

Takagi-Sugeno模糊连续系统的模糊采样控制

贾新春^{1,2}, 张静梅¹, 李宏峰¹, 郑南宁²

(1. 山西大学 数学科学学院, 山西 太原 030006; 2. 西安交通大学 人工智能与机器人研究所, 陕西 西安 710049)

摘要: 研究了T-S模糊连续系统的模糊采样控制问题. 利用广义系统的描述方法、Lyapunov-Krasovikii泛函以及线性矩阵不等式(LMI)方法, 建立了LMIs形式的依赖于采样时间间隔的模糊采样镇定条件, 同时给出了模糊采样控制律的设计方法. 所设计的模糊采样控制律可以镇定T-S模糊系统. 而且, 当连续时间模糊控制律可以镇定T-S模糊系统时, 对于足够小的采样时间间隔, 带有同样增益矩阵的模糊采样控制律也可以镇定T-S模糊系统. 最后, 通过两个仿真实例说明了所给方法的有效性.

关键词: T-S模糊系统; 模糊采样控制; 线性矩阵不等式(LMI)方法; 镇定
中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Fuzzy sampled-data control for Takagi-Sugeno continuous-time fuzzy systems

JIA Xin-chun^{1,2}, ZHANG Jing-mei¹, LI Hong-feng¹, ZHENG Nan-ning²

(1. School of Mathematics Science, Shanxi University, Taiyuan Shanxi 030006, China;
2. Institute of Artificial Intelligent and Robotics, Xi'an Jiaotong University, Xi'an Shanxi 710049, China)

Abstract: The fuzzy sampled-data control problem for Takagi-Sugeno(T-S) continuous-time fuzzy systems is discussed in this paper. A linear matrix inequalities (LMIs) condition for fuzzy sampled-data stabilization of T-S fuzzy systems is established via descriptor system approach and Lyapunov-Krasovikii function, as well as the LMI approach. The design methods of such fuzzy sampled-data control law which can stabilize T-S fuzzy systems, are simultaneously given. Moreover, when a continuous-time fuzzy controller can stabilize the T-S fuzzy systems, the corresponding fuzzy sampled-data controller with the same gain matrices can stabilize such T-S fuzzy systems for any small enough sampling intervals. Finally, two design examples are given to demonstrate the effectiveness of our design methods.

Key words: T-S fuzzy systems; fuzzy sampled-data control; linear matrix inequality (LMI) approach; stabilization

1 引言(Introduction)

近10年来, T-S模糊系统的系统分析和控制综合问题被广泛研究. 1985年, Takagi and Sugeno首先提出了T-S模糊连续模型^[1]. 1992年, Tanaka and Sugeno给出了模糊控制系统的稳定性分析与设计^[2]. 1998年, Tanaka等人提出了T-S模糊连续系统和T-S模糊离散系统的新的松弛稳定性条件, 以及基于LMIs方法的模糊调节器和模糊观测器的设计^[3].

最近, 线性连续系统的采样控制问题也有较多研究, 其稳定性分析方法主要有以下3种: 第1种方法称为提升技术, 即将采样问题转化为等价的有限维离散问题^[4,5]; 但是它不能用于采样时间不确定问题和不确定系统矩阵情况. 第2种方法是基于混合离散/连续模型描述的系统模型, 然而, 此方法即使对

于小的采样时间间隔也难以保证矩阵不等式的可行性问题^[6,7]; 第3种方法是Fridman 等人在2004年提出的输入时滞方法^[8], 它利用广义系统的Lyapunov 稳定性理论^[9,10]得到了依赖于采样时间间隔的采样镇定条件, 并在此基础上研究了不确定系统的鲁棒采样镇定问题和饱和状态反馈的区域镇定问题.

据笔者所知, 还没有非线性系统的基于T-S模糊模型的模糊采样控制问题的相关报道. 本文的主要工作是: 以T-S模糊系统描述的非线性系统为对象, 运用T-S模糊系统的局部线性特点, 将线性连续系统的采样控制设计问题推广到T-S模糊连续系统的模糊采样控制问题, 利用输入时滞方法得到了依赖于采样时间间隔的LMIs形式的模糊采样镇定条件, 给出了相应的模糊采样控制律的设计方法.

