性. 同时, 初步探讨了观测器输入量的优化问题. 最后, 仿真实例为所提方法进行了有效验证.

收稿日期: 2004−11−02; 收修改稿日期: 2005−12−30.
基金项目: 国家杰出青年科学基金资助项目(60025308); 浙江省新世纪151人才工程重点资助项目(R1054301).

文章中所用的符号为标准表示. $\|e\|$为n维向量e的欧式范数, $\|M\|$表示矩阵M的谱范数, 而$M^{\perp}$表示矩阵$M \in \mathbb{R}^{n\times m}$ 的列满秩正交补矩阵[8], 即$MM^{\perp}=0$ 或$M^{\mathrm{T}}M^{\perp}=0$, 且$M^{\perp\mathrm{T}}M^{\perp}=I$若$M^{\perp}\neq 0$(当$M$为满秩方阵时, $M^{\perp}=0$). 下面的引理将在随后的行文中用到.

引理 1 对任意的具有合适维数的向量x,y和正实数γ, 有如下不等式成立:

$$2x^{\mathrm{T}}y \leqslant \gamma x^{\mathrm{T}}x+\gamma^{-1}y^{\mathrm{T}}y. \tag{1}$$

2 问题描述(Problem statement)

考虑如下的线性不确定系统

$$\begin{cases}\dot{x}(t)=\\ (A+\triangle A(t))x(t)+Bu(t)+Dw(u,y,t),\\ y(t)=Cx(t).\end{cases} \tag{2}$$

其中: $x\in\mathbb{R}^{n}$是状态向量, $u\in\mathbb{R}^{m}$是输入向量, $y\in\mathbb{R}^{p}$是输出向量, $w\in\mathbb{R}^{q}$ 代表了外部的干扰输入, $\triangle A(t)$为系统矩阵不确定项, A,B,C 和D是具有适当维数的常矩阵. 不失一般性, 假设在已知控制律$u(t)$作用下, 闭环系统(2)相对于干扰W是有界输入有界状态(BIBS)[9] . 另外, 假设如下条件成立:

A1) 矩阵对(A,B)可控, (A,C)可观.

A2) 矩阵C 和D 满秩, 且$\mathrm{rank}(CD)=q$.

A3) 系统矩阵不确定项$\triangle A(t)$是未知但有界的, 满足$\|\triangle A(t)\|\leqslant\alpha$, 其中$\alpha$为已知非负常数.

A4) 存在未知但有界的函数$F_1(t)$和$F_2(y,t)$,n满足$\|F_1(t)\|\leqslant k_1$和$\|F_2(y,t)\|\leqslant\rho(y,t)$以至于外部干扰可以表示为

$$w(u,y,t)=F_1(t)u(t)+F_2(y,t). \tag{3}$$

其中: k_1 是已知非负常数, $\rho(y,t)$ 为已知非负标量函数.

不失一般性, 本文所设计的滑模观测器采用如下形式:

$$\begin{cases}\dot{\hat{x}}(t)=\\ A\hat{x}(t)+Bu(t)+L(y(t)-\hat{y}(t))+L_v v(t),\\ \hat{y}(t)=C\hat{x}(t).\end{cases} \tag{4}$$

其中: $L\in\mathbb{R}^{n\times p}$和$L_v\in\mathbb{R}^{n\times p}$为待定的增益矩阵, $v(t)\in\mathbb{R}^{p}$是非线性控制输入量. 定义观测误差向量

$$e(t)=x(t)-\hat{x}(t), \tag{5}$$

则问题可归纳为: 选择合适的增益矩阵L, L_v和非线性的输入量$v(t)$使得观测误差$e(t)$趋向于零.

3 规范型(Canonical form)

Tan 和Edwards 在文献[5]中给出了一个专门的规范型来解决滑模观测器的综合问题. 本文将给出一个相似但略微简单的规范型, 并以其为基础得出本文的结论.

