文章编号: 1000-8152(2007)01-0084-06

## 一类动态多尺度系统融合估计算法的分析

崔培玲<sup>1,2</sup>, 王桂增<sup>1</sup>, 潘 泉<sup>3</sup>

(1. 清华大学 自动化系, 北京 100084; 2. 北京航空航天大学 仪器科学与光电工程学院, 北京 100083;

3. 西北工业大学 自动化学院, 陕西 西安 710072)

摘要:为了进一步认识基于状态空间投影的一类动态多尺度系统的融合估计算法本质,本文对该算法进行了分析. 首先,将该融合估计算法和在最细尺度上直接进行卡尔曼滤波的算法性能进行了比较,并用仿真进行了验证. 结果表明,在最细尺度上,融合估计效果比直接进行卡尔曼滤波的效果好. 其次,从计算过程和计算量方面,与一般的时间配准方法进行了对比分析. 结果表明,该融合估计算法用比较严谨的数学模型代替了时间配准,可以在每个尺度上获得基于全部观测信息的最优估计,但计算量比时间配准方法大. 本文的研究为基于状态空间投影的一类动态多尺度系统的融合估计算法的实际应用奠定了基础.

关键词: 动态多尺度系统; 状态空间投影; 卡尔曼滤波 中图分类号: TN911.7 文献标识码: A

### Analyzing of the fusion estimation algorithm of a class of dynamic multiscale system

CUI Pei-ling<sup>1,2</sup>, WANG Gui-zeng<sup>1</sup>, PAN Quan<sup>3</sup>

(1. Department of Automation, Tsinghua University, Beijing 100084, China;

2. School of Instrumentation Science & Opto-electronics Engineering,

Beijing University of Aeronautics & Astronautics, Beijing 100083, China;

3. Department of Automatic Control, Northwestern Polytechnical University, Xi'an Shaanxi 710072, China)

Abstract: The fusion estimation algorithm of a class of dynamic multiscale system based on state space projection is explained for clearly understanding of its essence in this paper. Firstly, the fusion estimation algorithm is compared with that directly performing Kalman filter at the finest scale. Simulation results show that performance of the fusion estimation algorithm outperforms that of directly performing Kalman filter at the finest scale. Secondly, the fusion estimation algorithm is compared with general time registration method in terms of algorithm process and computational cost. It is shown that, time registration is replaced with rigorous mathematical model in the fusion estimation algorithm, and optimal estimation based on measurement information at all scales can be obtained, and at the same time, the computational cost is larger than that of time registration method. It thus lays a foundation for practical application of the fusion estimation algorithm for a class of dynamic multiscale system.

Key words: dynamic multiscale system; state space projection; Kalman filter

### 1 引言 (Introduction)

为了提高动态系统的状态估计、目标识别和目标跟踪等方面的性能,可采用多个不同采样率的传感器对其进行观测,这类系统被称为动态多尺度系统(dynamic multiscale system, DMS).此时,观测数据的数据量大并且具有多尺度特征,传统的数据处理技术和融合手段很难直接应用到这类系统中.因此,研究其建模和融合估计方法就成为众多科技工作者努力探索的问题.在这方面已取得了一些研究成果,国外主要是以Willsky<sup>[1]</sup>,Hong<sup>[2,3]</sup>为首的研究小组、国内主要是作者所在课题组近十年进行的大量研究<sup>[4~10]</sup>.

文献 [5,6] 研究了一类动态多尺度系统的最优估

计,这类系统具有已知的动态系统模型约束,由具有 不同采样率的多个传感器所独立观测. 传感器的信 号采集带宽成倍递减,相应的采样频率也成倍递减. 提出了状态空间投影方程,用Haar小波<sup>[5]</sup>和一般紧 支撑小波<sup>[6]</sup>来拟合状态在各尺度空间的投影关系. 通过将一个时间块中的所有观测信息进行扩维,给 出了该类动态多尺度系统的离散模型,此模型满足 标准卡尔曼滤波条件.