2 问题提出(Problem formulation)

T-S模糊模型是Takagi 和Sugeno首先提出的,它以模糊IF-THEN规则表示非线性系统的局部线性输入输出关系. T-S模糊模型的第*i*条规则为

$$R_i: \begin{cases} \text{IF } z_1(t) \text{ is } M_{i1} \text{ and } \cdots \text{ and } z_p(t) \text{ is } M_{ip}, \\ \text{THEN } \dot{\mathbf{x}}(t) = A_i \mathbf{x}(t) + B_i \mathbf{u}(t), \end{cases} \quad (1)$$

$i = 1, \dots, r.$

其中: M_{ij} 是模糊集, r 是 IF-THEN规则的数目. $\mathbf{x}(t) \in \mathbb{R}^n$, $\mathbf{u}(t) \in \mathbb{R}^m$ 分别是状态向量和控制输入向量. A_i, B_i 是适当维数的定常矩阵, $z_1(t), \dots, z_p(t)$ 是前件变量. 为了避免解模糊过程中的复杂性, 本文假设前件变量不依赖于输入向量 $\mathbf{u}(t)$.

对于模糊系统(1), 采用乘积推理机、单值模糊器及中心平均解模糊, 最终的模糊系统的输出可表示为

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \frac{\sum_{i=1}^r \omega_i(\mathbf{z}(t)) \{A_i \mathbf{x}(t) + B_i \mathbf{u}(t)\}}{\sum_{i=1}^r \omega_i(\mathbf{z}(t))} = \sum_{i=1}^r h_i(\mathbf{z}(t)) \{A_i \mathbf{x}(t) + B_i \mathbf{u}(t)\}, \quad (2)$$

其中 $\mathbf{z}(t) = [z_1(t), \dots, z_p(t)]^T$, $M_{ij}(z_j(t))$ 是 $z_j(t)$ 在模糊集 M_{ij} 中的隶属度函数.

$$\begin{cases} \omega_i(\mathbf{z}(t)) = \prod_{j=1}^p M_{ij}(z_j(t)), \\ \sum_{i=1}^r \omega_i(\mathbf{z}(t)) > 0, \omega_i(\mathbf{z}(t)) \geq 0, i = 1, \dots, r. \end{cases} \quad (3)$$

令

$$h_i(\mathbf{z}(t)) = \frac{\omega_i(\mathbf{z}(t))}{\sum_{i=1}^r \omega_i(\mathbf{z}(t))},$$

由式(3)可得

$$\sum_{i=1}^r h_i(\mathbf{z}(t)) = 1, h_i(\mathbf{z}(t)) \geq 0, i = 1, \dots, r.$$

考虑如下形式的采样控制律^[8]

$$\begin{cases} \mathbf{u}(t) = \mathbf{u}_d(t_k) = \mathbf{u}_d(t - (t - t_k)) = \mathbf{u}_d(t - \tau(t)), \\ t_k \leq t < t_{k+1}, \tau(t) = t - t_k, \end{cases}$$

其中 \mathbf{u}_d 是离散时间控制信号. 对于 $t_k \neq t_k$, 时变时滞 $\tau(t) = t - t_k$ 是导数为1的分段线性函数.

在本文中, 采用如下假设.

假设 1 $t_{k+1} - t_k \leq h, \forall k \geq 0$, 即控制律的最大采样间隔不超过 h .

利用PDC技术^[11]为模糊系统(1)建立模糊采样控

制律. 模糊采样控制律的第*i*条规则为

$$C_i: \begin{cases} \text{IF } z_1(t) \text{ is } M_{i1} \text{ and } \cdots \text{ and } z_p(t) \text{ is } M_{ip}, \\ \text{THEN } \mathbf{u}(t) = K_i \mathbf{x}(t - \tau(t)), i = 1, \dots, r, \end{cases}$$

其中 $t_k \leq t < t_{k+1}, \tau(t) = t - t_k$.