引理 2 对系统(2), 若$q\leqslant p$, $\mathrm{rank}(CD)=q$, 那么必存在坐标变换阵T, 以至于在新坐标系下, 输出矩阵和外部干扰矩阵有如下结构:

$$C=[0\ \ C_2],\ D=\begin{bmatrix}0\\ D_2\end{bmatrix}. \tag{6}$$

其中$C_2\in\mathbb{R}^{p\times p}$和$D_2\in\mathbb{R}^{q\times q}$均为非奇异矩阵.

证 定义如下变换矩阵

$$T_1=\begin{bmatrix}C^{\perp\mathrm{T}}\\ C\end{bmatrix}. \tag{7}$$

其中C 的正交补矩阵$C^{\perp\mathrm{T}}\in\mathbb{R}^{n\times(n-p)}$. 在此变换后, 有

$$\bar{C}=CT_1^{-1}=[0\ \ I],\ \bar{D}=T_1D=\begin{bmatrix}C^{\perp\mathrm{T}}D\\ CD\end{bmatrix}. \tag{8}$$

注意到矩阵CD是列满秩的, 由矩阵的奇异分解, 易得非奇异矩阵$T_0\in\mathbb{R}^{p\times p}$使得

$$T_0CD=\begin{bmatrix}0_{(p-q)\times q}\\ \varXi_{q\times q}\end{bmatrix}. \tag{9}$$

定义$\bar{D}_2=CD$和非奇异矩阵

$$T_2=\begin{bmatrix}I_{n-p} & -C^{\perp\mathrm{T}}D(\bar{D}_2^{\mathrm{T}}\bar{D}_2)^{-1}\bar{D}_2^{\mathrm{T}}\\ 0 & T_0\end{bmatrix}. \tag{10}$$

采用坐标变换矩阵$T=T_2T_1$, 则直接可得式(6)结构的输出和干扰矩阵.

4 主要结论(Main results)

不失一般性, 假设系统(2)具有式(6)的规范型结构. 即, $A\mapsto TAT^{-1}, \triangle A\mapsto T\triangle AT^{-1}, B\mapsto TB, C\mapsto CT^{-1}$和$D\mapsto TD$. 从式(2)(4)和(5), 可得如下误差系统

$$\begin{aligned}\dot{e}(t)=(A-LC)e(t)-L_v v(t)+\\ \Delta Ax(t)+Dw(u,y,t).\end{aligned} \tag{11}$$

注意到$D^{\perp}D^{\perp\mathrm{T}}+D(D^{\mathrm{T}}D)^{-1}D^{\mathrm{T}}=I$, 上式可写为

$$\begin{aligned}&\dot{e}(t)=\\ &(A-LC)e(t)-L_v v(t)+D^{\perp}D^{\perp\mathrm{T}}\triangle Ax(t)+\\ &D((D^{\mathrm{T}}D)^{-1}D^{\mathrm{T}}\triangle Ax(t)+w(u,y,t)).\end{aligned} \tag{12}$$

注解 1 由式(12)可见, 系统矩阵不确定部分$\triangle A(t)$被分成了两部分: 匹配部分$D(D^{\mathrm{T}}D)^{-1}D^{\mathrm{T}}\triangle A(t)$ 和非匹配部分$D^{\perp}D^{\perp\mathrm{T}}\triangle A(t)$. 而滑模控制策略的突出优点就是对匹配部分的完全抑制, 故所需考虑的将仅是非匹配部分对系统的影响, 这比起一般的鲁棒设计[6]将具有较小的保守性.