本文对该类系统的融合估计算法进行分析.将在 最细尺度上得到的融合估计结果与在最细尺度上直 接进行卡尔曼滤波作了比较;从计算过程和计算量 方面,与一般的时间配准方法进行比较.从而更易理 解该融合估计算法的本质,为其实际应用奠定基础.

收稿日期: 2005-09-23; 收修改稿日期: 2006-02-23.

基金项目: 国家自然科学基金重点资助项目(60234010); 中国博士后基金资助项目(2005037353); 国家"863"计划资助项目(2006AA042168).

### 2 基于状态空间投影的DMS融合估计算 法(DMS fusion estimation algorithm based on state space projection)

### 2.1 DMS融合估计问题的描述(Problem formulation of DMS fusion estimation)

DMS融合估计算法的目的,在于得到动态多尺度系统的最优估计.这类系统由具有不同采样率的J个传感器独立观测,这样就得到了J组观测.由于观测的是同一目标,因而不同传感器的观测值相互联系,可以通过数据融合得到DMS目标的最优估计.

将传感器按采样率高低从1到J排列,设传感器1的采样率最高. 用 $x_1(t)$ 来近似x(t), DMS由如下的方程表示

$$x_1(k_1) = A(k_1)x_1(k_1) + B(k_1)w(k_1), \qquad (1)$$

$$z_j(k_j) = C_j(k_j)x_j(k_j) + v_j(k_j), j = 1, 2, \cdots, J.$$
 (2)

其中:  $x_j(k_j) \in \mathbb{R}^{N_x \times 1}$ 为待估计的状态矢量,  $z_j(k_j) \in \mathbb{R}^{N_x^j \times 1}$ 为观测,  $k_j$ 表示尺度 *j*上的采样时刻.  $A(k_1), B(k_1)$ 为系统和输入矩阵,  $C_j(k_j)$ 为尺度 *j*上 的观测阵, 零均值高斯白噪声  $w(k_1)$ 和  $v_j(k_j)$ 独立, 方差分别为  $Q(k_1)$ 和  $R_j(k_j)$ .

状态 $x_j$ 属于 $x_1$ 的某个子空间,由传感器j的采 样率决定.对于这类DMS,不可以直接利用卡尔 曼滤波作为线性最小方差估计算法.文献[5]中 针对的DMS的传感器的采样率从1到J成倍递 减,图1给出了这类DMS的状态节点结构.在每 个时间块 $k\Delta T$ ,尺度1上有 $2^{J-1}$ 个节点,尺度2上 有2<sup>*J*-2</sup>个节点,直至尺度*J*上有1个节点,状态节点的最优估计需要利用各个尺度上的观测信息.



### 图 1 一个时间块内离散动态多尺度系统的状态节点结构 Fig.1 Tree structure of the DMS state nodes within a time block

### 2.2 状态空间投影<sup>[5]</sup>(State space projection)

出于简洁有效的考虑,希望在每一个时间 块 $k\Delta T$ 的内部,完成状态空间从最细尺度向其余 尺度的投影. Haar小波变换的滤波器只有两拍,可以 满足要求. 如图1所示,尺度 $j,j = 2,3,\dots,J$ 上的 节点 $x_j(k_j), k_j = 2^{J-j}k, 2^{J-j}k + 1,\dots, 2^{J-j}(k + 1) - 1$ 可以表示为其下一尺度上节点的Haar小波变换

$$x_j(k_j) = \frac{\sqrt{2}}{2} \left( x_{j-1}(2k_j) + x_{j-1}(2k_j+1) \right).$$

