

自主飞艇水平位移动力学建模及其控制

方存光^{1,2}, 王 伟¹

(1. 大连理工大学 信息与控制研究中心, 辽宁 大连 116024; 2. 沈阳理工大学 汽车与交通学院, 辽宁 沈阳 110168)

摘要: 根据牛顿第二定律, 建立平流层信息平台——自主飞艇水平位移动力学方程. 按等效控制原理设计滑模变结构控制器过程中, 提出新的趋近律; 将滑模开关面参数从系统允许的最小值逐渐增大到允许最大值, 且当该参数达到最大值时, 使其随对象参数的变化在指定区间做调整. 数值仿真验证了理论分析.

关键词: 平流层信息平台; 动力学建模; 准滑模; 开关面参数自适应

中图分类号: TP242.6 **文献标识码:** A

Dynamics modeling and control of horizontal displacement for unmanned airship

FANG Cun-guang^{1,2}, WANG Wei¹

(1. Electronics and Information Engineering School, Dalian University of Technology, Dalian Liaoning 116023, China;

2. Automobile & Traffic School, Shenyang Technology University, Shenyang Liaoning 110168, China)

Abstract: The dynamic modeling and control problems of horizontal displacement for an unmanned autonomous airship are studied in this paper. Firstly, the dynamic equations are derived by the Newton's second law for horizontal displacement of an airship. Then, a sliding mode variable structure control is designed based on the equivalent control principle. A new reaching law is also designed to ensure that the switching hyperplane parameter c rises up from the minimum, and varies adaptively between two specified hyperplanes with object parameters once the parameter c reaches the maximum. Finally, the simulation result validates the theory.

Key words: stratospheric telecommunication platform; dynamics modeling; quasi sliding mode; switching hyperplane parameter adaptation

1 引言(Introduction)

本文中几点需要特别的说明内容, 主要是以下几个方面: 利用自主飞艇准静止、以特定的姿态角, 长期驻守在平流层高度、担任通讯平台被称为续地面通讯站、卫星之后的第3代通讯平台(SIPAA)^[1~5], 其动力学、运动学特性不同于普通飞行器.

国内外对平流层信息平台自主飞艇的研究工作, 目前大多集中在平台所搭载的电信设备的通讯技术方面^[6,7]. 一些作者根据不同的要求, 对平台的结构提出了各自的框架设计方案^[8,9], 对平台使用的特定材料、设备进行了有益的探讨^[10]. 个别文献^[11]进行了平台的力学建模尝试, 然而由于模型简化太多而过于粗糙, 不足以用来作为对平台进行深入研究的基础. 文献^[12~14]对飞艇的垂直位移、俯

仰角、偏航角进行了建模与控制的研究, 而平台水平位移建模与控制研究的相关文献还未见报道.

滑模变结构控制器对控制对象的调节不仅实时性好, 而且对系统的摄动和外部的扰动作用在一定条件下具有很强的鲁棒性. 然而抖动现象的存在限制了该控制器的实际应用. 针对这一问题, 一些作者做出了努力, 探讨在特定条件下^[15~18]引入别的控制方法^[19]的控制器设计方法. 然而由于限制条件过于苛刻而难以实际应用.

本文根据飞艇水平面内的受力情况, 建立飞艇水平位移动力学方程, 结合飞艇的运行状况, 将二维动力学方程组简化为一维方程, 建立控制模型, 按等效控制原理设计滑模变结构控制器, 对传统的趋近律控制做的修订, 加速了滑动模态过程中抖动的衰减速度, 采用滑模开关面参数自适应方法, 在

保证系统渐进稳定的情况下,削弱了控制过程中的抖动,提高了系统的鲁棒性能,取得了良好的控制效果.

2 飞艇的结构及空气动力学分析(Structure & atmospheric dynamic analysis)

飞艇采用硬式、多气囊结构,艇身采用三轴椭圆体设计,运行过程中,飞艇头部始终逆着风向^[4,5].

飞艇在水平面 oxz 内的受力如图1所示.其在 ox 轴方向的位移是可调整的,而 oz 方向的位移调整通过调整飞艇的其余自由度而间接实现.图中: $T(t)$ 为推力, $R(t)$ 为阻力, $F_c(t)$ 为侧滑力.

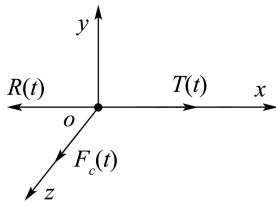


图1 飞艇 oxz 面内受力示意图

Fig. 1 Airship oxz section resulting force sketch

飞艇的推进系统包括尾部主推进系统及左右侧翼各两个对称分布的辅助推进系统.各推进器产生的推力 $T_i(t)$ 平行于 ox 轴.推力 $T(t)(= \sum T_i(t), i = 1, 2, \dots, 5)$ 有两个作用:1) 调节阻力的作用,以控制飞艇平行于 ox 轴的运动;2) 辅助推进系统与垂直尾翼协调作用,产生附加力矩,以平衡飞艇受到的侧滑力矩.当辅助推进系统产生附加力矩时,各推力分量 $T_i(t)$ 的大小发生相对变化,而总推力 $T(t)$ 不变.因此飞艇质心平行于 ox 轴的位移变化只与总推力 $T(t)$ 发生关系,而不受推进系统内各推力分量 $T_i(t)$ 因应产生附加力矩进行的相对调整的影响.

3 力学模型的建立(Dynamics modeling)

3.1 艇身受到的空气阻力(Body air resistance force)

设 t 时刻气流与艇身的有效作用面积为 $A(t)$,气流密度为 $\rho(t)$,则 t 到 $t + \Delta t$ (Δt 为极小量)的时间间隔 Δt 内,与艇身发生碰撞的气体分子构成的空气柱的质量之和为

$$m = \rho(t)A(t)L.$$

其中 L 表示空气柱的长度.

设飞艇受到空气柱的平均作用力为 \bar{F}_B ,空气柱与艇身发生碰撞前、碰撞后的平均速度分别为 $U_\infty(t), U_\infty(t + \Delta t)$,由动量定律,得

$$\begin{aligned} -\bar{F}_B \Delta t &= m[U_\infty(t + \Delta t) - U_\infty(t)] = \\ &= \rho(t)A(t)L[U_\infty(t + \Delta t) - U_\infty(t)]. \end{aligned}$$

设 $U_\infty(t + \Delta t) = 0$,即飞艇身后的气流速度为零,则

有

$$\begin{aligned} \bar{F}_B(t) &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\rho(t)A(t)LU_\infty(t)}{\Delta t} = \\ &= \rho(t)A(t)U_\infty(t) \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{L}{\Delta t} = \rho(t)A(t)U_\infty^2(t). \end{aligned}$$

实践中 $U_\infty(t + \Delta t) \neq 0$,因此 t 时刻阻力 $R(t)$ 可以表示为

$$R(t) = \xi(t)\bar{F}_B(t) = \rho(t)\xi(t)A(t)U_\infty^2(t). \quad (1)$$

其中 $\xi(t)$ 为阻力修正系数.

