

基于向量图分析的一种迭代学习控制算法及其鲁棒性

张君海¹, 石成英¹, 林 辉²

(1. 第二炮兵工程学院, 陕西 西安 710025; 2. 西北工业大学 自动化学院, 陕西 西安 710072)

摘要: 为了增强迭代学习控制的鲁棒性, 加快学习过程的收敛速度, 而又不过多地依赖于系统内部信息, 本文基于向量图分析思路, 利用输入空间的向量构造三角形修正结构, 得到了一种新的迭代学习控制算法. 该算法根据跟踪误差的大小, 调节输入控制量在三角形的一条边上滑动, 在跟踪误差较大时, 算法能找到控制期望的大致位置并加速收敛, 在跟踪误差较小时, 能将控制量稳定在其期望的很小邻域内, 理论上证明了该邻域直径大小为跟踪误差的二阶无穷小. 数值仿真结果说明了它的有效性和优越性.

关键词: 迭代学习控制; 向量图分析; 鲁棒性

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Iterative learning control algorithm based on vector plots analysis and its robustness

ZHANG Jun-hai¹, SHI Cheng-ying¹, LIN Hui²

(1. The Second Artillery Engineering College, Xi'an Shaanxi 710025, China;

2. College of Automation, Northwestern Polytechnical University, Xi'an Shaanxi 710072, China)

Abstract: Based on vector plot analysis method, a new ILC(iterative learning control) algorithm is proposed by constructing triangle amending structure in the input vector space. The algorithm can enhance the ILC robustness and accelerate the convergence of learning process by adjusting the control input to slide along an edge of the triangle, based on the norm of tracking error. When the tracking error is comparatively large, the algorithm can locate an appropriate position for control input expectation and then accelerate the convergence. If the tracking error is comparatively small, the algorithm can restrict the control input in a very small neighborhood of its expectation with a diameter being the second order infinitesimal of tracking error. Numerical simulations show its effectiveness and advantage.

Key words: iterative learning control; vector plots analysis; robustness

1 引言(Introduction)

迭代学习控制是智能控制中具有严格数学描述的一个分支, 由于其简单性和有效性, 长期以来倍受人们青睐. 1984年Arimoto等人^[1]首次提出了最简单的D型算法:

$$\mathbf{u}_{k+1}(t) = \mathbf{u}_k(t) + \mathbf{\Gamma} \dot{\mathbf{e}}_k(t). \quad (1)$$

其中: k 为迭代次数, $\mathbf{\Gamma}$ 为常数增益矩阵. $\mathbf{e}_k(t)$ 为输出误差 $\mathbf{e}_k(t) = \mathbf{y}_d(t) - \mathbf{y}_k(t)$ 的导数信号, 从此开始了迭代学习控制的广泛研究. 由于求导运算降低了系统抑制噪声的能力, Arimoto等^[2]又提出了P型算法:

$$\mathbf{u}_{k+1}(t) = \mathbf{u}_k(t) + \mathbf{\Gamma} \mathbf{e}_k(t). \quad (2)$$

相继出现的还有PI型^[3], PD型^[4], 一般来讲它们都是PID型^[5]的特例, 虽然目前在学习算法的研究上取得了丰硕成果, 但大都属于是这种线性结构, 如高阶迭代学习算法^[6], 带遗忘因子的迭代学习算法^[7]等.

文献^[8]提出了一种用几何理论研究迭代学习控制算法的新思路, 给出了一种快速收敛算法, 相继还有其它构图方法^[9,10], 但算法构造上都比较复杂, 必须针对不同的向量组合分别讨论, 并且仅从提高收敛速度的角度来考虑. 然而, 实际系统中存在不同类型的扰动, 所以迭代学习控制鲁棒性研究也是一个热点, 如基于PID结构^[7,11~14]的算法, 但该类收敛条件苛刻而繁多, 且只是研究算法是否鲁棒, 没给出改进. 也有的引进先进智能策略来提高鲁棒性, 但依赖

系统模型, 针对性太强, 附加条件太多. 本文基于向量图分析, 同时考虑鲁棒性和收敛速度, 构造非线性结构学习算法. 本算法既保证收敛性和收敛速度, 又使跟踪误差中所包含的扰动得到有效抑制, 从而改善跟踪性能.