定义

$$\bar{x}(k) = \operatorname{col}\{x_1(2^{J-1}k), x_1(2^{J-1}k+1), \cdots, x_1(2^{J-1}(k+1)-1)\},$$
(3)

$$M_{j}(m_{j}) = \left[\underbrace{\underbrace{0 \cdot I, \cdots, 0 \cdot I}_{2^{j-1}m_{j}}, \underbrace{(\frac{\sqrt{2}}{2})^{j-1} \cdot I, \cdots, (\frac{\sqrt{2}}{2})^{j-1} \cdot I}_{2^{j-1}}, \underbrace{0 \cdot I, \cdots, 0 \cdot I}_{2^{j-1}(2^{J-j}-m_{j}-1)}\right].$$
 (4)

其中: col表示将括号内的数据组成列向量,  $\bar{x}(k)$ 为 $2^{J-1}N_x \times 1$ 维矩阵,  $m_j = 0, 1, \dots, 2^{J-j} - 1, j = 1, 2, \dots, J$ , *I*是  $N_x$ 维单位阵.则状态空间投影方 程为

$$x_j(2^{J-j}k + m_j) = M_j(m_j) \cdot \bar{x}(k).$$
(5)

**2.3** 等效状态方程<sup>[5]</sup>(Equivalent state equation) 以线性完堂系统为例 系统的状态方程加下

$$x_1(2^{J-1}(k+1)+1) = Ax_1(2^{J-1}(k+1)) + Bw(2^{J-1}(k+1)).$$
(6)

基于状态空间投影方程,推导按时间块递推的等 效状态方程,可得

$$\bar{x}(k+1) = \bar{A}\bar{x}(k) + \bar{B}\bar{w}(k).$$
 (7)

 $\begin{aligned}
\bar{\mathbf{x}} \oplus: \bar{A} \in \mathbb{R}^{2^{J-1}N_{x} \times 2^{J-1}N_{x}}, \bar{B} \in \mathbb{R}^{2^{J-1}N_{x} \times 2^{J-1}u}, \\
\bar{w}(k) \in \mathbb{R}^{2^{J-1}u \times 1}, \underline{\mathbb{H}} \\
\begin{cases}
\bar{w}(k) \in \mathbb{R}^{2^{J-1}u \times 1}, \underline{\mathbb{H}} \\
0 \cdots 0 \quad A^{2} \\
\vdots & \vdots & \vdots \\
0 \cdots 0 \quad A^{2^{J-1}}
\end{aligned}, \\
\bar{B} = \begin{bmatrix} 0 \cdots 0 \quad A^{1} \\
0 \cdots 0 \quad A^{2^{J-1}} \\
AB \quad B \quad 0 \quad \cdots \quad \cdots \quad 0 \\
AB \quad B \quad 0 \quad \cdots \quad \cdots \quad 0 \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
A^{2^{J-1}-1}B \quad A^{2^{J-1}-2}B \cdots \quad B \quad 0 \quad \cdots \quad 0 \end{bmatrix}, \\
\bar{w}(k) = \operatorname{col}(w(2^{J-1}(k+1)-1), w(2^{J-1}(k+1)), \cdots, n)), \\
\end{aligned}$ 

 $w(2^{J-1}(k+2)-2)).$ 

**2.4** 等效观测方程<sup>[5]</sup>(Equivalent measurement equation)

基于状态空间投影方程, 推导按时间块递推 的等效观测方程.  $k\Delta T$ 时间块内, 尺度 j上节点  $x_i(2^{J-j}k + m_i)$ 的观测方程为

$$z_{j}(2^{J-j}k+m_{j}) = C_{j}x_{j}(2^{J-j}k+m_{j})+v_{j}(2^{J-j}k+m_{j}).$$
(9)

由式(5),可知

$$z_j(2^{J-j}k + m_j) = C_j M_j(m_j)\bar{x}(k) + v_j(2^{J-j}k + m_j).$$
(10)

定义

$$\begin{split} \bar{z}_j(k) &= \operatorname{col}(z_j(2^{J-j}k), z_j(2^{J-j}k+1), \cdots, \\ &z_j(2^{J-j}(k+1)-1)), \\ \bar{C}_j &= \operatorname{col}(C_j M_j(0), C_j M_j(1), \cdots, C_j M_j(2^{J-j}-1)), \\ \bar{v}_j(k) &= \operatorname{col}(v_j(2^{J-j}k), v_j(2^{J-j}k+1), \cdots, \\ &v_j(2^{J-j}(k+1)-1)). \end{split}$$