定理 1 若存在对称正定矩阵$P_1\in\mathbb{R}^{(n-p)\times(n-p)}$和$P_2\in\mathbb{R}^{p\times p}$, 矩阵$K\in\mathbb{R}^{(p-q)\times(n-p)}$和$Y\in\mathbb{R}^{n\times p}$及正实数$\varepsilon_1,\varepsilon_2$和$\gamma$使得如下线性矩阵不等式组成立:

$$P=\begin{bmatrix} P_1 & K^{\mathrm T}[I_{p-q}\ \ 0_{(p-q)\times q}] \\ \begin{bmatrix} I_{p-q} \\ 0_{q\times(p-q)}\end{bmatrix}K & P_2 \end{bmatrix}>0, \tag{13}$$

$$PA-YC+A^{\mathrm T}P-C^{\mathrm T}Y^{\mathrm T}+(\varepsilon_1^{-1}+\varepsilon_2^{-1})PD^{\perp}D^{\perp\mathrm T}P+(\varepsilon_1+\gamma^{-1})\alpha^2I<0, \tag{14}$$

那么误差系统(12)是渐近稳定的, 相应的观测器系统(4)具有参数矩阵$L=P^{-1}Y, L_v=P^{-1}C^{\mathrm T}$ 和如下的非线性输入:

$$v=\frac{1}{2}\gamma G^{\mathrm T}(D^{\mathrm T}D)^{-1}Ge_y+\eta\frac{e_y}{\|e_y\|}+\varepsilon_2\alpha^2\frac{\|\hat x\|^2}{\|e_y\|^2}e_y. \tag{15}$$

其中:

$$\eta=\alpha\|G^{\mathrm T}(D^{\mathrm T}D)^{-1}D^{\mathrm T}\|\|\hat x\|+\|G\|(k_1\|u\|+\rho(y,t)),$$
$$G=[0^{q\times(p-q)}\ \ D_2^{\mathrm T}]P_2C_2^{-1}.$$

证 定义如下的Lyapunov函数

$$V=e^{\mathrm T}Pe. \tag{16}$$

注意到$L=P^{-1}Y$, 其沿着误差系统(12)轨迹的微分有

$$\dot V=e^{\mathrm T}(PA-YC+A^{\mathrm T}P-C^{\mathrm T}Y^{\mathrm T})e-2e^{\mathrm T}PL_v+2e^{\mathrm T}PD^{\perp}D^{\perp\mathrm T}\triangle Ax+2e^{\mathrm T}PD[(D^{\mathrm T}D)^{-1}D^{\mathrm T}\triangle Ax+w]. \tag{17}$$

由$G=[0_{q\times(p-q)}\ \ D_2^{\mathrm T}]$, 得

$$PD=C^{\mathrm T}G^{\mathrm T}. \tag{18}$$

定义$e_y=y-\hat y$, 则式(17)最后一项可重写为

$$2e^{\mathrm T}PD[(D^{\mathrm T}D)^{-1}D^{\mathrm T}\triangle Ax+w]=2e_y^{\mathrm T}G^{\mathrm T}(D^{\mathrm T}D)^{-1}D^{\mathrm T}\triangle Ax+2e_y^{\mathrm T}G^{\mathrm T}w. \tag{19}$$

又引理1, 可得

$$2e_y^{\mathrm T}G^{\mathrm T}(D^{\mathrm T}D)^{-1}D^{\mathrm T}\triangle Ax\leqslant 2e_y^{\mathrm T}G^{\mathrm T}(D^{\mathrm T}D)^{-1}D^{\mathrm T}\triangle A\hat x+\gamma 2e_y^{\mathrm T}G^{\mathrm T}(D^{\mathrm T}D)^{-1}Ge_y+\gamma^{-1}\alpha^2e^{\mathrm T}e, \tag{20}$$

$$2e^{\mathrm T}PD^{\perp}D^{\perp\mathrm T}\triangle Ax\leqslant \varepsilon_1^{-1}e^{\mathrm T}PD^{\perp}D^{\perp\mathrm T}Pe+\varepsilon_1\alpha^2e^{\mathrm T}e+\varepsilon_2^{-1}e^{\mathrm T}PD^{\perp}D^{\perp\mathrm T}Pe+\varepsilon_2\alpha^2\hat x^{\mathrm T}\hat x. \tag{21}$$