3.2 质心水平位移动力学方程的建立(Horizontal displacement dynamics modeling)

设飞艇质量为 M_a ,由牛顿力学定律,得飞艇质心水平位移动力学方程

$$\begin{cases} M_a \frac{d^2x}{dt^2} = T(t) - R(t), \\ M_a \frac{d^2z}{dt^2} = F_c(t). \end{cases} \quad (2)$$

如前文所述,飞艇在运行过程中,通过辅助推进系统及垂直尾翼的协调作用,其头部始终逆着风向,有

$$\begin{cases} \int_{t_0}^H F_c(t) dt = 0, \\ \max\{|F_c(t)| \mid t \geq 0, t \in \mathbb{R}\} \leq X. \end{cases} \quad (3)$$

其中: $t_0 \in [0, +\infty), 0 \leq H - t_0 < \varepsilon$, ε 为足够小的正数, \mathbb{R} 表示实数域, X 表示相对 $T(t), R(t)$ 足够小的实数.则有

$$\frac{d^2z}{dt^2} = 0,$$

即

$$z(t) = z_0 \mid_{t=0}, \quad (4)$$

所以飞艇在 oxz 水平面的运动视为平行于 ox 轴的运动,式(2)简化为

$$M_a \frac{d^2x}{dt^2} = T(t) - R(t).$$

将式(1)代入上式,得

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{T(t) - \rho(t)\xi(t)A(t)U_\infty^2(t)}{M_a}. \quad (5)$$

可见,对飞艇在 oxz 面内质心水平位移变化的控制即为通过推力 $T(t)$ 实现飞艇沿 ox 轴水平位移变化的调整.

4 基于等效控制策略的滑模变结构控制(Sliding mode variable structure control by equivalent principle)

4.1 控制模型的建立(Control modeling)

令 $u(t) = T(t)$,设飞艇水平位移的参考

值 $x^*(t) = r(t)$, 则系统的偏差量为 $e(t) = x^*(t) - x(t) = r(t) - x(t)$, 建立以 $u(t)$ 为控制变量, 以系统偏差 $e(t)$ 描述微分方程组

$$\ddot{e}(t) = \ddot{r}(t) - \frac{u(t)}{M_a} + \frac{\rho(t)\xi(t)A(t)U_\infty^2(t)}{M_a}. \quad (6)$$

令 $a = \frac{1}{M_a}$, $b = -\frac{1}{M_a}$, $x_1(t) = e(t)$, $x_2(t) = \dot{e}(t)$, $f(t) = M_a\ddot{r}(t) + \rho(t)\xi(t)A(t)U_\infty^2(t)$, 则系统的状态空间表达式为

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t), \\ \dot{x}_2(t) = af(t) + bu(t). \end{cases} \quad (7)$$

4.2 控制器的设计(Control design)

令 $c > 0$, 选取线性切换函数

$$s(t) = cx_1(t) + x_2(t). \quad (8)$$

设等效控制量为 $u_{eq}(t)$, 令 $\dot{s}(t) = 0$, 将式(7)代入, 整理, 得

$$cx(t) + af(t) + bu_{eq}(t) = 0. \quad (9)$$

解得

$$u_{eq}(t) = M_a cx_2(t) + f(t). \quad (10)$$

设 $V = \frac{1}{2}s^2(t)$, 由李雅普诺夫稳定条件 $\frac{dV}{dt} \leq 0$, 令 $\mathfrak{R}, \mathfrak{R}' > 0$, 采用如下趋近律

$$\dot{s}(t) = -\mathfrak{R} \operatorname{sgn}[s(t)] - \mathfrak{R}'s(t). \quad (11)$$

上述趋近律控制下, 系统跟踪轨迹沿着开关面滑动过程中, \mathfrak{R} 足够小时, 将带来一定量的静差; 增大 \mathfrak{R} 值, 抖动增大, 为此, 式(11)做如下修订:

$$\dot{s}(t) = -\mathfrak{R} \exp(-ct) \operatorname{sgn}[s(t)] - \mathfrak{R}'s(t). \quad (12)$$

令控制量 $u(t) = u_{ad}(t) + u_{eq}(t)$, $u_{ad}(t)$ 是趋近律控制下等效控制量 $u_{eq}(t)$ 的修订值, 将式(8)(7)与上式联立, 整理, 得

$$\begin{aligned} cx_2(t) + af(t) + b[u_{eq}(t) + u_{ad}(t)] = \\ -\mathfrak{R} \exp(-ct) \operatorname{sgn}[s(t)] - \mathfrak{R}'s(t). \end{aligned} \quad (13)$$

将式(10)代入上式, 进一步整理, 得

$$u_{ad}(t) = M_a \{ \mathfrak{R} \exp(-ct) \operatorname{sgn}[s(t)] + \mathfrak{R}'s(t) \}, \quad (14)$$

则实际控制量可表示为

$$\begin{aligned} u(t) = u_{eq}(t) + u_{ad}(t) = \\ M_a cx_2(t) + f(t) + M_a \{ \mathfrak{R} \exp(-ct) \operatorname{sgn}[s(t)] + \\ \mathfrak{R}'s(t) \}. \end{aligned} \quad (15)$$

4.3 系统的输出(Output)

平流层信息平台是一个以计算机控制为手段的

采样控制系统, 采用Tustin方法^[20]将式(7)进行离散化处理, 得

$$\begin{cases} x_1[(k+1)T] = \\ 0.5T \{ x_2[(k+1)T] + x_2(kT) \} + x_1(kT), \\ x_2[(k+1)T] = \\ a \int_{kT}^{kT+T} f(t)dt + x_2(kT) + bTu(kT), \\ u(kT) = \\ M_a cx_2(kT) + f(kT) + \\ M_a \{ \mathfrak{R} \exp(-kcT) \operatorname{sgn}[s(kT)] + \mathfrak{R}'s(kT) \}, \\ y(kT) = x_1(kT). \end{cases} \quad (16)$$

其中: k 为采样序列, T 为采样时间间隔.

4.4 开关面参数 c 的选择(Choice of switching hyperplane parameter c)

4.4.1 开关面参数 c 的自适应(Switching hyperplane parameter c adaptive control)

为了使系统兼有过渡时间短、滑动模式中的抖动小的优点, 在系统运行过程中, 采用如下方法对参数 c 进行调整(下面, “ \Leftarrow ”表示赋值的意思, $k_1, k_2, k_\tau, k_a, k_b, k_c, k_d, k_v$ 表示采样序列中的某个数值, 进一步的解释见下文).