采用中心平均解模糊器、乘积推理机和单值模糊化^[11], 最终的模糊采样控制律可表示为

$$\mathbf{u}(t) = \frac{\sum_{i=1}^r \omega_i(\mathbf{z}(t)) K_i \mathbf{x}(t - \tau(t))}{\sum_{i=1}^r \omega_i(\mathbf{z}(t))} = \sum_{i=1}^r h_i(\mathbf{z}(t)) K_i \mathbf{x}(t - \tau(t)). \quad (4)$$

将式(4)代入式(2), 得带有模糊采样控制律的闭环模糊系统:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \sum_{i=1}^r h_i(\mathbf{z}(t)) A_i \mathbf{x}(t) + \\ &\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(\mathbf{z}(t)) h_j(\mathbf{z}(t)) B_i K_j \mathbf{x}(t - \tau(t)). \end{aligned} \quad (5)$$

如果记

$$\begin{cases} \bar{A} = \sum_{i=1}^r h_i(\mathbf{z}(t)) A_i, \\ \bar{B} = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(\mathbf{z}(t)) h_j(\mathbf{z}(t)) B_i K_j, \end{cases} \quad (6)$$

则模糊闭环系统(5)可以写为

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \bar{A} \mathbf{x}(t) + \bar{B} \mathbf{x}(t - \tau(t)). \quad (7)$$

本文的目的是设计模糊采样控制律(4), 使得模糊闭环系统(7)是渐近稳定的.

引理 1^[3] 若每一时刻 t 被激活的模糊规则数不超过 $s, 1 < s \leq r$, 那么

$$\sum_{i=1}^r h_i^2(\mathbf{z}(t)) - \frac{1}{s-1} \sum_{i=1}^r \sum_{j=i+1}^r 2h_i(\mathbf{z}(t))h_j(\mathbf{z}(t)) \geq 0, \forall t,$$

其中: $\sum_{i=1}^r h_i(\mathbf{z}(t)) = 1, h_i(\mathbf{z}(t)) \geq 0$.

3 模糊采样控制律设计 (Design of fuzzy sampled-data control law)

采用Fridman等的输入时滞方法^[8]等, 有如下主要结论.

定理 1 给定增益矩阵 K_j 和正常数 $h > 0$. 如果存在 $R (> 0), P_1 (> 0), P_2, P_3 \in \mathbb{R}^{n \times n}$, 以及对称矩阵 $Z \in \mathbb{R}^{2n \times 2n}$, 满足如下LMIs:

$$\Psi_1 < 0, \quad (8)$$

$$\begin{bmatrix} R & [0 \ \bar{B}^T]P \\ * & Z \end{bmatrix} \geq 0, \quad (9)$$

其中:

$$P = \begin{bmatrix} P_1 & 0 \\ P_2 & P_3 \end{bmatrix}, \Psi_1 = \Psi_0 + hZ + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & hR \end{bmatrix},$$

$$\Psi_0 = P^T \begin{bmatrix} 0 & I \\ \bar{A} + \bar{B} & -I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & I \\ \bar{A} + \bar{B} & -I \end{bmatrix}^T P,$$

则对于采样周期不超过 h 的任意采样, 闭环模糊系统(7)是渐近稳定的.

证 考虑模糊闭环系统(7)的一种广义系统描述,

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{y}(t), 0 = -\mathbf{y}(t) + \bar{A}\mathbf{x}(t) + \bar{B}\mathbf{x}(t - \tau(t)),$$

或

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{y}(t),$$

$$0 = \begin{cases} -\mathbf{y}(t) + \bar{A}\mathbf{x}(t) + \bar{B}\mathbf{x}(t - \tau(t)), & t \in [0, h), \\ -\mathbf{y}(t) + (\bar{A} + \bar{B})\mathbf{x}(t) - \bar{B} \int_{t-\tau(t)}^t \mathbf{y}(s) ds, & t \geq h. \end{cases}$$

类似于文献[8], 可以证得: 闭环模糊系统(7)是渐近稳定的. 证明过程略.

注 1 当模糊规则数为 1 时, 定理 1 的结论就变为文献[8]所给的结论.

注 2 从假设 1 可以看出, 采样时间既可以为等间隔采样, 也可以是非等间隔采样.