其中标量$\varepsilon_1,\varepsilon_2,\gamma>0$. 定义不等式(14)左侧为矩阵$-Q$, 则$Q\in\mathbb{R}^{n\times n}$为对称正定矩阵. 从式(19)~(21), $\dot V$的上界可放大为

$$\dot V\leqslant -e^{\mathrm T}Qe+\gamma e_y^{\mathrm T}G^{\mathrm T}(D^{\mathrm T}D)^{-1}Ge_y+2e_y^{\mathrm T}G^{\mathrm T}((D^{\mathrm T}D)^{-1}D^{\mathrm T}\triangle A\hat x+w)+\varepsilon_2\alpha^2\hat x^{\mathrm T}\hat x-2e^{\mathrm T}PL_vv. \tag{22}$$

将参数矩阵$L_v=P^{-1}C^{\mathrm T}$和控制律(16)代入上式, 得

$$\dot V\leqslant -e^{\mathrm T}Qe. \tag{23}$$

式(23)意味着估计误差e将会渐近趋于零点.

证毕.

注解 2 存在许多可能的正交补矩阵$D^{\perp\mathrm T}$, 任一选择都是可行的. 因为它们总是满足$D^{\perp}D^{\perp\mathrm T}+D(D^{\mathrm T}D)^{-1}D^{\mathrm T}=I$, 而出现在式(14)中的为$D^{\perp}D^{\perp\mathrm T}$.

注解 3 控制律(15)的具体实现是较为困难的, 同滑模控制律一样, 非线性项受限于开关的频率和动作的时延是无法精确实现的, 并常常导致抖振现象. 这里引入一个小的正实数r来改进控制律为

$$v=\frac{1}{2}\gamma G^{\mathrm T}(D^{\mathrm T}D)^{-1}Ge_y+\eta\frac{e_y}{\|e_y\|+r}+\varepsilon_2\alpha^2\frac{\|\hat x\|^2}{\|e_y\|^2+r^2}e_y. \tag{24}$$

易验证估计误差将被限制在零点附近的一个$o(r)$的小领域内, 即$\|e_y\|\leqslant kr$, 其中k为一有限的正实数. 考虑这与滑模控制中的去抖振方法类似, 以及Gu等在文献[7] 中的补充说明, 这样做是完全可行的. 只是, 误差向量将不会真实地到达零而是进入并被保持在零点附近的一个邻域内. 更详细的处理这类问题的内容可以参考文献[10], 相似的结论可见文献[6,7], 在其中, Gu 等将模型不确定性作为一个整体来考虑, 所得的结论具有较大的保守性.

在文献[2]中所提及的观测器综合需要求解如下的受限矩阵不等式:

$$PA-YC+A^{\mathrm T}P-C^{\mathrm T}Y^{\mathrm T}<0, \tag{25}$$
$$\text{s.t.}\ \ D^{\mathrm T}P=GC. \tag{26}$$

可以看出在定理1中，等式约束(26)被结构限制条件(13)所代替. 下面的定理进一步说明了此点.

定理 2 对具有规范性式(6)的线性系统(2), 线性矩阵方程(26)成立的充分必要条件是对称正定矩阵P具有式(13)的结构.

证 充分性. 若P具有式(13), 则取

$$G=[0_{q\times(p-q)}\ \ D_2^{\mathrm T}]P_2C_2^{-1},$$

可直接验证(26)成立.