可推得 $\bar{v}_j(k)$ 的方差阵为

$$\bar{R}_j(k) = \operatorname{diag}[R_j(\cdot), R_j(\cdot), \cdots, R_j(\cdot)].$$

则有

$$\bar{z}_j(k) = \bar{C}_j \bar{x}(k) + \bar{v}_j(k).$$

定义

$$\bar{z}(k) = \operatorname{col}(\bar{z}_J(k), \bar{z}_{J-1}(k), \cdots, \bar{z}_1(k)),$$
  

$$\bar{C} = \operatorname{col}(\bar{C}_J, \bar{C}_{J-1}, \cdots, \bar{C}_1),$$
  

$$\bar{v}(k) = \operatorname{col}(\bar{v}_J(k), \bar{v}_{J-1}(k), \cdots, \bar{v}_1(k)).$$

其中白噪声 v(k)的方差为

$$\bar{R}(k) = \operatorname{diag}[R_J(k), R_{J-1}(k), \cdots, R_1(k)].$$

则有

$$\bar{z}(k) = \bar{C}\bar{x}(k) + \bar{v}(k). \tag{11}$$

式(7)和式(11)组成了一对满足标准卡尔曼滤 波的基本方程,对其实施卡尔曼滤波,将得到 $\bar{x}(k)$ 的最优估计值 $\hat{x}(k)$ .对于其他尺度上的状态节点 估计值,有定理1,见文献[5].

定理1 如果 $\hat{x}(k)$ 是 $\bar{x}(k)$ 在时间块 $k\Delta T$ 的线 性最小方差估计,那么尺度 $j = 2, \cdots, J$ 上的 状态节点 $x_j(M^{J-j}k + m_j)$ 的线性最小方差估计 为 $M_j(m_j)\hat{x}(k)$ .

- 3 与最细尺度上直接进行卡尔曼滤波 的比较(Comparing with directly performing Kalman filter at the finest scale)
- **3.1** 算法**I: DMS**融合估计算法(Algorithm I: DMS fusion estimation algorithm)

将式 (7) 和式 (11) 写在一起  

$$\begin{cases} \bar{x}^{(I)}(k+1) = \bar{A}\bar{x}^{(I)}(k) + \bar{B}\bar{w}^{(I)}(k), \\ \bar{z}^{(I)}(k) = \bar{C}^{(I)}\bar{x}^{(I)}(k) + \bar{v}^{(I)}(k). \end{cases}$$
(12)

对上式进行卡尔曼滤波, 就可得到 $\bar{x}^{(I)}(k)$ 的估计 值 $\hat{x}^{(I)}(k)$ .

 3.2 算法II: 在最细尺度上推导按时间块递推 的等效模型后, 进行卡尔曼滤波(Algorithm II: performing Kalman filter at the finest scale with the equivalent model that is recursive in time block)

根据最细尺度(尺度1)上的状态方程和观测 方程,推导按时间块递推的等效模型,然后进行 卡尔曼滤波,把这种算法记为算法Ⅱ.算法Ⅰ和算 法Ⅱ相比,等效状态方程的建立是一样的,下面推 导算法Ⅱ的等效观测方程.定义

$$M_1(m_1) = \left[\underbrace{\underbrace{0 \cdot I, \cdots, 0 \cdot I}_{m_1} I \ 0 \cdot I, \cdots, 0 \cdot I}_{m_1}\right]$$

其中 I为  $N_x \times N_x$ 的单位阵. 状态节点  $x_1(2^{J-1}k + m_1)$ 可以写为

$$x_1(2^{J-1}k + m_1) = M_1(m_1)\bar{x}(k).$$
 (13)