将连续时间模糊控制律

$$\mathbf{u}(t) = -\sum_{i=1}^r h_i(\mathbf{z}(t)) K_i \mathbf{x}(t), \quad (10)$$

应用到 T-S 模糊系统(2), 有

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = (\bar{A} + \bar{B})\mathbf{x}(t). \quad (11)$$

其广义系统描述为

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{y}(t),$$

$$0 = -\mathbf{y}(t) + \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(\mathbf{z}(t)) h_j(\mathbf{z}(t)) \{A_i + B_i K_j\} \mathbf{x}(t).$$

$$G_{ij} = \begin{bmatrix} Q_2 + Q_2^T + h\bar{Z}_1 & Q_3 + (A_i Q_1 + B_i \bar{Y}_j)^T - Q_2^T + h\bar{Z}_2 & hQ_2^T \\ * & -Q_3 - Q_3^T + h\bar{Z}_3 & hQ_3^T \\ * & * & -h\bar{R} \end{bmatrix}, i = 1, \dots, r, j = 1, \dots, r, \quad (14)$$

$$A_{ij} = \begin{bmatrix} Q_1 \bar{R}^{-1} Q_1 & 0 & (B_i \bar{Y}_j)^T \\ * & \bar{Z}_1 & \bar{Z}_2 \\ * & * & \bar{Z}_3 \end{bmatrix}, i = 1, \dots, r, j = 1, \dots, r. \quad (15)$$

则对于满足假设 1 的所有采样, 模糊采样控制律(4)可以镇定模糊系统(2), 其中局部增益矩阵为 $K_j = \bar{Y}_j Q_1^{-1} (j = 1, \dots, r)$.

证 式(8)等价于

$$P^T \begin{bmatrix} 0 & I \\ \bar{A} + \bar{B} & -I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & I \\ \bar{A} + \bar{B} & -I \end{bmatrix}^T P + hZ + \begin{bmatrix} 0 \\ hI \end{bmatrix} h^{-1} R \begin{bmatrix} 0 \\ hI \end{bmatrix}^T < 0.$$

用相类似的方法, 可以给出模糊闭环系统(11)渐近稳定性的充分条件: $\Psi_0 < 0$. 因此, 模糊闭环系统(11)的渐近稳定性条件等价于模糊闭环系统(7)中 $h = 0$ 的情形. 如果存在式(11)中的矩阵 P 满足 $\Psi_0 < 0$, 则对于足够小的采样时间上界 $h > 0$, 定理 1 中的 LMIs (式(8)(9))也是可行的 (例如, 令 $I = I_{2n}, R = [0 \ \bar{B}^T] P P^T [0 \ \bar{B}^T]^T$). 因此, 可得以下推论 1.

推论 1 若满足 $\Psi_0 < 0$ 的模糊控制律(10)可以镇定 T-S 连续模糊系统(2), 则对于足够小的采样间隔上界 $h > 0$, 满足假设 1 的带有同样增益矩阵 K_i 的模糊采样控制律(4)也可以镇定 T-S 模糊连续系统(2).

注意到定理 1 的式(8)(9)关于矩阵 P 和 K_i 是非线性的, 为了求解的可行性, 需要将其线性化. 因为 $P_i > 0$, 且式(8)要求 $-(P_3 + P_3^T)$ 为负定的, 所以 P 是非奇异的.

定义

$$P^{-1} = Q = \begin{bmatrix} Q_1 & 0 \\ Q_2 & Q_3 \end{bmatrix}, \Delta = \begin{bmatrix} Q \\ I \end{bmatrix}, \Delta_1 = \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q \end{bmatrix}.$$

定理 2 给定模糊系统(2)和正常数 $h > 0$. 如果存在矩阵 $Q_1 (> 0), Q_2, Q_3, \bar{R} (> 0) \in \mathbb{R}^{n \times n}, \bar{Y}_j \in \mathbb{R}^{q \times n} (j = 1, \dots, r)$ 和对称矩阵 $\bar{Z} = \begin{bmatrix} \bar{Z}_1 & \bar{Z}_2 \\ * & \bar{Z}_3 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{2n \times 2n}$ 满足下列矩阵不等式:

$$\sum_{i=1}^r h_i^2(\mathbf{z}(t)) G_{ii} + 2 \sum_{i=1}^r \sum_{j=i+1}^r h_i(\mathbf{z}(t)) h_j(\mathbf{z}(t)) \left(\frac{G_{ij} + G_{ji}}{2} \right) < 0, \quad (12)$$

$$\sum_{i=1}^r h_i^2(\mathbf{z}(t)) A_{ii} + 2 \sum_{i=1}^r \sum_{j=i+1}^r h_i(\mathbf{z}(t)) h_j(\mathbf{z}(t)) \left(\frac{A_{ij} + A_{ji}}{2} \right) \geq 0. \quad (13)$$