必要性. 已知存在矩阵G使得式(26)成立. 那么将等式中的对称正定矩阵P分块为$P=$

$\begin{bmatrix} P_1 & P_{12} \\ P_{12}^{\mathrm{T}} & P_2 \end{bmatrix}$, 其中$P_{12} \in \mathbb{R}^{(n-p)\times P}$. 由式(26), 可得$D_2^{\mathrm{T}}[0\ \ I]_{q\times p}P_{12}^{\mathrm{T}} = 0$和$D_2^{\mathrm{T}}[0\ \ I]_{q\times p}P_2 = GC_2$. 由于$D_2$是非奇异的, 又$[I\ \ 0]^{\mathrm{T}}$是矩阵$[0\ \ I]_{q\times p}$ 的零空间的基, 故必然存在一个矩阵$K \in \mathbb{R}^{(p-q)\times(n-p)}$, 使得$P_{12} = K^{\mathrm{T}}[I\ \ 0]_{(p-q)\times p}$, 即对称正定矩阵$P$具有式(13)的结构. 证毕.

注解 4 定理2将观测器设计中的不易处理的线性矩阵方程的约束条件等价为一个具有特殊结构(13)的对称正定矩阵. 这样, 不可直接求解的受限LMI(25)(26) 就被转化为LMI(13)(14). 而LMI (13)(14)可通过现有的LMI-tools[11] 工具进行直接求解. Tan和Edwards[5]采用了一个相似但不同结构的对称正定矩阵来处理约束条件(26), 却没有给出其中的本质, 即结构(13)与等式(26)之间的关系.

上面给出了设计滑模观测器的参数的基本方法. 然而由于所用的线性矩阵不等式常常存在许多可行解, 而其中的一些较大数值的解会导致过高的控制输入, 因此讨论如何来获得一个较优的可行解是十分有必要的.

推论 1 如下的针对变量$(X, P_1, P_2, K, \xi, \gamma, \varepsilon_1, \varepsilon_2)$的优化问题给出了定理1 的优化解.

$$\min \operatorname{tr} X + \operatorname{tr} P_2 + \varepsilon_2 + \xi + \gamma, \tag{27}$$

$$\text{s.t.: } P = \begin{bmatrix} P_1 & K^{\mathrm{T}}[I\ \ 0] \\ [I\ \ 0]^{\mathrm{T}}K & P_2 \end{bmatrix} > 0, \tag{28}$$

$$\begin{bmatrix} -P & I \\ I & -X \end{bmatrix} < 0, \tag{29}$$

$$\begin{bmatrix} -\xi I & Y^{\mathrm{T}} \\ Y & -\xi I \end{bmatrix} < 0, \tag{30}$$

$$\begin{bmatrix} \varPi & PD^{\perp} & PD^{\perp} & \alpha I \\ D^{\perp\mathrm{T}}P & -\varepsilon_1 I & 0 & 0 \\ D^{\perp\mathrm{T}}P & 0 & -\varepsilon_2 & 0 \\ \alpha I & 0 & 0 & -\gamma I \end{bmatrix} < 0. \tag{31}$$

其中$\varPi = PA - YC + A^{\mathrm{T}}P - C^{\mathrm{T}}Y^{\mathrm{T}} + Q + \varepsilon_1\alpha^2 I$.

注解 5 预先设定的对称正定矩阵Q 决定了误差向量最小收敛速度,具体可见式(23). LMI (29)等价于$X > P^{-1}$, 因此min tr X 相当于min tr P^{-1}. 正实数γ被引入优化指标(27)中用来避免式(15)中存在过高控制量. LMI(30)用来限制矩阵$L = P^{-1}Y$范数. 这样匹配条件下的观测器系统可以在较低控制成本下实现. 相似的动机可以参看文献[5], 在其中, 详细论述了一个基于线性二次高斯优化观测器的设计步骤. 这里所要强调的是, 不等式(31)中与ε_1相关的项限制了系统矩阵不确定项的幅度, 另外, 相比于Gu等在文献[6]中结论所用到的P^2, 不满秩的项$PD^{\perp}D^{\perp\mathrm{T}}P$为系统的鲁棒设计提供了更小的保守性.