2 向量图分析及新算法提出(Analysis of vector chart and new algorithm)

考虑被控系统: ($t \in [0, T]$)

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_{k+1}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}_k(t) + \boldsymbol{\xi}_k, \mathbf{u}_k(t), t), \\ \mathbf{y}_k(t) = \mathbf{C}(\mathbf{x}_k(t) + \boldsymbol{\xi}_k, t) + \mathbf{B}(t)\mathbf{u}_k(t) + \boldsymbol{\eta}_k. \end{cases} \quad (3)$$

其中: k 为迭代次数. $\mathbf{x}_k(t) \in \mathbb{R}^{n \times 1}$, $\mathbf{y}_k(t) \in \mathbb{R}^{m \times 1}$, $\mathbf{u}_k(t) \in \mathbb{R}^{r \times 1}$, 分别是系统 k 次运行的状态, 输出和控制量. $\boldsymbol{\xi}_k$ 是持续状态扰动, $\boldsymbol{\eta}_k$ 是输出量测误差. $\mathbf{f}, \mathbf{C}, \mathbf{B}$ 为相应维数的矩阵算子和向量. 不失一般性, $\|\mathbf{B}(t)\| < B$ 有界, \mathbf{f}, \mathbf{C} 满足局部 Lipschitz 条件:

$$\begin{cases} \|\mathbf{f}(\mathbf{x}_1, \mathbf{u}_1, t) - \mathbf{f}(\mathbf{x}_2, \mathbf{u}_2, t)\| \leq \\ L_f(\|\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2\| + \|\mathbf{u}_1 - \mathbf{u}_2\|), \\ \|\mathbf{C}(\mathbf{x}_1, t) - \mathbf{C}(\mathbf{x}_2, t)\| \leq L_c\|\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2\|, \end{cases} \quad (4)$$

$\boldsymbol{\xi}_k, \boldsymbol{\eta}_k$ 以及初始状态 $\mathbf{x}_k(0)$ 满足: $\|\boldsymbol{\xi}_{k+1} - \boldsymbol{\xi}_k\| = \Delta\xi_k \leq d_\xi$, $\|\boldsymbol{\eta}_{k+1} - \boldsymbol{\eta}_k\| = \Delta\eta_k \leq d_\eta$, $\|\mathbf{x}_{k+1}(0) - \mathbf{x}_k(0)\| = \Delta x_k(0) \leq d_0$. 要求系统输出在 $t \in [0, T]$ 上跟踪期望轨迹 $\mathbf{y}_d(t)$. 取 $\mathbf{e}_k(t) = \mathbf{y}_d(t) - \mathbf{y}_k(t)$, 以上范数均为 Euclid 范数, 基于时变 P 型算法, 用输入空间向量构造几何修正结构:

通过图1分析得新算法为 $\mathbf{u}_{k+1}(t) = \mathbf{u}_k(t) + \bar{\mathbf{e}}_k(t)$, 其中 $\mathbf{u}_k(t)$ 为 k 次运行控制量, $\Gamma\mathbf{e}_k(t)$ 是 P 型算法控制修正量, $\bar{\mathbf{e}}_{k-1}(t)$ 是 $\mathbf{u}_{k-1}(t)$ 到 $\mathbf{u}_k(t)$ 的实际修正量, 过 D 点作 \overline{AC} 的垂线 \overline{DB} , $\triangle DBC$ 为直角三角形. 如果把 $\mathbf{u}_{k+1}(t)$ 调节到 B 点, 则 \overline{DB} 为 $\bar{\mathbf{e}}_k(t)$. 这样第 k 次调节量 $\|\bar{\mathbf{e}}_k(t)\| < \|\bar{\mathbf{e}}_{k-1}(t)\|$, 且 $\|\bar{\mathbf{e}}_k(t)\| < \|\Gamma\mathbf{e}_k(t)\|$, 如果依次构造修正序列 $\{\|\bar{\mathbf{e}}_k(t)\|\}$, 则该序列无条件递减, 因为序列的相邻项大小总是同一个直角三角形的边长, 且前一项是斜边, 总是大于直角边. 控制修正量将无条件减弱, 有扰动时, 扰动效应对控制量的影响也将被无条件减弱, 当控制的初始值在期望的很小邻域内时, 算法能很快找到最优控制点. 当然也可能相邻的两次修正量相等, 即 $\triangle DBC$ 没有构成直角三角形, 但可以认为, 这种情况在实际控制过程中是小概率事件. 然而纯粹的这种修正策略, 对 $\Gamma\mathbf{e}_k(t)$ 的方向依赖性太大, 当初始控制偏差较大时, 可能使控制量在离其期望点很远的地方陷入死循环. 引入伸缩因子 $e^{-\|\mathbf{e}_k(t)\|^2}$ 把 $\mathbf{u}_{k+1}(t)$ 调节到 F 点, 使其在 \overline{BC} 上滑动, 就能克服这一缺陷, 同时能体现文献[10]的速度修正思想, 即 $\|\bar{\mathbf{e}}_k(t)\| < \|\Gamma\mathbf{e}_k(t)\|$, 有利于序