其中:

设 $\bar{R} = R^{-1}$, 利用Schur补性质可得

$$\begin{bmatrix} P^T \begin{bmatrix} 0 & I \\ \bar{A} + \bar{B} & -I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & I \\ \bar{A} + \bar{B} & -I \end{bmatrix}^T P + hZ & \begin{bmatrix} 0 \\ hI \\ -h\bar{R} \end{bmatrix} \end{bmatrix} < 0. \quad (16)$$

用 Δ^T , Δ 分别左乘、右乘(16), 得

$$\begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & I \\ \bar{A} + \bar{B} & -I \end{bmatrix} Q + Q^T \begin{bmatrix} 0 & I \\ \bar{A} + \bar{B} & -I \end{bmatrix}^T + hQ^T Z Q & Q^T \begin{bmatrix} 0 \\ hI \\ -h\bar{R} \end{bmatrix} \end{bmatrix} < 0.$$

将 $\bar{Z} = \begin{bmatrix} \bar{Z}_1 & \bar{Z}_2 \\ * & \bar{Z}_3 \end{bmatrix} = QZQ$, $Q = \begin{bmatrix} Q_1 & 0 \\ Q_2 & Q_3 \end{bmatrix}$, 式(10)代入上式, 并令 $\bar{Y}_j = K_j Q_1$, 有

$$\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(z(t)) h_j(z(t)) \begin{bmatrix} Q_2 + Q_2^T + h\bar{Z}_1 & Q_3 + (A_i Q_1 + B_i \bar{Y}_j)^T - Q_2^T + h\bar{Z}_2 & hQ_2^T \\ * & -Q_3 - Q_3^T + h\bar{Z}_3 & hQ_3^T \\ * & * & -h\bar{R} \end{bmatrix} < 0.$$

由式(14), 上式可写为式(12).

同理, 对式(9)进行相似变换, 两边分别左乘、右乘 Δ_1^T , Δ_1 , 可得

$$\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(z(t)) h_j(z(t)) \cdot \begin{bmatrix} Q_1 \bar{R}^{-1} Q_1 & 0 & (B_i \bar{Y}_j)^T \\ * & \bar{Z}_1 & \bar{Z}_2 \\ * & * & \bar{Z}_3 \end{bmatrix} \geq 0.$$

同样, 由式(15), 上式可写为式(13).

定理 3 考虑模糊系统(2), 如果存在矩阵 $Q_1 (> 0)$, $Q_2, Q_3, \bar{R} (> 0) \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $\bar{Y}_j \in \mathbb{R}^{q \times n} (j = 1, \dots, r)$, $T (\geq 0) \in \mathbb{R}^{3n \times 3n}$, 以及对称矩阵 $\bar{Z} = \begin{bmatrix} \bar{Z}_1 & \bar{Z}_2 \\ * & \bar{Z}_3 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{2n \times 2n}$ 满足下列矩阵不等式:

$$G_{ii} + (s-1)T < 0, \quad i = 1, \dots, r, \quad (17)$$

$$G_{ij} + G_{ji} - 2T \leq 0, \quad i = 1, \dots, r, \quad j = i+1, \dots, r, \quad (18)$$

$$A_{ii} \geq 0, \quad i = 1, \dots, r, \quad (19)$$

$$A_{ij} + A_{ji} \geq 0, \quad i = 1, \dots, r, \quad j = i+1, \dots, r, \quad (20)$$

其中: G_{ii} 和 G_{ij} 由式(14)给出, A_{ii} 和 A_{ij} 由式(15)给出. 则对于满足假设1的所有采样, 模糊采样控制律(4)可以镇定模糊系统(2), 其中局部增益矩阵为 $K_j = \bar{Y}_j Q_1^{-1} (j = 1, \dots, r)$.