则

$$z_1(2^{J-1}k+m_1) = C_1 M_1(m_1)\bar{x}(k) + v_1(2^{J-1}k+m_1).$$
(14)

定义

$$\bar{z}_{1}^{(\mathrm{II})}(k) = \operatorname{col}(z_{1}(2^{J-1}k), z_{1}(2^{J-1}k+1), \cdots, z_{1}(2^{J-1}(k+1)-1)), \quad (15)$$

$$\bar{C}_1^{(\mathrm{II})} = \operatorname{col}(C_1 M_1(0), C_1 M_1(1), \cdots, C_1 M_1(2^{J-1} - 1)), \qquad (16)$$

$$\bar{v}_1^{(\mathrm{II})}(k) = \operatorname{col}(v_1(2^{J-1}k), v_1(2^{J-1}k+1), \cdots, v_1(2^{J-1}(k+1)-1)).$$
 (17)

则有

$$\bar{z}_1^{(\mathrm{II})}(k) = \bar{C}_1^{(\mathrm{II})} \bar{x}(k) + \bar{v}_1^{(\mathrm{II})}(k).$$
 (18)

将式 (7) 和式 (18) 写在一起  $\begin{cases} \bar{x}^{(\text{II})}(k+1) = \bar{A}\bar{x}^{(\text{II})}(k) + \bar{B}\bar{w}^{(\text{II})}(k), \\ \bar{z}_{1}^{(\text{II})}(k) = \bar{C}_{1}^{(\text{II})}\bar{x}^{(\text{II})}(k) + \bar{v}_{1}^{(\text{II})}(k). \end{cases}$ (19) 对上式进行卡尔曼滤波, 就可得到 $\bar{x}^{(II)}(k)$ 的估计 值 $\hat{x}^{(II)}(k)$ .

# **3.3** 算法III: 在最细尺度上直接进行卡尔曼滤 波(Algorithm III: directly performing Kalman filter at the finest scale)

把在最细尺度上直接进行卡尔曼滤波的算法, 记为算法 III. 则有

$$\begin{cases} x_1^{(\mathrm{III})}(2^{J-1}(k+1)+1) = \\ Ax_1^{(\mathrm{III})}(2^{J-1}(k+1)) + Bw(2^{J-1}(k+1)), \\ z_1^{(\mathrm{III})}(2^{J-1}(k+1)+1) = \\ C_1x_1^{(\mathrm{III})}(2^{J-1}(k+1)+1) + v_1^{(\mathrm{III})}(2^{J-1}(k+1)+1). \end{cases}$$
(20)

对上式直接进行卡尔曼滤波,可得到 $x_1^{(III)}(\cdot)$ 的估 计值 $\hat{x}_1^{(III)}(\cdot)$ 

### 3.4 算法比较(Algorithm comparisons)

算法Ⅱ虽然也是在最细尺度上进行卡尔曼 滤波,但与一般的卡尔曼滤波(算法Ⅱ)不同.文 献[10]指出,算法Ⅱ等价于最细尺度上在一个时 间块内进行卡尔曼滤波后,再进行平滑.故算 法Ⅱ的估计精度比算法Ⅲ的估计精度好,那么要 说明算法I与算法Ⅲ的估计精度的关系,需要将 算法I和算法Ⅱ进行比较.

算法I和算法Ⅱ相比,等效状态方程是一样的. 等效观测方程中的矩阵为

$$\bar{z}^{(\mathrm{I})}(k) = \begin{bmatrix} z_2(k) \\ z_1(2k) \\ z_1(2k+1) \end{bmatrix}, \ \bar{C}^{(\mathrm{I})}(k) = \begin{bmatrix} C_2 M_2(k) \\ C_1 M_1(0) \\ C_1 M_1(1) \end{bmatrix},$$
$$\bar{R}^{(\mathrm{I})}(k) = \begin{bmatrix} R_2 & 0 & 0 \\ 0 & R_1 & 0 \\ 0 & 0 & R_1 \end{bmatrix}, \ \bar{z}^{(\mathrm{II})}(k) = \begin{bmatrix} z_1(2k) \\ z_1(2k+1) \\ z_1(2k+1) \end{bmatrix},$$
$$\bar{C}^{(\mathrm{II})}(k) = \begin{bmatrix} C_1 M_1(0) \\ C_1 M_1(1) \end{bmatrix}, \ \bar{R}^{(\mathrm{II})}(k) = \begin{bmatrix} R_1 & 0 \\ 0 & R_1 \end{bmatrix}.$$