列 $\{\|\mathbf{u}_k(t)\|\}$ 迅速收敛, 可构造学习律:

$$\mathbf{u}_{k+1}(t) = \mathbf{u}_k(t) + \Gamma(t)\mathbf{e}_k(t) - \frac{e^{-\|\mathbf{e}_k(t)\|^2} \mathcal{A}^T \Gamma(t)\mathbf{e}_k(t) \mathcal{A}}{\|\mathcal{A}\|^2}. \quad (5)$$

其中: $\mathcal{A} = (\bar{\mathbf{e}}_{k-1}(t) + \Gamma(t)\mathbf{e}_k(t))$, $\|\Gamma(t)\| \leq \Gamma$ 有界, 并设 $\alpha_k = e^{-\|\mathbf{e}_k(t)\|^2}$. 在大范围寻优时, 上式相当于 P 型算法带一个附加项, 用以提高收敛速度; 小范围内, 右端后两项为 $\bar{\mathbf{e}}_k(t)$, 体现三角修正结构, 着重提高抗扰动能力.

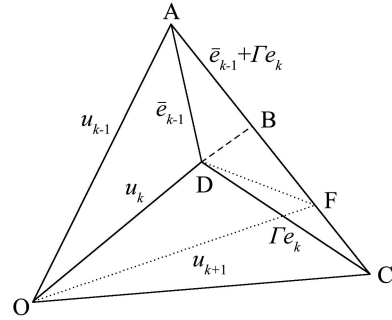


图1 算法分析图

Fig. 1 Algorithm analysis figure

3 收敛性证明及鲁棒性分析(Convergence of new algorithms and its robustness analysis)

定义 1 算子 $f: [0, T] \rightarrow \mathbb{R}^n$ 的 λ 范数^[15]为:

$$\|f\|_\lambda = \sup_{t \in [0, T]} \{\|f(t)\| e^{-\lambda t}\}.$$

定理 1 在系统(3)中采用学习律(5), 若参数满足

$$1) \quad \|I - \mathbf{B}(t)\Gamma(t)\| = \rho < 1, \quad (6)$$

2) $f, \mathbf{C}, \mathbf{B}$ 是一一对应的确定性算子.

且扰动和量测误差为随机有界, 则 $\|\mathbf{e}_k(t)\|$ 一致有界, 控制量稳定区域的直径是 $\|\mathbf{e}_k(t)\|$ 邻域半径的二阶无穷小. 若扰动和测量误差为重复或渐近重复, 控制量和输出都能收敛于各自的期望.

证 (固定时刻 t , 略去时间的表述).

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_{k+1} &= \mathbf{e}_k - (\mathbf{y}_{k+1} - \mathbf{y}_k) = \\ &= \mathbf{e}_k - [\mathbf{C}(\mathbf{x}_{k+1} + \boldsymbol{\xi}_{k+1}) - \mathbf{C}(\mathbf{x}_k + \boldsymbol{\xi}_k)] - \\ &= \mathbf{B}(t)[\mathbf{u}_{k+1} - \mathbf{u}_k] - (\boldsymbol{\eta}_{k+1} - \boldsymbol{\eta}_k), \quad k = 1, 2, \dots, \end{aligned} \quad (7)$$

由学习律(5)代入上式, 两边取范数得

$$\|\mathbf{e}_{k+1}\| \leq \|I - \mathbf{B}\Gamma\| \|\mathbf{e}_k\| + L_c \|\mathbf{x}_{k+1} - \mathbf{x}_k\| + \dots + L_c \Delta\xi_k + \Delta\eta_k + \alpha_k \mathbf{B}\Gamma \|\mathbf{e}_k\|,$$

所以

$$\|\mathbf{e}_k\| \leq \rho \|\mathbf{e}_{k-1}\| + L_c \|\mathbf{x}_k - \mathbf{x}_{k-1}\| + L_c \Delta\xi_{k-1} + \dots + \Delta\eta_{k-1} + \alpha_{k-1} \mathbf{B}\Gamma \|\mathbf{e}_{k-1}\|. \quad (8)$$