证 记式(12)的左边矩阵为 Γ . 由条件(18)和引理1, 可得

$$\Gamma \leq \sum_{i=1}^r h_i^2(z(t)) G_{ii} + 2 \sum_{i=1}^r \sum_{j=i+1}^r h_i(z(t)) h_j(z(t)) T \leq$$

$$\sum_{i=1}^r h_i^2(t) G_{ii} + (s-1) \sum_{i=1}^r h_i^2(t) T = \sum_{i=1}^r h_i^2(t) (G_{ii} + (s-1)T).$$

若条件(17)成立, 则式(12)成立. 若条件(19)(20)成立, 式(13)成立. 因此, 定理结论成立.

注 3 定理2的式(15)中有非线性项 $Q_1 \bar{R}^{-1} Q_1$, 不能直接通过LMI工具箱来求解. 在此, 设 $\bar{R} = \epsilon Q_1$. 这样不仅可以有效计算, 同时保证: 当原不等式(19)(20)可行时, 带有足够大的调节参数 ϵ 的不等式(23)(24)也是可行的. 因此, 定理3中矩阵不等式(17)~(20)可用下述带有调节参数 ϵ 的LMIs(式(21)~(24))来替换.

$$\tilde{G}_{ii} + (s-1)T < 0, \quad i = 1, \dots, r, \quad (21)$$

$$\tilde{G}_{ij} + \tilde{G}_{ji} - 2T \leq 0, \quad i = 1, \dots, r, \quad j = i+1, \dots, r, \quad (22)$$

$$\tilde{A}_{ii} \geq 0, \quad i = 1, \dots, r, \quad (23)$$

$$\tilde{A}_{ij} + \tilde{A}_{ji} \geq 0, \quad i = 1, \dots, r, \quad j = i+1, \dots, r, \quad (24)$$

其中:

$$\tilde{G}_{ij} = \begin{bmatrix} Q_2 + Q_2^T + h\bar{Z}_1 & \Theta & hQ_2^T \\ * & -Q_3 - Q_3^T + h\bar{Z}_3 & hQ_3^T \\ * & * & -\epsilon hQ_1 \end{bmatrix},$$

$$\tilde{A}_{ij} = \begin{bmatrix} \epsilon Q_1 & 0 & (B_i \bar{Y}_j)^T \\ * & \bar{Z}_1 & \bar{Z}_2 \\ * & * & \bar{Z}_3 \end{bmatrix},$$

$$\Theta = Q_3 + (A_i Q_1 + B_i \bar{Y}_j)^T - Q_2^T + h\bar{Z}_2.$$

4 仿真例子 (Simulation examples)

例 1 考虑一个直流电动齿轮小车控制倒立摆问题^[12,14,15], 其模糊模型描述如下:

$$R_1: \text{IF } x_1(t) \text{ is } F_1, \text{ THEN } \dot{x}(t) = A_1 x(t) + B_1 u(t),$$

R_2 : IF $x_1(t)$ is F_2 , THEN $\dot{\boldsymbol{x}}(t) = A_2\boldsymbol{x}(t) + B_2\boldsymbol{u}(t)$,

其中: $\boldsymbol{x}(t) = [x_1(t), x_2(t), x_3(t)]^T$, $x_1(t)$ 是倒立摆的角度, $\dot{x}_2(t) = x_1(t)$, $x_3(t)$ 是马达的电流,

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 9.8 & 0 & 1 \\ 0 & -10 & -10 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 10 \end{bmatrix},$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -10 & -10 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 10 \end{bmatrix}.$$

模糊集 F_1 和 F_2 定义如下:

$$F_1(x_1(t)) = \begin{cases} \frac{\sin(x_1(t))}{x_1(t)}, & x_1(t) \neq 0, \\ 1, & x_1(t) = 0, \end{cases}$$

$$F_2(x_1(t)) = 1 - F_1(x_1(t)).$$

该模糊系统精确地表示了非线性机械系统在 $-\pi \leq x_1(t) \leq \pi$ 下的情形. 注意到模糊模型中的 $B_1 = B_2 = B$. 为了不失一般性, 考虑 B_1 和 B_2 不同的情形, 令 $B_2 = [0 \ 0 \ 20]^T$.