5 数值例子(Numerical example)

这里考虑的是一个燃气火炉的模型. Gu 等在文献[6]中研究了没有外部干扰的此模型的观测器设计问题. 在其模型基础上, 加入外部干扰后, 模型的状态空间描述如下:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \\ Ax(t) + \Delta A(t)x(t) + Bu(t) + Dw(u, y, t), \\ y(t) = Cx(t). \end{cases} \tag{32}$$

其中:

$$A = \begin{bmatrix} -0.0186 & -0.0065 & 0.0109 & 0.0129 \\ 0.0026 & -0.1354 & 0.0310 & 0.004 \\ -0.0972 & 0.0695 & -0.1273 & 0.053 \\ -0.0193 & -0.0155 & -0.1121 & -0.4934 \end{bmatrix}, \tag{33}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -0.0960 \\ 0.4969 & 0.0453 \end{bmatrix},\ D = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} 0.6707 & -0.1085 & -0.0286 & 0.0086 \\ -0.2750 & -0.1933 & -0.2175 & 0.0060 \end{bmatrix}. \tag{34}$$

与文献[6]相同, 系统矩阵的不确定项定义为$\triangle A = \delta I$. 这里取$\delta = 0.183\sin(10t)$. 外部的干扰假设为$w = [0\ \ 0.05]y(t) + 0.05\sin(10t)[1\ \ 1]u(t)$. 另, 假设系统初始条件为$x^{\mathrm{T}}(0) = [1, 1, 1, -1]$. 由以上数据, 可以设定假设条件中, $\alpha = 0.183, k_1 = 0.05\sqrt{2}$和$\rho(y, t) = 0.05[y_2(t)]$.

据引理2, 可得如下坐标变换矩阵

$$T = \begin{bmatrix} -0.3574 & -0.000 & 1.3530 & -0.0185 \\ 0.0038 & -0.0007 & 0.0148 & 1.000 \\ -0.7195 & 0.000 & -0.0815 & -0.0046 \\ -0.1141 & -0.1234 & -0.1319 & 0.0042 \end{bmatrix}. \tag{35}$$

由推论1, 求解优化问题(27)~(31), 得

$$G = [-0.0168\ \ -0.1992],$$

$$\eta = 0.2965\|\hat{x}\| + 0.0141\|u(t)\| + 0.01|y_2(t)|,$$

$$L = \begin{bmatrix} -0.3900 & -0.2745 \\ 0.0220 & 0.0678 \\ -0.2626 & 0.1754 \\ -0.0078 & 0.2180 \end{bmatrix},$$

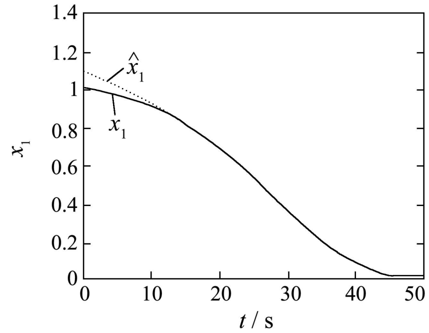
$$L_v = \begin{bmatrix} 0.0148 & -0.0018 \\ -0.0286 & 0.0035 \\ -1.0642 & 0.1307 \\ 0.8552 & 1.5209 \end{bmatrix}.$$

注意到以上参数是满足Gu 等在文献[7]中补充说明里所提的条件, 即矩阵对$(A-LC, L_v)$是可控的, 故本文的设计框架是完全可行的. 将上述参数代入式(4), 则可得观测器系统. 再由注解3, 取$r=0.01$, 相应的连续非线性控制输入量为