以下对 $\|\mathbf{x}_k - \mathbf{x}_{k-1}\|$ 进行估计, 由式(3)得

$$\|\mathbf{x}_k - \mathbf{x}_{k-1}\| \leq \|\mathbf{x}_k(0) - \mathbf{x}_{k-1}(0)\| + \dots + \int_0^t \|\mathbf{f}(\mathbf{x}_k + \boldsymbol{\xi}_k, \mathbf{u}_k, t) - \mathbf{f}(\mathbf{x}_{k-1} + \boldsymbol{\xi}_{k-1}, \mathbf{u}_{k-1}, t)\| dt,$$

所以

$$\|\mathbf{x}_k - \mathbf{x}_{k-1}\| \leq \Delta \mathbf{x}_{k-1}(0) + \int_0^t L_f (\|\mathbf{u}_k - \mathbf{u}_{k-1}\| + \|\mathbf{x}_k - \mathbf{x}_{k-1}\| + \Delta \boldsymbol{\xi}_k) dt. \quad (9)$$

根据向量图分析知 $\|\mathbf{u}_k - \mathbf{u}_{k-1}\| \leq \Gamma \|\mathbf{e}_{k-1}\|$, 结合 Bellman-Gronwall 引理, 变换式(9)得

$$\|\mathbf{x}_k - \mathbf{x}_{k-1}\| \leq \Delta \mathbf{x}_k(0) e^{L_f t} + L_f e^{L_f t} \int_0^t (\Gamma \|\mathbf{e}_k(s)\| + \Delta \boldsymbol{\xi}_k) ds. \quad (10)$$

将式(10)代入式(8), 又因为 $\|\mathbf{e}_k(t)\| > 0$, 所以 $\|\mathbf{e}_k(t)\| \leq \int_0^t \|\mathbf{e}_k(s)\| ds, t \in [0, T]$, 同样代入式(8), 变换得

$$\|\mathbf{e}_k\| \leq \rho \|\mathbf{e}_{k-1}\| + L_c \Delta \mathbf{x}_{k-1}(0) e^{L_f t} + L_c \Delta \boldsymbol{\xi}_{k-1} + \Delta \eta_{k-1} + L_f L_c e^{L_f t} \int_0^t \Delta \boldsymbol{\xi}_{k-1} ds + (L_f L_c \Gamma e^{L_f t} + \alpha_{k-1} B \Gamma) \int_0^t \|\mathbf{e}_{k-1}(s)\| ds. \quad (11)$$

令: $h_{k-1} = L_f L_c \Gamma e^{L_f t} + \alpha_{k-1} B \Gamma$; $m_{k-1} = L_c \Delta \boldsymbol{\xi}_{k-1} + \Delta \eta_{k-1} + L_c \Delta \mathbf{x}_{k-1}(0) + L_f L_c \int_0^t \Delta \boldsymbol{\xi}_{k-1} ds$, 两边乘以 $e^{-\lambda t} (\lambda > L_f)$ 取范数得

$$\|\mathbf{e}_k\|_\lambda \leq \rho \|\mathbf{e}_{k-1}\|_\lambda + m_{k-1} + \dots + h_{k-1} \sup_{t \in [0, T]} (e^{-\lambda t} \int_0^t \|\mathbf{e}_{k-1}(s)\| ds), \quad (12)$$

所以

$$\|\mathbf{e}_k\|_\lambda \leq \rho \|\mathbf{e}_{k-1}\|_\lambda + m_{k-1} + h_{k-1} \cdot \sup_{t \in [0, T]} \left(\int_0^t e^{-\lambda(t-s)} \sup_{s \in [0, T]} (\|\mathbf{e}_{k-1}(s)\| e^{-\lambda s}) ds \right) \leq \rho \|\mathbf{e}_{k-1}\|_\lambda + m_{k-1} + h_{k-1} \frac{1 - e^{-\lambda T}}{\lambda} \|\mathbf{e}_{k-1}\|_\lambda. \quad (13)$$

因为 $\rho < 1$, 设 $\rho_1 = \rho + h_{k-1} \frac{1 - e^{-\lambda T}}{\lambda}$, h_{k-1} 有界, 当 λ 充分大时, 有 $\rho_1 < 1$, 上式可化为

$$\|\mathbf{e}_k\|_\lambda \leq \rho_1 \|\mathbf{e}_{k-1}\|_\lambda + m_{k-1}. \quad (14)$$

因为 m_{k-1} 有上界 $m_\infty = L_c d_\xi + d_\eta + L_c d_0 + L_f L_c T d_\xi$, 易知 $\lim_{k \rightarrow \infty} \|\mathbf{e}_k(t)\|_\lambda = \|\mathbf{e}_\infty\|_\lambda$ 存在, 上式取极限

$$\|\mathbf{e}_\infty\|_\lambda \leq \frac{m_\infty}{1 - \rho_1},$$

再由 λ 范数的定义知

$$\|\mathbf{e}_\infty\| \leq \frac{m_\infty}{1 - \rho_1} e^{\lambda T}. \quad (15)$$

当扰动和误差随机有界时, $\|\mathbf{e}_k(t)\|$ 一致有界, 且其上界为扰动和误差界的线性组合. 当扰动和误差重复或渐近重复时, $\|\mathbf{e}_k(t)\|$ 收敛到任意精度.