当采样间隔上界 $h = 0.35$ 和 $\varepsilon = 3$ 时, LMIs (式(21)~(24)) 有可行解, 模糊采样控制律的局部增益矩阵为:

$$K_1 = [-20.4782 \quad -5.6998 \quad -0.4642],$$

$$K_2 = [-6.0359 \quad -2.8412 \quad -0.2285].$$

当系统初始条件为 $\boldsymbol{x}(0) = [1 \ 10 \ 0]^T$ 时, 闭环倒立摆系统的状态 $\boldsymbol{x}(t)$ 的响应曲线见图 1. 闭环系统的 3 个状态 $x_1(t)$, $x_2(t)$ 和 $x_3(t)$ 均较快地趋于平衡态.

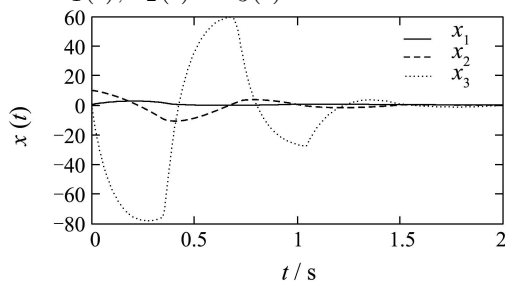


图 1 闭环倒立摆系统的状态响应曲线

Fig. 1 Curves of state response of the closed-loop invert pendulum system

例 2 考虑 Rossler 系统^[13], 其系统描述如下

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = -x_2(t) - x_3(t), \\ \dot{x}_2(t) = x_1(t) + ax_2(t), \\ \dot{x}_3(t) = bx_1(t) - (c - x_1(t))x_3(t) + u(t). \end{cases} \quad (25)$$

其中: $a = 0.34$, $b = 0.4$ 和 $c = 4.5$. 此时, 系统的状态轨迹表现为混沌行为. 假设 $d = 10$, 则模糊系

统(26)可以精确描述非线性系统(25).

$$\begin{cases} R_1 : \text{IF } x_1(t) \text{ is } F_1, \\ \quad \text{THEN } \dot{\boldsymbol{x}}(t) = A_1\boldsymbol{x}(t) + B_1\boldsymbol{u}(t), \\ R_2 : \text{IF } x_1(t) \text{ is } F_2, \\ \quad \text{THEN } \dot{\boldsymbol{x}}(t) = A_2\boldsymbol{x}(t) + B_2\boldsymbol{u}(t), \end{cases} \quad (26)$$

其中: $\boldsymbol{x}(t) = [x_1(t), x_2(t), x_3(t)]^T$, 相应的系数矩阵和隶属度分别为

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 1 & a & 0 \\ b & 0 & -d \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix},$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 1 & a & 0 \\ b & 0 & d \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix},$$

$$F_1(x_1(t)) = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{c - x_1(t)}{d} \right),$$

$$F_2(x_1(t)) = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{c - x_1(t)}{d} \right).$$

由 $B_1 = B_2$, 定理 3 的条件可简化为: 满足矩阵不等式 $G_{ii} < 0 (i = 1, \dots, r)$ 和式(19), 其中, G_{ii} 由式(14)给出. 当采样间隔上界 $h = 0.1$ 以及 $\varepsilon = 3$ 时, 根据定理 3, 得模糊采样控制律的增益矩阵为: $K_1 = [11.8071 \ 1.7963 \ -8.3780]$, $K_2 = [5.8875 \ 0.6477 \ -19.2643]$. 设 Rossler 系统的初始条件为 $\boldsymbol{x}(t) = [1 \ -1 \ -1]^T$, 闭环 Rossler 系统的状态响应曲线见图 2. 可以看出, 状态 $x_1(t)$, $x_2(t)$ 和 $x_3(t)$ 均趋于平衡态.

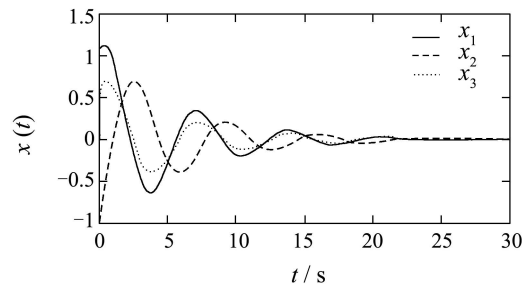


图 2 闭环 Rossler 系统的状态响应曲线

Fig. 2 Curves of state response of the closed-loop Rossler system

5 结束语 (Conclusion)

本文讨论了 T-S 模糊连续系统的模糊采样控制问题, 以 LMIs 形式给出了依赖于采样时间间隔上界的系统镇定的判别条件以及模糊采样控制律的设计方法. 并应用此方法分别研究了倒立摆系统和 Rossler 系统的模糊采样控制问题, 说明了所给方法的有效性.