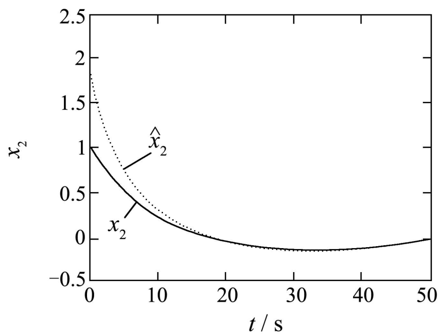
$$v(t)=\begin{bmatrix}0.0416 & 0.4927\\ 0.4927 & 5.8425\end{bmatrix}e_y+\eta\frac{e_y}{\|e_y\|+r}+4.0\frac{\|\hat{x}\|}{\|e_y\|^2+r^2}e_y. \tag{36}$$

此时观测器系统是针对规范型系统设计的, 因此原系统状态的观测值为$T^{-1}\hat{x}$. 为了很好地显示所提滑模控制器的效果, 采用正弦信号作为系统的输入量, 即$u(t)=[\sin(0.1t),\cos(0.1t)]^{\mathrm{T}}$. 仿真结果如图1所示.

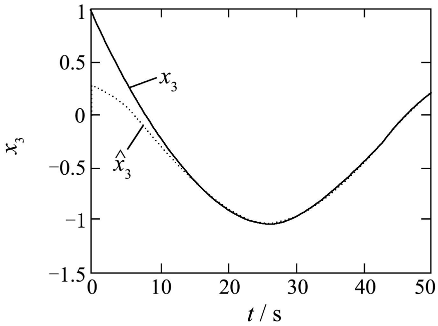
图1显示了本文所提观测器, 即使在系统矩阵不确定性存在的情况下, 仍然具有较好的观测效果. 这里需要指出的是文献[6]的方法是无法应用到此处的, 因为该方法所允许的系统矩阵不确定性, 其范数上届为$\delta_m=0.179$, 小于例子中的$\delta=0.183$. 容易验证, 应用本文所提的方法, 系统矩阵不确定性的范数上界为$\delta_m=0.204$, 这显示了本文方法具有更小的保守性.



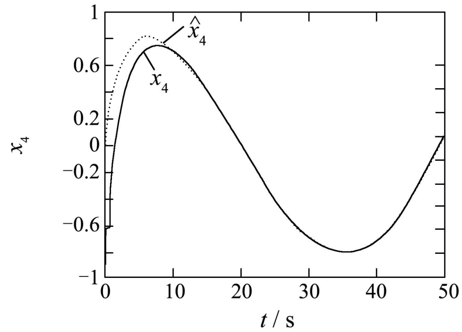
(a) $x_1, \hat{x}_1$



(b) $x_2, \hat{x}_2$



(c) $x_3, \hat{x}_3$



(d) $x_4, \hat{x}_4$

图 1 系统和观测器的轨迹(实线为系统轨迹x, 虚线为观测器轨迹$\hat{x}$)

Fig. 1 Trajectories of system states x and observer states $\hat{x}$(solid line: x, dashed line: $\hat{x}$)

6 结论(Conclusion)

针对一类具有系统矩阵不确定的线性系统, 给出了一个新的鲁棒滑模观测器的设计方法. 该方法的特点主要在两个方面, 一是将系统矩阵不确定项分为匹配与不匹配两个部分, 利用滑模控制理论对匹配不确定的绝对鲁棒性, 使得观测器具有更小的保守性; 二是证明了Walcott和Zak提出的限制条件等价于一个特殊结构的Lyapunov矩阵, 从而使得观测器的综合问题转换为一个可以直接求解的LMI 问题. 最后, 数值仿真例子验证了所提方法的有效性.

参考文献(References):

[1] UTKIN V. *Sliding Modes In Control Optimization*[M]. New York: Springer Verlag, 1992.

[2] WALCOTT B L, ZAK S H. State observation of nonlinear uncertain dynamic system[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1987, 32(2): 166 – 170.

[3] WALCOTT B L, ZAK S H. Combined observer controller synthesis for uncertain dyanmical system with applications[J]. *IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics*, 1998, 18(1): 88 – 104.