如图2所示, 设开关面参数 $c \in [c_{\min}, c_{\max}]$, c_{\min}, c_{\max} 分别表示系统允许或设定的 c 的最小、最大值.

$$\text{当 } t = 0 \text{ 时, } c \Leftarrow c_{\min}. \quad (17a)$$

设 $t = k_1T$ 时刻, 下式成立:

$$\begin{cases} [c_{\min}x_1(k_1T - \Delta t) + x_2(k_1T - \Delta t)][c_{\min}x_1(k_1T) + \\ x_2(k_1T)] \leq 0, \quad 0 < \Delta t < T, \\ [c_{\min}x_1(k_aT) + x_2(k_aT)][c_{\min}x_1(k_bT) + \\ x_2(k_bT)] > 0, \quad k_a, k_b \in (0, k_1), \end{cases} \quad (17b)$$

即 $t = k_1T$ 时刻, 系统开始以 $c_{\min}x_1(t) + x_2(t) = 0$ 为滑模开关面进入滑动模式.

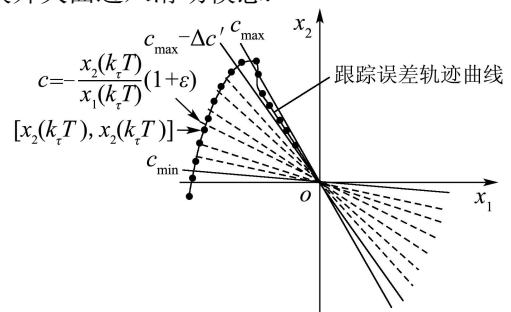


图2 滑模开关面参数自适应示意图
Fig. 2 Sliding mode switch surface parameter adaptive control sketch

文献[21]中,每次采样使参数 c 增加恒定值 Δc ,直到 $c = c_{\max}$.在此过程中, Δc 值过小,滑模面变化缓慢,系统在一段时间内蜕化为固定开关面参数滑模变结构控制,且在 $c = c_{\min} + n\Delta c$ (n 表示增大参数 c 的次数)较小的时候,气流的强烈干扰作用会引起系统的剧烈抖动,否则,将恶化系统的动态特性.考虑到开关面的吸附作用 $\dot{s}(t) \leq 0$,当 $t > k_1 T$ 时,如图2所示.令

$$c \leftarrow \begin{cases} -\frac{x_2(k_\tau T)}{x_1(k_\tau T)}(1 + \varepsilon), \\ [cx_1(k_\tau T) + x_2(k_\tau T)][c_{\min}x_1(k_\tau T) + x_2(k_\tau T)] \geq 0; \\ c, \\ [cx_1(k_\tau T) + x_2(k_\tau T)][c_{\min}x_1(k_\tau T) + x_2(k_\tau T)] < 0. \end{cases} \quad (17c)$$

这里 $k_\tau > k_1$.

设 $t = k_2 T$ 时,下式成立:

$$\begin{cases} [c_{\max}x_1(k_2 T - \Delta t) + x_2(k_2 T - \Delta t)][c_{\max}x_1(k_2 T) + x_2(k_2 T)] \leq 0, \\ [c_{\max}x_1(k_c T) + x_2(k_c T)][c_{\max}x_1(k_d T) + x_2(k_d T)] > 0, \quad k_c, k_d \in (k_1, k_2), \end{cases} \quad (17d)$$

即系统开始以 $c_{\max}x_1(t) + x_2(t) = 0$ 为滑模开关面进入滑动模态,此时开关面参数为系统容许最大值 $c = c_{\max}$.

如图2所示,当 $t > k_2 T$ 时,令

$$c \leftarrow \begin{cases} c_{\max} - \Delta c', & -\frac{x_2(kT)}{x_1(kT)} < c_{\max} - \Delta c', \\ -\frac{x_2(kT)}{x_1(kT)}, & c_{\max} - \Delta c' \leq -\frac{x_2(kT)}{x_1(kT)} \leq c_{\max}, \\ c_{\max}, & -\frac{x_2(kT)}{x_1(kT)} > c_{\max}, \end{cases} \quad (17e)$$

即令参数 c 随比值 $-\frac{x_2(kT)}{x_1(kT)}$ 的变动在区间 $[c_{\max} - \Delta c', c_{\max}]$ 内进行自我调整,其中参数 $\Delta c'$ 由下文的3.4.2节中给出.

当 $\lim_{t \rightarrow \infty} x_1(t) \rightarrow 0$ 时,比值 $-\frac{x_2(t)}{x_1(t)}$ 或者不存在或者在区间 $[c_{\max} - \Delta c', c_{\max}]$ 之外,此时系统的抖动较小,采取固定开关面参数的滑模变结构控制,令

$$c \leftarrow c_{\max}. \quad (17f)$$

定义 1 设 $k_V > k_2$,且 $c_p, c_n \in [c_{\max} - \Delta c', c_{\max}]$,如果

a) $t = (k_V - 1)T$ 时刻,滑模开关参数为 c_p ;

b) $t = k_V T$ 时刻,滑模开关参数为 c_n ,且参数 c_n 满足 $c_n x_1(k_V T) + x_2(k_V T) = 0$,即点 $\{x_1(k_V T), x_2(k_V T)\}$ 位于直线 $(c_{\max} - \Delta c')x_1(t) + x_2(t) = 0$ 及 $c_{\max}x_1(t) + x_2(t) = 0$ 之间;则 $t = (k_V + 1)T$ 时刻,称系统误差跟踪轨迹点 $\{x_1[(k_V + 1)T], x_2[(k_V + 1)T]\}$ 为运动点RP;

定义 2 如果 $t = k_V T$ 时刻,滑模开关面参数 $c = c_p$,则 $t = (k_V + 1)T$ 时刻,定义系统误差跟踪轨迹点 $\{x'_1[(k_V + 1)T], x'_2[(k_V + 1)T]\}$ 为运动点 RP_p ;则 $t = (k_V + 1)T$ 采样时刻,运动点RP的坐标位置为

$$\begin{cases} x_1[(k_V + 1)T] = \\ 0.5T\{x_2[(k_V + 1)T] + x_2(k_V T)\} + x_1(k_V T), \\ x_2[(k_V + 1)T] = (1 - Tc_n)x_2(k_V T). \end{cases} \quad (18)$$

RP点相对 $t = (k_V - 1)T$ 时刻的滑模线 $c_p x_1(t) + x_2(t) = 0$ 的距离为

$$s_p[(k_V + 1)T] = c_p x_1[(k_V + 1)T] + x_2[(k_V + 1)T]. \quad (19)$$

RP_p 点的坐标位置为

$$\begin{cases} x'_1[(k_V + 1)T] = \\ 0.5T\{x'_2[(k_V + 1)T] + x_2(k_V T)\} + x_1(k_V T), \\ x'_2[(k_V + 1)T] = \\ (1 - Tc_p)x_2(k_V T) + s'_p[(k_V + 1)T] - s'_p(k_V T). \end{cases} \quad (20)$$

RP_p 点相对 $t = (k_V - 1)T$ 时刻的滑模线 $c_p x_1(t) + x_2(t) = 0$ 的距离为

$$s'_p[(k_V + 1)T] = c_p x'_1[(k_V + 1)T] + x'_2[(k_V + 1)T]. \quad (21)$$

定理 1 如果 $t = (k_V - 1)T$ 时刻,滑模开关参数 $c = c_p$,且 c_p 满足以下条件:

a) $c_p x_1[(k_V - 1)T] + x_2[(k_V - 1)T] = 0$;

b) $Tc_p < 0.5$.