证毕.

以下分析本算法对 $\|\mathbf{u}_k(t)\|$ 的改进程度: 只讨论扰动信号随机有界的情况.

设

$$\mathbf{g}(\bar{\mathbf{e}}_{k-1}, \mathbf{e}_k) = \bar{\mathbf{e}}_{k-1} - \frac{(\bar{\mathbf{e}}_{k-1} + \boldsymbol{\Gamma} \mathbf{e}_k)^\top \bar{\mathbf{e}}_{k-1} (\bar{\mathbf{e}}_{k-1} + \boldsymbol{\Gamma} \mathbf{e}_k)}{\|\bar{\mathbf{e}}_{k-1} + \boldsymbol{\Gamma} \mathbf{e}_k\|^2}. \quad (16)$$

由学习律变形得

$$\mathbf{u}_{k+1} - \mathbf{u}_k = (1 - \alpha_k) \boldsymbol{\Gamma} \mathbf{e}_k - \alpha_k \mathbf{g}(\bar{\mathbf{e}}_{k-1}, \mathbf{e}_k), \quad (17)$$

由式(18)两边取范数且平方有

$$\|\mathbf{u}_{k+1} - \mathbf{u}_k\|^2 = [(1 - \alpha_k) \boldsymbol{\Gamma} \mathbf{e}_k - \alpha_k \mathbf{g}(\bar{\mathbf{e}}_{k-1}, \mathbf{e}_k)]^\top \cdot [(1 - \alpha_k) \boldsymbol{\Gamma} \mathbf{e}_k - \alpha_k \mathbf{g}(\bar{\mathbf{e}}_{k-1}, \mathbf{e}_k)].$$

所以

$$\|\mathbf{u}_{k+1} - \mathbf{u}_k\|^2 = -2\alpha_k(1 - \alpha_k) \mathbf{g}(\bar{\mathbf{e}}_{k-1}, \mathbf{e}_k)^\top \boldsymbol{\Gamma} \mathbf{e}_k + (1 - \alpha_k)^2 \|\boldsymbol{\Gamma} \mathbf{e}_k\|^2 + \alpha_k^2 \|\mathbf{g}(\bar{\mathbf{e}}_{k-1}, \mathbf{e}_k)\|^2 \leq (1 - \alpha_k)^2 \|\boldsymbol{\Gamma} \mathbf{e}_k\|^2 + 2\alpha_k(1 - \alpha_k) \|\mathbf{g}(\bar{\mathbf{e}}_{k-1}, \mathbf{e}_k)\| \|\boldsymbol{\Gamma} \mathbf{e}_k\| + (\|\bar{\mathbf{e}}_{k-1}\|^2 - \frac{((\bar{\mathbf{e}}_{k-1} + \boldsymbol{\Gamma} \mathbf{e}_k)^\top \bar{\mathbf{e}}_{k-1})^2}{\|\bar{\mathbf{e}}_{k-1} + \boldsymbol{\Gamma} \mathbf{e}_k\|^2}). \quad (18)$$

设向量 $\bar{\mathbf{e}}_{k-1}(t)$ 与向量 $\bar{\mathbf{e}}_{k-1}(t) + \boldsymbol{\Gamma} \mathbf{e}_k(t)$ 的夹角为 $\gamma_k (0 \leq \gamma_k \leq \pi)$, 由向量图分析知

$$\|\bar{\mathbf{e}}_{k-1}\|^2 - \frac{((\bar{\mathbf{e}}_{k-1} + \boldsymbol{\Gamma} \mathbf{e}_k)^\top \bar{\mathbf{e}}_{k-1})^2}{\|\bar{\mathbf{e}}_{k-1} + \boldsymbol{\Gamma} \mathbf{e}_k\|^2} = \|\bar{\mathbf{e}}_{k-1}\|^2 \sin^2(\gamma_k),$$

且

$$\|\mathbf{g}(\bar{\mathbf{e}}_{k-1}, \mathbf{e}_k)\| \leq \|\boldsymbol{\Gamma} \mathbf{e}_k\|.$$