[4] XIONG Y , SAIF M. Sliding-mode observer for uncertain systems part I:Linear systems case[C]//*Proc of the 39th IEEE Conf on Decision and Control*. Sydney, Australia: IEEE Press, 2000: 316 – 321.

[5] TAN C P, EDWARDS C. An LMI approach for designing sliding mode observers[J]. *Int J Control*, 2001, 74(16): 1559 – 1568.

[6] GU D W, POON F W. A robus state ovserver scheme [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2001, 46(12): 1958 – 1963.

(下转第1004页)

[2] SUN Z D, GE S S. *Switched Linear Systems-Control and Design*[M]. New York: Springer -Verlag, 2004.

[3] ZHAO J, DIMIROVSKI G M. Quadratic stability of a class of switched nonlinear systems[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2004, 49(4): 574 – 578.

[4] 孙洪飞, 赵军. 切换对称组合系统的稳定性[J]. 控制理论与应用, 2003, 20(3): 441 – 444.
(SUN Hongfei, ZHAO Jun. Stability of a class of switched symmetric composite systems[J]. *Control Theory & Applications*, 2003, 20(3): 441 – 444.)

[5] MICHEL A N. Recent trends in the stability analysis of hybrid dynamical systems[J]. *IEEE Trans on Circuits System-I*, 1999, 46(1): 120 – 134.

[6] CHANG S S L, PENG T K C. Adaptive guaranteed cost control of systems with uncertain parameters[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1972, 17(4): 474 – 483.

[7] YANG G H, WANG J L, YENG C S. Reliable guaranteed cost control for uncertain nonlinear systems[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2000, 45(11): 2188 – 2192.

[8] 贾新春, 郑南宁, 张元林. 线性不确定时滞系统的可靠保性能鲁棒控制[J]. 自动化学报, 2003, 29(6): 971 – 975.
(JIA Xinchun, ZHEN Nianning, ZHANG Yuanlin. Reliable guaranteed cost robust control for linear uncertain time-delay systems[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2003, 29(6): 971 – 975.)

作者简介:

汪 锐 (1977—), 女, 博士研究生, 主要从事切换系统、容错控制方面的研究, E-mail: ruiwang01@126.com;

刘建昌 (1960—), 男, 教授, 博士生导师, 研究领域为智能控制理论与应用、复杂过程控制技术, E-mail: liujianchang@ise.neu.edu.cn;

赵 军 (1957—), 男, 教授, 博士生导师, 1991 年于东北大学信息科学与工程学院获博士学位, 1998–1999 年作为高级访问学者赴美国Illinois(Urbana-Champaign)研修, 从2003年10月至2004年10月, 作为高级访问学者在香港城市大学研修, 现为中国自动化学会控制理论委员会委员,《控制理论与应用》编委, 主要研究方向为复杂非线性系统结构、切换系统等, E-mail: zhaojun@ise.neu.edu.cn.

(上接第1000页)

[7] GU D W, POON F W. Authors' reply [comment on "a robust state oberserver scheme"][J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2003, 48(7): 1293 – 1294.

[8] 程云鹏, 张凯院, 徐仲. 矩阵论[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 2000.
(CHENG Yuanpeng, ZHANG Kaiyuan, XU Zhong. *Matrix Theory* [M]. Xi'an: Northwest Polytechnical University Press, 2000.)

[9] KHALIL H K. *Nonlinear Systems*[M]. 3rd edition. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 2002.

[10] POON F W. *Observer based robust fault detection:theory and rolling mill case study*[D]. UK: Univerdity of Leicester, 2000.

[11] GAHINET P, NEMIROVSKI A, LAUB A J, et al. *LMI Control Toolbox* [M]. Natick, MA: The Math Work Inc, 1995.

作者简介:

项 基 (1974—), 男, 讲师, 主要研究领域为滑模控制和复杂系统;

苏宏业 (1969—), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为现代控制理论与应用;

褚 健 (1963—), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究领域为自动控制理论及应用、先进过程控制和现场总线控制系统等.