由于观测噪声的各个分量是不相关的,所以可 以将观测分隔为多个子数据处理来降低计算量. 由此可以得到状态的一种序贯式估计算法,这种 序贯式估计算法得到的结果与原来对观测的扩维 处理是等价的<sup>[10]</sup>.故可把算法I理解成在每个时 间块内先按照算法II的方法进行估计,然后基于观 测信息 z<sub>2</sub>(k)进行序贯式卡尔曼滤波.因此,只需 研究序贯后(算法I)的估计误差方差与序贯前(算 法II)的估计误差方差的关系就可以了.

设  $P^2(k)$ 为基于观测信息 { $z_1(2k), z_1(2k+1)$ },

用算法II计算得到的估计误差方差阵. *P*<sup>3</sup>(*k*)为在 此基础上基于 {*z*<sub>2</sub>(*k*)}的观测信息,进行序贯式卡 尔曼滤波后得到的误差方差阵.则有下式<sup>[10]</sup>

$$P^{3}(k) = P^{2}(k) - P^{2}(k)C_{2}^{T} \left(R_{2} + C_{2}P^{2}(k)C_{2}^{T}\right)^{-1}C_{2}P^{2}(k).$$

$$(R_{2} + C_{2}P^{2}(k)C_{2}^{T})^{-1} \exists \forall i \exists \not i (N(k))^{T} N(k),$$

$$\exists \not \Delta$$

$$P^{3}(k) = P^{2}(k) - \left(P^{2}(k)\right)^{T}C_{2}^{T} \left(N(k)\right)^{T} N(k) \left(C_{2}P^{2}(k)\right) = P^{2}(k) - \left(N(k)C_{2}P^{2}(k)\right)^{T} \left(N(k)C_{2}P^{2}(k)\right),$$

$$\equiv \left(N(k)C_{2}P^{2}(k)\right)^{T} \left(N(k)C_{2}P^{2}(k)\right) > 0, \forall \beta$$

$$P^{3}(k) = P^{2}(k) - \left(N(k)C_{2}P^{2}(k)\right)^{T} \left(N(k)C_{2}P^{2}(k)\right) < P^{2}(k).$$

$$(21)$$

因此,算法I比算法II的估计精度好,故该算法的估计精度也优于算法III.也就是说,利用基于状态空间投影的DMS估计算法,比在最细尺度上直接进行卡尔曼滤波的精度好.*J*个尺度时,依次类推,可得到相同结论.

# 4 与时间配准方法的比较(Comparing with time registration method)

### 4.1 计算过程(Calculation process)

若多传感器数据是异步的,那么在进行数据融 合之前,将它们所提供的目标数据进行时间配准 和空间配准是一种重要方法<sup>[11]</sup>.一般来说,这种数 据频度的差异需要通过内插或外推来解决.而外 推带有较大的主观性,内插又常伴随着滞后效应. 这两种算法中的任何一种都会给数据融合的最终 结果带来较大的误差.

基于状态空间投影的动态多尺度系统估计算法,是一种新的多采样率多传感器信息融合方法, 不需要进行时间配准.和一般的时间配准方法相比,有以下特点:

1) 基于状态空间投影的DMS融合估计算法中, 多个传感器在不同的状态空间对目标进行观测. 而一般的时间配准方法认为多个传感器在同一状 态空间进行观测,这也是该算法与一般的时间配 准方法不同的根本原因.