当 $\|\mathbf{e}_k(t)\|$ 在零的很小邻域内时, 由 $1 - \alpha_k < \|\boldsymbol{\Gamma} \mathbf{e}_k(t)\|^2$ 所以式(18)可化为

$$\|\mathbf{u}_{k+1} - \mathbf{u}_k\|^2 \leq \|\boldsymbol{\Gamma} \mathbf{e}_k(t)\|^6 + 2\alpha_k \|\boldsymbol{\Gamma} \mathbf{e}_k(t)\|^4 + \|\bar{\mathbf{e}}_{k-1}\|^2 \sin^2(\gamma_k). \quad (19)$$

在实际控制过程中 γ_k 为闭区间 $[0, \pi]$ 内的随机量, 可以认为 $\gamma_k = \frac{\pi}{2}$ 的概率为零, 由式(19)得

$$\|\mathbf{u}_{k+1} - \mathbf{u}_k\| \leq \sqrt{\frac{\|\boldsymbol{\Gamma} \mathbf{e}_k(t)\|^6 + 2\alpha_k \|\boldsymbol{\Gamma} \mathbf{e}_k(t)\|^4}{\cos^2(\gamma_k)}} \sim o(\|\mathbf{e}_k\|^2). \quad (20)$$

当系统趋近稳定态时, 可认为 $\|\mathbf{u}_{k+1} - \mathbf{u}_k\|$ 的上

界为控制量波动范围的直径. 又因系统中 f, C, B 为一一的, 输出不同则输入不等. 当误差全部消除时, 该算法使系统能完全跟踪期望轨迹, 但有重复或渐近重复的扰动和误差时, 系统也能完全跟踪期望轨迹, 因此这两种情况下的输入肯定不同, 说明本算法能对重复和渐近重复的扰动和误差生成补偿, 从而只有随机扰动才是跟踪误差和控制量波动的原因. 同时也说明控制量的实际期望不一定就是无任何扰动情况下的期望控制 u_d . 正如算法对(渐近)重复扰动生成补偿一样, 也能给随机扰动的期望生成补偿. 容易分析, 如期望 $E\psi(\psi \in \{\xi, \eta, x(0)\})$ 存在, 则 $\psi_k = E\psi + \sigma_\psi$, σ_ψ 与 ψ 同分布但期望为零. 其中 $E\psi$ 可视为重复性扰动, ψ_k 代入 m_k 中知 $E\psi$ 将不影响跟踪误差邻域的大小, 说明在控制量中必然生成了补偿. 所以稳定时仅 σ_ψ 影响 $\|e_k\|$ 的上界, 进而影响 u_k 波动区域的大小. 由于 σ_ψ 是随机的, 且系统是一一的, 从式(20)可以看到: $u_k(t)$ 波动范围的直径是 $\|e_k\|$ 的二阶无穷小, 从而鲁棒性较传统PID型学习律大大提高.

4 数值仿真比较(Numerical simulation and comparison)

考虑如下的二维控制系统:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + f(x(t)) + Bu(t), \\ y(t) = Cx(t) + Du(t). \end{cases} \quad (21)$$

其中:

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$f(x(t)) = \begin{bmatrix} \sin(x_1(t)x_2(t)) \\ \cos(x_1(t)+x_2(t)) \end{bmatrix}, h(t) = \begin{bmatrix} h_1(t) \\ h_2(t) \end{bmatrix},$$

$h \in \{x, y, u\}$. 初始状态和初始控制都为零, 期望轨迹为 $y_d = \begin{bmatrix} 5 \sin(5t) \\ 4t^3 \end{bmatrix}$, $\Gamma(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0.5 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, 仿真时间 $t \in [0, 2]$ s. 假设存在测量误差和状态扰动, P型算法仿真中加入的扰动在 $[-0.05, 0.05]$ 上均匀分布, 算法(5)仿真中加入的扰动在 $[-0.1, 0.1]$ 均匀分布.

以上仿真结果中, 算法(5)在第13, 14, 15次迭代的误差远小于P型算法17, 18, 19次的迭代误差, 而所加扰动幅度比P型算法大一倍, 说明算法(5)的收敛速度和抗扰动能力同时提高了, 进一步仿真中对两种算法所加扰动都在 $[-0.1, 0.1]$ 上分布, 可以看到算法(5)迭代18次基本收敛到容许范围, 而P型算法则是发散的, 进一步说明算法(5)抗扰动性显著提高.