参考文献(References):

- [1] TAKAGI T, SUGENO M. Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control[J]. *IEEE Trans on Systems, Man, Cybernetics*, 1985, 15(1): 116 – 132.
- [2] TANAKA K, SUGENO M. Stability analysis and design of fuzzy control systems[J]. *Fuzzy Sets Systems*, 1992, 45(2): 135 – 156.
- [3] TANAKA K, IKEDA T, WANG HUA O. Fuzzy regulators and fuzzy observers: relaxed stability conditions and LMI-based designs[J]. *IEEE Trans on Fuzzy Systems*, 1998, 6(2): 250 – 265.
- [4] BAMIEH B, PEARSON J, FRANCIS B, et al. A lifting technique for linear periodic systems[J]. *Systems & Control Letters*, 1991, 17(2): 79 – 88.
- [5] YAMAMOTO Y. New approach to sampled-data control systems: a function space method[C]// *Proc of the 29th Conference on Decision and Control*. Honolulu, HI: [s.n.], 1990: 1882 – 1887.
- [6] HU L S, CAO Y Y, SHAO H H. Constrained robust sampled-data control for nonlinear uncertain systems[J]. *Int J of Robust and Non-linear Control*, 2002, 12(5): 447 – 464.
- [7] HU L S, LAM J, CAO Y Y, et al. A LMI approach to robust H_2 sampled-data control for linear uncertain systems[J]. *IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics B*, 2003, 33(1): 149 – 155.
- [8] FRIDMAN E, SEURET A, RICHARD J. Robust sampled-data stabilization of linear systems: an input delay approach[J]. *Automatica*, 2004, 40(8): 1441 – 1446.
- [9] TAKABA K, MORIHIRA N, KATAYAMA T. A generalized Lyapunov theorem for descriptor systems[J]. *Systems & Control Letters*, 1995, 24(1): 49 – 51.
- [10] 张庆灵. 广义系统结构稳定性判别的李亚普诺夫方法[J]. *系统科学与数学*, 1994, 14(2): 117 – 120.
- (ZHANG Qingling. Lyapunov criteria for the structural stability in descriptor systems[J]. *J of Systems Science and Mathematical Sciences*, 1994, 14(2): 117 – 120.)
- [11] WANG H, TANAKA K, GRIFFIN M. Parallel distributed compensation of nonlinear systems by Takagi and Sugeno's fuzzy model[C]// *Proc of 4th IEEE Int Conf on Fuzzy Systems*. Yokohama, Japan: [s.n.], 1995: 531 – 538.
- [12] KUSHEWSKI J G, HUI S, ZAK S H. Application of feedforward neural networks to dynamical system identification and control[J]. *IEEE Trans on Control Systems Technology*, 1993, 38(1): 37 – 49.
- [13] TANAKA K, IKEDA T, WANG HUA O. A unified approach to controlling chaos via an LMI-Based fuzzy control system design[J]. *IEEE Trans on Circuits and Systems-I: Fundamental Theory and Applications*, 1998, 45(10): 1021 – 1040.

作者简介:

贾新春 (1964—), 男, 教授, 1988年获中科院系统科学研究所硕士学位, 2003年4月获西安交通大学博士学位, 主要研究领域为鲁棒控制、模糊控制和智能信息处理等, E-mail: xchjia@sxu.edu.cn;

张静梅 (1983—), 女, 硕士研究生, 主要研究方向为模糊控制和鲁棒控制, E-mail: meizijingjing@163.com;

李宏峰 (1977—), 女, 硕士研究生, 主要研究方向为模糊控制和鲁棒控制;

郑南宁 (1952—), 男, 院士, 教授, 1981年获西安交通大学自动控制专业硕士学位, 1985年3月获日本庆应大学工学博士学位, 主要研究领域为模式识别与智能系统、机器视觉与图象处理等.