2) 基于状态空间投影的DMS融合估计算法, 将一个时间块中的所有量测信息进行了扩维,执 行卡尔曼滤波时,是按时间块进行递推的.不需要 对异步的多传感器信息进行时间配准,而是用比 较严谨的数学模型代替了时间配准.

3) 基于状态空间投影的DMS融合估计算法, 可以在各个尺度上获得基于全部观测信息的状态 估计值.也就是说,不仅可以将多个传感器获得的 信息在最细尺度上进行有效地融合,而且可以将 多个传感器的融合信息在不同尺度上进行描述.

### 4.2 计算量(Computational cost)

基于状态空间投影的DMS融合估计算法:系 统矩阵 $\bar{A}$  和噪声激励矩阵 $\bar{B}$ ,以及估计误差方 差阵的维数是原来的 $2^{J-1}$ 倍.假设在尺度j上的 观测阵 $C_j$ 的维数为 $N_z^j \times N_x$ , 令 $N_z = 2^{J-1}N_z^1 + 2^{J-2}N_z^2 + \cdots + N_z^J$ ,那么扩维后观测阵 $\bar{C}$ 的维数 为 $N_z \times 2^{J-1}N_x$ .卡尔曼滤波在计算增益矩阵K时,将会出现对维数为 $N_z \times N_z$ 的矩阵求逆运算.

时间配准方法:系统矩阵、噪声激励矩阵以及 估计误差方差阵,并未进行扩维,还是原来的维数. 假设在尺度*j*上的观测矩阵 $C_j$ 的维数为 $N_z^j \times N_x$ ,  $令 N'_z = N_z^1 + N_z^2 + \dots + N_z^J$ ,则同一时刻,多个传感 器的量测扩维后系统的观测阵的维数为 $N'_z \times N_x$ . 卡尔曼滤波在计算增益矩阵K时,将会出现对维 数为 $N'_z \times N'_z$ 的矩阵求逆运算.

可以看出,基于状态空间投影的DMS融合估计 算法,由于将一个时间块中的所有量测信息扩维 起来,所以比一般的时间配准方法计算量大.

### 5 仿真计算(Simulation)

考虑如下匀速直线运动过程

 $x_1(k_1+1) = Ax_1(k_1) + Bw(k_1).$ 

假设系统有两个尺度,且在两个尺度上都有量测:

$$z_i(k_i) = C_i(k_i)x_i(k_i) + v_i(k_i), \ j = 1, 2.$$

其中:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}T^2 & T \end{bmatrix}^{\mathrm{T}},$$
$$C_1 = C_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

T为采样间隔,噪声 $w(\cdot)$ 的方差为q, $v_1(\cdot)$ ,  $v_2(\cdot)$ 与 $w(\cdot)$ 不相关,方差分别为 $r_1$ , $r_2$ .状态 $x_1$ 的 第1个分量为位移,第2个分量为速度,显然从观测 矩阵我们看到,量测到的量是物体的位移,而我们 要估计的不仅有位移,还要从位移估计出物体的 速度.

令T = 1, q = 1,  $r_1 = 6.25$ ,  $r_2 = 3.24$ . 图 2 是 本文第3节中算法I和算法III在尺度1上计算得 到的位移状态的量测噪声与估计误差, 噪声压缩 比分别为: 7.30 dB, 2.75 dB.



(b) 算法III: 在最细尺度上直接进行卡尔曼滤波

图 2 算法I和算法Ⅲ得到的位移状态的量测噪声(虚 线)与估计误差(实线)

Fig. 2 Measurement noise (dotted) and estimation error (solid) of algorithm I and algorithm III

### 表1 算法Ⅰ和算法Ⅲ的比较

Table 1 Comparison of algorithm I and algorithm III

	参数			噪声压缩比/dB	
Т	q	$r_1$	$r_2$	算法I	算法III
1	1	6.25	3.24	7.30	2.75
1	2	6.25	3.24	6.64	2.24
1	4	6.25	3.24	5.79	1.78
1	1	4	2.25	6.74	2.41
1	1	9	6.25	7.02	3.03
1	1	16	9	7.85	3.51

针对上面的模型,利用不同参数进行仿真,将 算法I和算法III进行了比较(如表1所示),给出了 尺度1上两种算法得到的位移状态的噪声压缩比. 可以看出,算法I的估计效果优于算法III.