则 $t = (k_V + 1)T$ 时刻,下式成立:

$$|s_p[(k_V + 1)T]| < |s'_p[(k_V + 1)T]|.$$

即 $t = (k_V + 1)T$ 时刻,运动点RP较运动点 RP_p 相对 $t = (k_V - 1)T$ 时刻的滑模开关面 $c_p x_1(t) + x_2(t) = 0$ 的距离小,系统跟踪误差轨迹的抖动较小.

证 设 $c_{\text{temp}} = c_p - c_n - 0.5Tc_p c_n$,将式(18)代入式(19),整理得

$$s_p[(k_V + 1)T] = c_p x_1(k_V T) + x_2(k_V T) + T c_{\text{temp}} x_2(k_V T). \quad (22)$$

将式(20)代入式(21), 整理得

$$s'_p[(k_V + 1)T] = c_p x_1(k_V T) + (1 + T c_p) x_2(k_V T). \quad (23)$$

在 $t = (k_V + 1)T$ 采样时刻, 由式(22)(23), 运动点RP及运动点RP_p相对 $t = (k_V - 1)T$ 时刻的滑模线 $c_p x_1(t) + x_2(t) = 0$ 的距离比值为

$$\begin{aligned} \frac{s_p[(k_V + 1)T]}{s'_p[(k_V + 1)T]} &= \frac{c_p x_1(k_V T) + x_2(k_V T)}{c_p x_1(k_V T) + (1 + T c_p) x_2(k_V T)} + \frac{T c_{\text{temp}} x_2(k_V T)}{c_p x_1(k_V T) + (1 + T c_p) x_2(k_V T)} = \\ &= c_p + \frac{x_2(k_V T)}{x_1(k_V T)} + T c_{\text{temp}} \frac{x_2(k_V T)}{x_1(k_V T)} = \\ &= c_p + (1 + T c_p) \frac{x_2(k_V T)}{x_1(k_V T)} = \\ &= \frac{c_p - c_n - T c_n c_{\text{temp}}}{c_p - (1 + T c_p) c_n}. \end{aligned} \quad (24)$$

根据假设条件a), 有

$$\begin{cases} x_1(k_V T) = \\ 0.5T \{x_2(k_V T) + x_2[(k_V - 1)T]\} + x_1[(k_V - 1)T], \\ x_2(k_V T) = (1 - T c_p) x_2[(k_V - 1)T]. \end{cases} \quad (25)$$

则根据定义1, 下式成立:

$$\begin{aligned} -\frac{1}{c_n} &= \frac{x_1(k_V T)}{x_2(k_V T)} = \\ \frac{0.5T \{x_2(k_V T) + x_2[(k_V - 1)T]\} + x_1[(k_V - 1)T]}{(1 - T c_p) x_2[(k_V - 1)T]} &= \\ \frac{0.5T (2 - T c_p) x_2[(k_V - 1)T] + x_1[(k_V - 1)T]}{(1 - T c_p) x_2[(k_V - 1)T]} &= \\ \frac{1 - T c_p (1 - 0.5T c_p)}{(1 - T c_p) c_p}, \end{aligned}$$

即参数 c_n 与参数 c_p 间有如下关系式:

$$c_n = \frac{(1 - T c_p) c_p}{1 - T c_p (1 - 0.5T c_p)}. \quad (26)$$

将式(26)代入式(24)中, 使用假设条件b), 可得

$$|s_p[(k_V + 1)T]| < |s'_p[(k_V + 1)T]|. \quad (27)$$

证毕.

如上所述, 定理1说明采样点 $\{x_1[(k_V - 1)T], x_2[(k_V - 1)T]\}$, $\{x_1(k_V T), x_2(k_V T)\}$ 均落在两条直线 $(c_{\text{max}} - \Delta c') x_1(t) + x_2(t) = 0$, $c_{\text{max}} x_1(t) + x_2(t) = 0$

所构成的区间, 式(17e)的算法可以削弱系统跟踪误差轨迹的抖动. 需要指出的是如果采样点 $\{x_1[(k_V - 1)T], x_2[(k_V - 1)T]\}$, $\{x_1(k_V T), x_2(k_V T)\}$ 中的任一点落在该区间之外, 由式(17e), 系统实际上采用的是固定开关面参数的滑模变结构控制即 $c = c_{\text{max}}$ 或 $c = c_{\text{max}} - \Delta c'$, 在下一采样时刻, 系统的抖动量未受到削弱, 与传统滑模变结构控制结果相同.

4.4.2 参数 $\Delta c'$ 的确定 ($\Delta c'$ definition)

设 $c = c_{\text{max}}$, $t = k_R T$ (k_R 为采样序列中的某个数值) 时刻, 系统进入滑动模态过程中, 得到系列采样值

$$\begin{aligned} &\{x_1(k_R T), x_2(k_R T)\}, \\ &\{x_1[(k_R + 1)T], x_2[(k_R + 1)T]\}, \\ &\{x_1[(k_R + 2)T], x_2[(k_R + 2)T]\}, \dots \}. \end{aligned}$$

令

$$\Delta c' \leq \max\left\{\left|\frac{x_2[(k_R + L)T]}{x_2[(k_R + L)T]}\right| - c_{\text{max}} \mid L = 0, 1, 2, 3, \dots\right\}. \quad (28)$$

采用式(17)的算法, 由定义1, 根据式(18)得

$$\begin{aligned} s[(k_V + 1)T] &= \\ c_n x_1[(k_V + 1)T] + x_2[(k_V + 1)T] &= \\ -0.5T^2 c_n^2 x_2(k_V T). \end{aligned} \quad (29)$$

当

$$\begin{cases} \{c_{\text{max}} x_1[(k_V - 1)T] + \\ x_2[(k_V - 1)T]\} [c_{\text{max}} x_1(k_V T) + x_2(k_V T)] \leq 0, \\ [c_{\text{max}} x_1(k_V T) + x_2(k_V T)] x_1(k_V T) \leq 0 \end{cases}$$