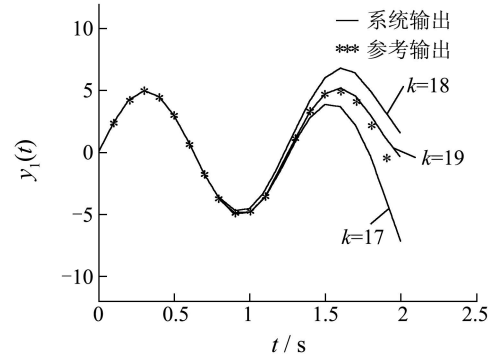


图 2(a) 算法(2)跟踪正弦曲线

Fig. 2(a) Algorithm (2) tracking sinusoid

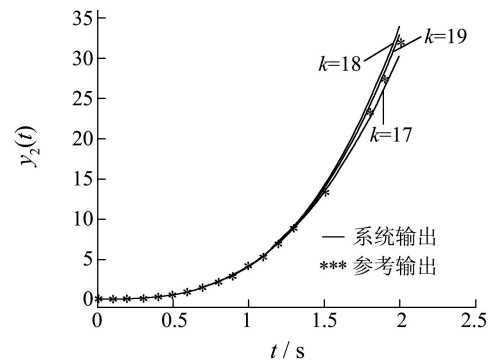


图 2(b) 算法(2)跟踪三次曲线

Fig. 2(b) Algorithm (2) tracking cubic curve

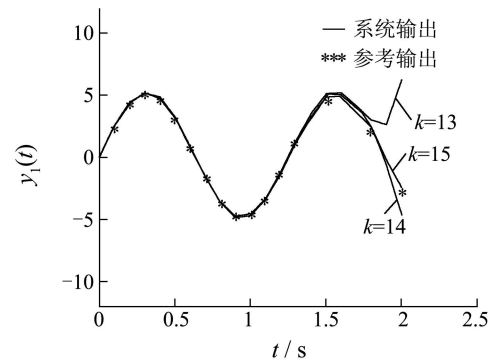


图 3(a) 算法(5)跟踪正弦曲线

Fig. 3(a) Algorithm (5) tracking sinusoid

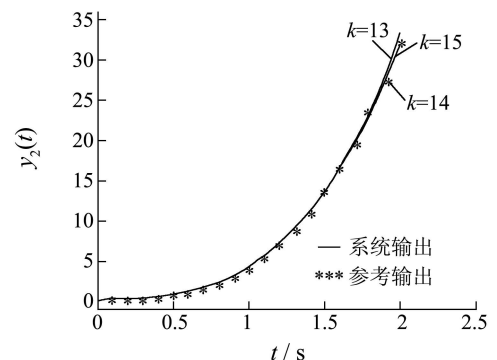


图 3(b) 算法(5)跟踪三次曲线

Fig. 3(b) Algorithm (5) tracking cubic curve

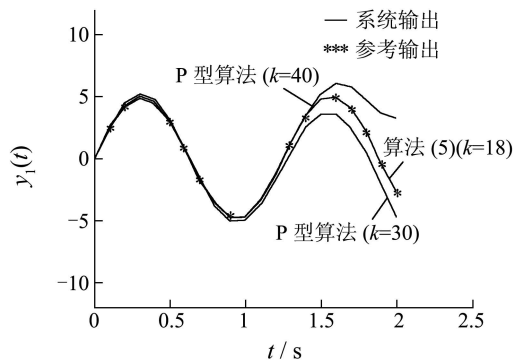


图 4 鲁棒性比较

Fig. 4 Robustness comparison

5 结束语(conclusion)

本文提出的算法意义在于: 1) 容易对其它PID类型算法进行改进, 移植性较强, 没有过多的附加收敛条件; 2) 对误差类型, 系统类型没有过多限制, 因为在研究方法上仅抓住学习律这一环节, 符合迭代学习控制对系统特征依赖性少的特点; 3) 控制量波动区域直径是跟踪误差的二阶无穷小, 较传统的PID型算法是一个提高. 并对重复或渐近重复的扰动有很强的抑制能力; 4) 运用伸缩因子 $\alpha_k = e^{-\|e_k(t)\|^2}$ 在一个学习律下体现两种收敛特性, 误差较大时搜寻大致收敛范围, 伸缩因子项加快收敛速度, 误差小时同时抑制扰动; 5) 跟文献[8~10]相比, 本文构图方法简单, 所得算法在提高收敛速度的同时鲁棒性也显著提高, 且理论上证明了鲁棒性提高的程度, 给出的收敛条件也大大放宽.

但在证明过程中对向量方向效应方面存在近似假设, 对系统工作过程只是定性分析, 严格的定量描述还有待进一步研究. 算法的计算量有所增加.