### 6 结论(Conclusion)

本文对基于状态空间投影的一类动态多尺度 系统的融合估计算法进行了分析.可以看出,在最 细尺度上,融合估计结果比直接进行卡尔曼滤波 的效果好;该融合估计算法用比较严谨的数学模 型代替了时间配准,可以在每个尺度上获得基于 全部观测信息的最优估计,但计算量比时间配准 方法要大.本文的研究,为该算法的实际应用奠定 了基础.

### 参考文献 (References):

- FRAKT A B, WILLSKY A S. Computationally efficient stochastic realization for internal multiscale autoregressive models[J]. *Multidimensional Systems and Signal Processing*, 2001, 12(2): 109 – 142.
- [2] HONG Lang, CONG Shan, WICKER D. Multirate interacting multiple model (MRIMM) filtering with out-of-sequence GMTI data[J]. *IEE Proc on Radar, Sonar and Navigation*, 2003, 150(5): 333 – 343.
- [3] HONG Lang, CONG Shan, WICKER D. Distributed multirate interacting multiple model (DMRIMM) filtering with out-of-sequence GMTI data[C]// Proc of 2002 Int Conf on Information Fusion. Washington, DC: [s.n.], 2002, 2: 1054 – 1061.
- [4] CUI Peiling, PAN Quan, WANG Guizeng, et al. Multiresolutional filtering of a class of dynamic multiscale system subject to colored state equation noise[J]. *Lecture Notes in Computer Science*, 2005, 3560: 218 – 227.
- [5] ZHANG Lei, PAN Quan, PAUL Bao, et al. The discrete Kalman filtering of a class of dynamic multiscale systems[J]. *IEEE Trans on Circuits and Systems-II: Analog and Digital Signal Processing*, 2002, 49(10): 668 – 679.
- [6] PAN Quan, CUI Peiling, ZHANG Lei, et al. Modeling and estimation of a class of dynamic multiscale system by general compactly supported wavelet[J]. Acta Automatica Sinica, 2005, 31(3): 385 – 393.

[7] 崔培玲. 一类动态多尺度系统的滤波方法研究[D]. 西安: 西北工 业大学, 2004.

(CUI Peiling. Research on the filtering algorithms of a class of dynamic multiscale system[D]. Xi'an: Northwestern Polytechnic University, 2004.)

- [8] CUI Peiling, PAN Quan, ZHANG Hongcai, et al. Modeling and estimation of a class of dynamic multiscale system subject to colored noise[C]// *The 2004 IEEE Int Conf on Acoustics, Speech, and Signal Proc.* 2004, 2: 913 – 916.
- [9] 文成林,周东华.多尺度估计理论及其应用[M].北京:清华大学 出版社,2002.
  (WEN Chenglin, ZHOU Donghua. *Multiscale Estimation Theory and its Application*[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2002)
  [10] 张磊.一类动态多尺度系统的最优估计理论与算法[D].西安:西
- [11] LI W, LEUNG H, ZHOU Yifeng. Space-time registration of radar and ESM using unscented Kalman filter[J]. *IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems*, 2004, 40(3): 824 – 836.

#### 作者简介:

**崔培玲** (1975—), 女, 博士, 在清华大学做博士后研究工作, 研 究方向为动态系统多尺度估计、小波理论, E-mail: ljhcpl@263.net;

**王桂增** (1941—), 男, 教授, 研究方向为故障诊断;

**潘 泉** (1961—), 男, 教授, 研究方向为动态系统多尺度估计、 信息融合.