时, 令运动点RP $\{x_1[(k_V + 1)T], x_2[(k_V + 1)T]\}$ 位于两条滑模开关面 $c_{\text{max}} x_1(t) + x_2(t) = 0$ 及 $(c_{\text{max}} - \Delta c') x_1(t) + x_2(t) = 0$ 之间, 则有

$$|s[(k_V + 1)T]| \leq \Delta c'.$$

将式(27)代入上式, 整理有

$$0.5T^2 c_n^2 |x_2(k_V T)| \leq 0.5T^2 c_{\text{max}}^2 |x_2(k_V T)| \leq \Delta c',$$

即有

$$\begin{aligned} 0.5T^2 c_{\text{max}}^2 |x_2(k_V T)| &\leq \Delta c' \leq \\ \max\left\{\left|\frac{x_2[(k_R + L)T]}{x_2[(k_R + L)T]}\right| - c_{\text{max}} \mid L = 0, 1, 2, 3, \dots\right\}. \end{aligned} \quad (30)$$

为满足定理1中的假设条件b), 则

$$T c_{\text{max}} < 0.5, \quad (31)$$

则参数 $\Delta c'$ 应满足下式:

$$\begin{cases} 0.5T^2 c_{\max}^2 |x_2(k_V T)| \leq \Delta c' \leq \\ \max\left\{ \left| \frac{x_2[(k_R + L)T]}{x_2[(k_V + L)T]} \right| - c_{\max} \mid L=0, 1, 2, 3, \dots \right\}, \\ T c_{\max} < 0.5. \end{cases} \quad (32)$$

4.5 系统稳定性(Stability)

定理 2 采用变开关面参数方法式(17)设计出的准滑模变结构控制器式(15)与控制对象式(7)构成的闭环系统是稳定的。

证 1) 当 $t < k_2 T$ 时, 由李雅普诺夫稳定条件 $\frac{dV}{dt} (V = \frac{1}{2} s^2(t))$ 可知, 式(12)保证了系统的稳定性。

2) 当 $t \geq k_2 T$ 时, 根据李雅普诺夫稳定性判据得到的关于滑模变结构控制系统稳定性充要条件^[21], 式(12)保证了在参数 c 不变条件下闭环系统的稳定性, 则有

$$|s'_p[(k_V + 1)T]| \leq |s_p(k_V T)|. \quad (33)$$

I) 当采样点 $\{x_1[(k_V - 1)T], x_2[(k_V - 1)T]\}$, $\{x_1(k_V T), x_2(k_V T)\}$ 均落在 $c_{\max} x_1(t) + x_2(t) = 0$, $(c_{\max} - \Delta c') x_1(t) + x_2(t) = 0$ 两直线之间时, 由定理1可知

$$|s_p[(k_V + 1)T]| < |s'_p[(k_V + 1)T]|. \quad (34)$$

将式(32)代入式(31)有

$$|s_p[(k_V + 1)T]| < |s(k_V T)|, \quad (35)$$

即 $t > k_2 T$ 时, 闭环系统是稳定的^[21]。

II) 当采样点 $\{x_1[(k_V - 1)T], x_2[(k_V - 1)T]\}$, $\{x_1(k_V T), x_2(k_V T)\}$ 至少有一个落在两直线 $c_{\max} x_1(t) + x_2(t) = 0$, $(c_{\max} - \Delta c') x_1(t) + x_2(t) = 0$ 所构成的区间之外时, 不能应用定理1的结论来证明系统的稳定性. 下面分为两种情况讨论:

i) 如果采样点 $\{x_1(k_V T), x_2(k_V T)\}$ 落在直线 $c_{\max} x_1(t) + x_2(t) = 0$, $(c_{\max} - \Delta c') x_1(t) + x_2(t) = 0$ 所构成的区间之外, 则不论采样点 $\{x_1[(k_V - 1)T], x_2[(k_V - 1)T]\}$ 的位置如何, 则 $t = k_V T$ 采样时刻, 开关面参数 $c = c_{\max} - \Delta c'$ 或 $c = c_{\max}$, 视系统为固定开关面参数滑模变结构控制系统, 由李雅普诺夫稳定条件 $\frac{dV}{dt} \leq 0$ 可知, 式(12)保证了系统的稳定性。

ii) 采样点 $\{x_1(k_V T), x_2(k_V T)\}$ 位于 $c_{\max} x_1(t) + x_2(t) = 0$ 及 $(c_{\max} - \Delta c') x_1(t) + x_2(t) = 0$ 两直线所构成的区间之内, 而采样点 $\{x_1[(k_V - 1)T], x_2[(k_V - 1)T]\}$ 位于该区间之外; 则 $t = k_V T$ 采样时刻, 视 $\{x_1(k_V T), x_2(k_V T)\}$ 为初始点, 即初始点位于滑动开关面 $c_n x_1(t) + x_2(t) = 0$ 上, 对于这种特殊情况, 其稳定性文献^[22]已说明。

综上所述, 在任一采样时刻 $t \in [0, +\infty)$, 本文

采用变开关面参数方法设计出的准滑模变结构控制器与控制对象构成的闭环系统是稳定的, 即定理2成立。

5 计算机仿真(Simulation)

5.1 仿真条件(Conditions)

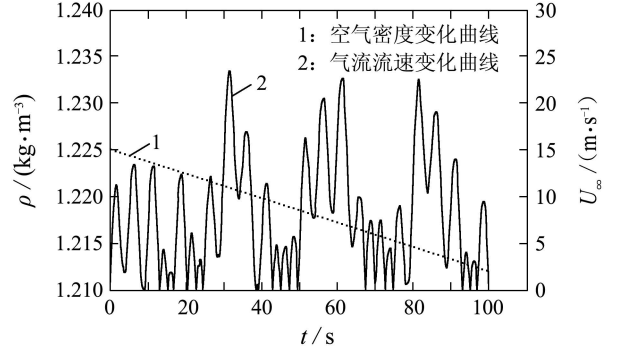


图3 气流流速、空气密度变化曲线

Fig. 3 Air current velocity and density variation curve

1) 结构参数: $A(t) = 1380 \text{ m}^2$, $M_a = 11000 \text{ kg}$, $\xi(t) = 1$, $\mathfrak{R} = 0.25$, $\mathfrak{R}' = 100$, $c_{\min} = 1 \times 10^{-7}$, $c_{\max} = 0.05$, $\Delta c = 1 \times 10^{-7}$, $\Delta c' = 0.0006$, $T = 5 \text{ ms}$;

2) 初始条件: $e(0) = -2.7 \text{ m}$, $\dot{e}(0) = 0 \text{ m/s}$;

3) 空气特性参数^[23,24]: 以图3中“2”表示气流流速随时间变化曲线. 设飞艇在2.5 h内匀速上升至22 km高空, 以图3中“1”表示空气密度与升空时间之间的内在联系。

5.2 仿真分析(Analysis)