参考文献(References):

- [1] ARIMOTO S, KAWAMURA S, MIYAZAKI F. Bettering operation of robotics by learning[J]. *J of Robotic System*, 1984, 12(2): 123 – 140.
- [2] ARIMOTO S, NANIWA T, SUZUKI H. Robustness of P-type learning control with a forgetting factor for robotic motions[C]//*Proc of 29th Conf on Decision and Control*. Honolulu, Hawaii, USA: [s.n.], 1990.
- [3] ARIMOTO S. Learning control theory for robot motion[J]. *Int J of Adaptive Control Signal Processing*, 1990, 4(4): 543 – 564.
- [4] 孙明轩, 黄宝健, 张学智. 任意初态下不确定时滞系统的PD型迭代学习控制[J]. *控制理论预应用*, 1998, 15(6): 853 – 858. (SUN Mingxuan, HUANG Baojian, ZHANG Xuezhi. PD-type iterative learning control for a class of uncertain time delay system with based initial state[J]. *Control Theory & Applications*, 1998, 15(6): 853 – 858.)
- [5] PARK K H, BIEN Z, HUANG D H. A study on the robustness of a PID-type iterative learning controller against initial state error[J]. *J of System Science*, 1999, 30(1): 49 – 59.
- [6] BIEN Z, HUH K H. Higher-order iterative learning control algorithm[J]. *IEE Proc D-Control Theory and Applications*, 1989, 136(3): 105 – 112.
- [7] HEINZINGER G, FENWICK D, PADEN B, et al. Stability of learning control with disturbances and uncertain initial conditions adaptive filtering theory[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1992, 37(1): 110 – 114.
- [8] XIE Shengli, TIAN Senping, XIE Zhengdong. New iterative learning control algorithms based on vector plots analysis[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2004, 30(2): 161 – 165.
- [9] 田森平, 谢胜利, 谢振东. 一类基于几何分析的迭代学习控制算法[J]. *控制与决策*, 2004, 19(9): 1038 – 1041. (TIAN Senping, XIE Shengli, XIE Zhengdong. Iterative learning control algorithms based on geometric analysis[J]. *Control and Decision*, 2004, 19(9): 1038 – 1041.)
- [10] 谢胜利, 田森平, 谢振东. 基于向量图分析的迭代学习控制非线性算法[J]. *控制理论与应用*, 2004, 21(6): 591 – 955. (XIE Shengli, TIAN Senping, XIE zhengdong. Iterative learning Control nonlinear algorithms based on vector plots analysis[J]. *Control Theory & Applications*, 2004, 21(6): 591 – 955.)
- [11] 林辉, 王林. 迭代学习控制[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 1998. (LIN Hui, WANG Lin. *Iterative Learning Control*[M]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University Press, 1998.)
- [12] 孙明轩. 迭代学习控制的鲁棒性分析[J]. *科技通报*, 1996, 12(4): 198 – 203. (SUN Mingxuan. Roustness analysis for iterative learning control systems[J]. *Bulletin of Science and Technology*, 1996, 12(4): 198 – 203.)
- [13] 皮道映, 张政江, 孙优贤. 非线性系统开闭环PI型迭代学习控制的鲁棒性[J]. *浙江大学学报(工学版)*, 2001, 35(5): 479 – 482. (PI Daoying, ZHANG Zhengjiang, SUN Youxian. On the robustness of open-closed-loop PI-type iterative learning controller for nonlinear systems[J]. *J of Zhejiang University(Engineering Science)*, 2001, 35(5): 479 – 482.)
- [14] 于少娟, 齐向东, 吴聚华. 迭代学习控制理论及应用[M]. 北京: 机械工业出版社, 2005. (YU Shaojuan, QI Xiangdong, WUN Juhua. *Iterative Learning Control Theory and its Application*[M]. Beijing: China Machine Press, 2005.)
- [15] 刘永清, 谢振东, 谢胜利. 滞后广义系统状态跟踪的学习控制算法[J]. *系统工程与电子技术*, 1999, 21(5): 10 – 16. (LIU Yongqing, XIE Zhengdong, XIE Shengli. Learning control algorithm for state tracking of singular systems with delay[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 1999, 21(5): 10 – 16.)

作者简介:

张君海 (1981—), 男, 目前研究方向为迭代学习控制、战斗部测控与仿真技术, E-mail: yunmo1981@sina.com;

石成英 (1965—), 男, 教授, 博士生导师, 目前研究方向为战斗部测控与仿真技术、迭代学习控制;

林辉 (1957—), 男, 教授, 博士生导师, 目前研究方向为检测技术与自动化、迭代学习控制.