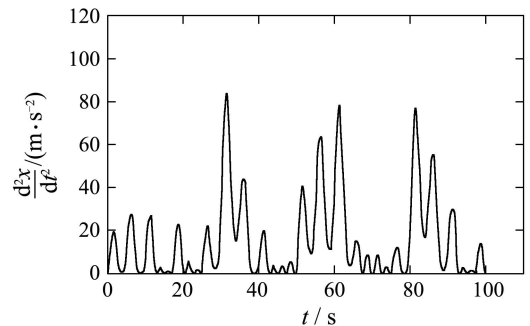


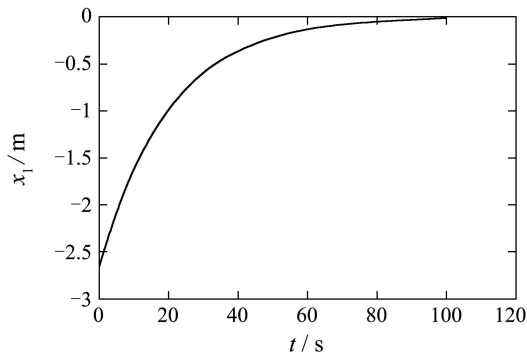
图4 $T(t) = 0$, 飞艇沿纵轴 ox 方向加速度变化曲线

Fig. 4 Acceleration variation curve along airship longitudinal axis ox

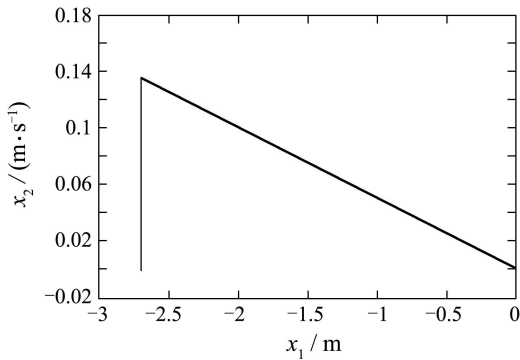
1) 图4中, 推力 $T(t) = 0$, 由空气动力学知识及牛顿力学定律可知, 飞艇沿纵轴 ox 方向加速度 $\frac{d^2x}{dt^2} / (\text{m} \cdot \text{s}^{-2})$ 的变化取决于动压头 $p = 0.5 \rho(t) U_{\infty}^2(t)$. 在100 s的运行时间内, 飞艇在垂直方向的位移分量变化很小, 即飞艇所在位置气流密度 $\rho(t)$ 变化缓慢, 导致气流密度 $\rho(t)$ 对飞艇加速度 $\frac{d^2x}{dt^2}$ 的影响在图4中得不到体现, 图4中的曲线主要受气流流速 $U_{\infty}(t)$ 的影响, 与图3中气流流速 $U_{\infty}(t)$ 变化曲线的

走势基本相同. 这说明本文建立的飞艇水平位移动力学模型是正确的.

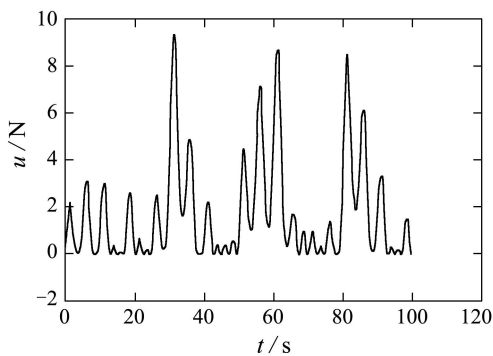
2) 图5中: ① 系统在式(11)趋近律作用下, 经过极短的时间($t < 0.5\text{s}$)进入滑动模态, 跟踪误差轨迹点 $\{x_1(t), x_2(t)\}$ 趋近滑模开关面的速度在100s的运行时间内变化缓慢, 抖动的幅度、频率衰减不明显; ② 系统在图3所示的强烈气流干扰作用下, 跟踪误差轨迹很快沿滑模面渐进地趋于零, 这说明滑模变结构控制方法适于系统的控制.



(a) 跟踪误差变化曲线



(b) 跟踪误差轨迹曲线

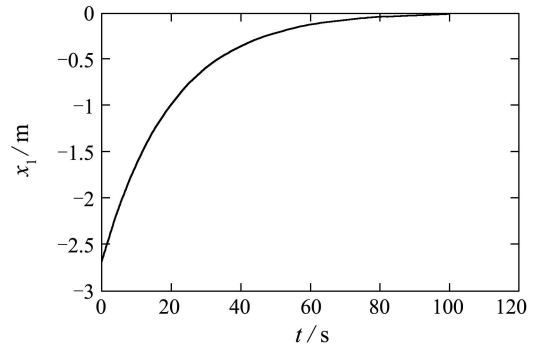


(c) 控制量 $u(t)$ 变化曲线

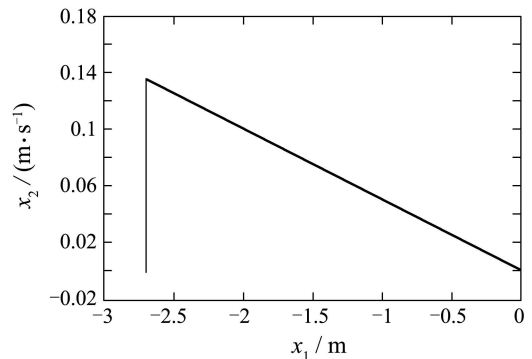
图 5 $c = c_{\max}$, 式(11)作用下跟踪误差仿真结果
Fig. 5 Tracking error simulation under $c = c_{\max}$ by equation(11)

3) 图6(a)与图5(a)相比较, 过渡过程所需时间无显著延长; 图6(b)与图5(b)相比较, 滑动模态中, 跟踪

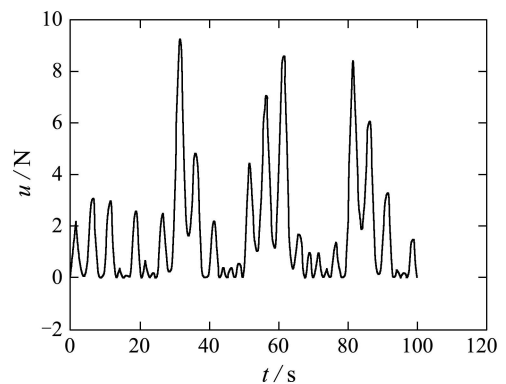
误差轨迹点 $\{x_1(t), x_2(t)\}$ 趋近滑模开关面的速度逐渐减弱, 在滑模开关面 $c_{\max}x_1(t) + x_2(t) = 0$ 附近震荡, 抖动的幅值随时间的流逝迅速衰减, 这反映在控制量上, 表现为随着时间的流逝, 图6(c)中较图5(c), 曲线的走势虽然基本相同, 然而曲线的光滑性逐渐增强.



(a) 跟踪误差变化曲线



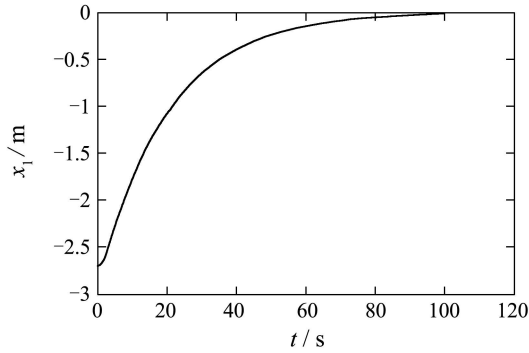
(b) 跟踪误差轨迹曲线



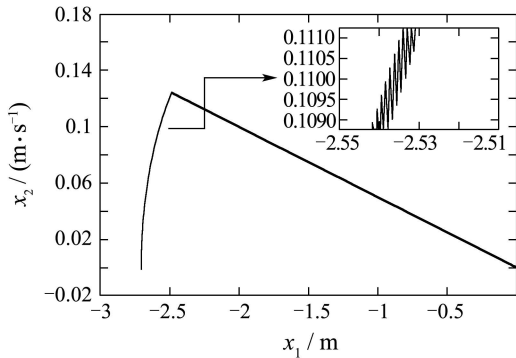
(c) 控制量 $u(t)$ 变化曲线

图 6 $c = c_{\max}$, 式(12)作用下跟踪误差仿真结果
Fig. 6 Tracking error simulation under $c = c_{\max}$ by equation(12)

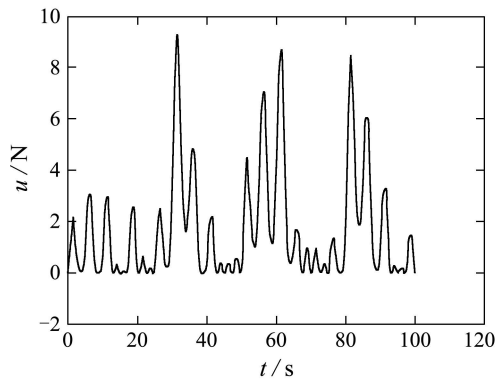
4) 图7中, 系统在参数 c 从 c_{\min} 逐渐增大 c_{\max} 的过程中, 由于每次采样, c 的增量 Δc 较小, 相当于在任一时刻, 系统的滑模开关面参数 c 相对固定且较小, 引起系统较大的抖动.



(a) 跟踪误差变化曲线



(b) 跟踪误差轨迹曲线



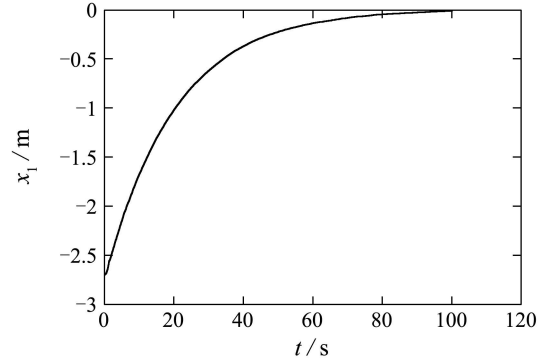
(c) 控制量u(t)变化曲线

图7 文献[21]中 Δc 值过小,跟踪误差仿真结果

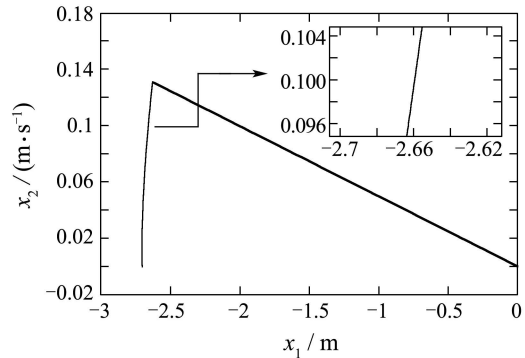
Fig. 7 Tracking error simulation under Δc is too small by reference [21]

5) 图8中: ① 文中控制方法, 使参数 c 从 c_{\min} 逐渐增大到 c_{\max} , 则 $t = k_{\tau}T (k_{\tau} < k_2)$ 时刻, 上一时刻跟踪误差轨迹点 $\{x_1[(k_{\tau} - 1)T], x_2[(k_{\tau} - 1)T]\}$ 相对滑模开关面 $cx_1(t) + x_2(t) = 0$ 有 $c_1x_1[(k_{\tau} - 1)T] + x_2[(k_{\tau} - 1)T] < 0$, 将 $\{x_1[(k_{\tau} - 1)T], x_2[(k_{\tau} - 1)T]\}$ 视为新的初始点, 由于滑模开关面的吸附作用 $\dot{s}(t) \leq 0$, 跟踪误差轨迹点 $\{x_1[(k_{\tau} - 1)T], x_2[(k_{\tau} - 1)T]\}$ 滑向 $s(t) = 0$ 面, 如此循环, 系统在这一运行过程中, 并未出现图6(b)中的跟踪误差轨迹点 $\{x_1(t), x_2(t)\}$ 的震荡现象, 反映在控制量上, 表现为在这段时间内, 图8(c)中, 曲线的光滑性较图7(c)中的好; ② 在参数 c 增大到 c_{\max} 后, c 随着对象参数的变

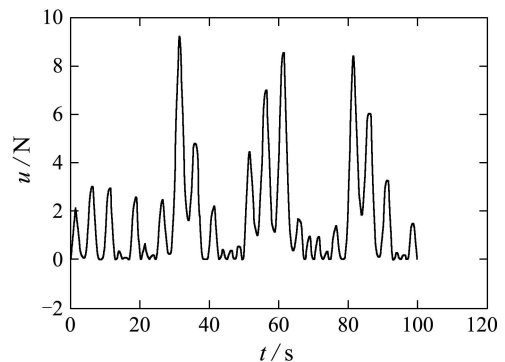
化做出调整, 且由于参数 c 在两次采用间隔期间变化极小, 参数 Δc 选择较为得当, 较采用固定开关面参数 c 的方法, 系统的轨迹跟踪曲线光滑性得到较大改善, 极大地削弱了系统的抖动, 相应地提高了系统的鲁棒性能; ③ 系统的输出从 -2.7 m非常平滑地趋于零, 与采用传统滑模控制方法得到的图5中的对应曲线走势基本相同, 跟踪误差轨迹曲线渐进于零, 这说明本文提出的滑模开关面参数自适应的准滑模变结构控制方法是稳定的.



(a) 跟踪误差变化曲线



(b) 跟踪误差轨迹曲线



(c) 控制量u(t)变化曲线

图8 本文控制方法下跟踪误差仿真结果

Fig. 8 Tracking error simulation by the essay

6 结论(Conclusion)

通过对图3的说明及图4~8的分析, 可以得出如下结论:

- 1) 本文建立的飞艇水平位移动力学模型是正确

的; 模变结构控制方法适于飞艇水平位移的控制。

2) 式(12)作用下, 滑动模态中跟踪误差轨迹点 $\{x_1(t), x_2(t)\}$ 趋近开关面的速度逐渐减弱, 抖动幅值随着时间的流逝迅速衰减;

3) 采用文中的方法, 使参数 c 从 c_{\min} 逐渐增大到 c_{\max} , 由于滑模开关面的吸附作用, 点 RP 在这一过程中的运动比较光滑, 避免了图6(b)中出现的震荡现象。

4) 在参数 c 增大到 c_{\max} 后, 文中的控制方法在一定范围内使得参数 c 随着对象参数的变化做出调整, 较采用固定参数 c 的控制方法, 系统的轨迹跟踪曲线光滑性得到较大改善, 极大地削弱了系统的抖动, 相应地提高了系统的鲁棒性能, 取得了良好的控制效果; 同时, 验证了定理1的正确性。

5) 系统的跟踪误差轨迹曲线渐进于零, 这说明本文提出的滑模开关面参数自适应的准滑模变结构控制方法是稳定的, 验证了定理2的正确性。

参考文献(References):

- [1] HUSNI E M, RAZADI R, SAID A M. Broadband communications based on high altitude platform systems (HAPS) for tropical countries[C]// *Proc of the Sixth Int Symposium on Signal Processing and Its Applications*. Piscataway: IEEE press, 2001: 517 – 520.
- [2] TOZER T C, GRACE D. High-altitude platforms for wireless communications[J]. *Electronics & Communication Engineering Journal*, 2001, 13(2): 127 – 137.
- [3] LEONARD S. High speed wireless Internet access [C]// *Pro of the 22nd Annual Int Confe of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society*. Piscataway: IEEE Press, 2000: 873 – 877.
- [4] LANNOTTA B. Stratospheric hopes[J]. *Aerospace America*, 2000, 29(4): 36 – 40.
- [5] DJUKNIC G M, FREIDENFELDS J. Establishing wireless communication services via high-altitude aeronautical platform: a concept whose time has come[J]. *IEEE Communications Magazine*, 1997, 35(9): 128 – 135.
- [6] CHANG D C D, CHANG M U. Stratospheric platforms based mobile communications architecture, PCT: Wo 01/97406 A2[P]. 2001–12–20.
- [7] GOVER A, KASTNER R. High-altitude cellular communication system platform, PCT: Wo 97/07609[P]. 1997–2–27.
- [8] MACCREADY P, HIBBS B D, BELIK P. Liquid hydrogen stratospheric aircraft, PCT: Wo 01/76941 A2[P]. 2001–10–18.
- [9] PERY W D, JAECKLE T H, BLACK A B. Dirigible stratospheric airship, PCT: Wo 00/34120[P]. 2000–6–15.
- [10] WONG A Y. High-altitude lighter-than-air stationary platforms including ion engines, PCT: Wo 97/33790[P]. 1997–11–18.
- [11] 夏雨佳, 屈卫东. 平流层通信平台动力学模型的建立[J]. 航空计算技术, 2002, 30(3): 15 – 27
(XIA Yujia, QU Weidong. Dynamic modeling of stratospheric telecommunication platform[J]. *Aeronautical Computer Technique*, 2002, 30(3): 15 – 27.)
- [12] 方存光, 王伟, 蔡光启. 自主飞艇侧滑角姿态建模及控制[J]. 机械工程学报, 2005, 41(6): 17 – 28.
(FANG Cunguang, WANG Wei, CAI Guangqi. Yaw attitude dynamics modeling and its control of unmanned dirigible airship[J]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2005, 41(6): 17 – 28.)
- [13] 方存光, 王伟. 自主飞艇俯仰角姿态动力学建模及控制[J]. 控制理论与应用, 2004, 21(2): 231 – 238
(FANG Cunguang, WANG Wei. Pitching attitude dynamics modeling and its control of unmanned dirigible airship[J]. *Control Theory & Applications*, 2004, 21(2): 231 – 238.)
- [14] 方存光, 王伟. 自主飞艇浮力调节系统的建模及控制[J]. 控制与决策, 2004, 19(6): 631 – 636
(FANG Cunguang, WANG Wei. Modeling and control of buoyancy force regulating systems of unmanned autonomous airship[J]. *Control and Decision*. 2004, 19(6): 631 – 636.)
- [15] WONG L K, LEUNG F H F, TAM P K S. A chattering elimination algorithm for sliding mode control of uncertain nonlinear systems[J]. *Mechatronics*, 1998, 8(7): 654 – 664.
- [16] HUNG J C. Chattering handling for variable structure control system [C]// *Pro of IECON '93*. Piscataway: IEEE Press, 1993: 237 – 245.
- [17] GORAN G, CEDOMIR M. Robust discrete-time chattering free sliding mode control[J]. *Systems & Control Letters*, 2000, 41(1): 19 – 28.
- [18] LEE S M, LEE B H. A discrete-time sliding mode controller and observer with computation time delay[J]. *Control Engineering Practice*, 1999, 7(9): 943 – 955.
- [19] HA Q P, RYE D C, DURRANT-WHYTE H F. Fuzzy moving sliding mode control with application to robotic manipulators[J]. *Automatica*, 1999, 35(4): 607 – 616.
- [20] GENE F, FRANKLIN J, ABBAS E N. *Feedback Control of Dynamic Systems*[M]. New York: Ddisonwelsley Press, 1994.
- [21] 王丰尧. 滑模变结构控制[M]. 北京: 机械工业出版社, 1995.
(WANG Feng Yao. *Sliding Mode Variable Structure*[M]. Beijing: Mechanic Industry Publishing Company, 1995.)
- [22] SLOTINE J J, LI W. *Applied Nonlinear Control*[M]. NJ: Prentice-Hall, 1991.
- [23] SCHLICHTING H, TRUCKENBRODT E. 飞机空气动力学[M]. 王星灿, 译. 北京: 国防工业出版社, 1978.
(SCHLICHTING H, TRUCKENBRODT E. *Plane Atmosphere Dynamics*[M]. Translated by WANG Xingchan. Beijing: National Defense Industry Press, 1978.)
- [24] 华莱士 J M, 霍布斯 P V. 大气科学概论[M]. 王鹏飞, 等, 译. 上海: 上海科学技术出版社, 1981
(HUA LAI-SHI J M, HUO BU-SI P V. *Survey to Atmospheric Sciences*[M]. Translated by WANG Pengfei, et al. Shanghai: Shanghai Science Technology Press, 1981.)

作者简介:

方存光 (1972—), 男, 2003年获东北大学信息科学与工程专业博士学位, 研究方向是智能机器人的建模与控制、汽车电子控制系统, E-mail: cunguangf@263.net;

王伟 (1955—), 男, 大连理工大学教授, 博士生导师, 1982年毕业于东北大学, 获工学博士学位, 研究方向是预测控制、智能控制、流程工业的集成优化控制, E-mail: wangwei@dlut.edu.cn.