文章编号：1000−8152(2007)02−0205−05

Lipschitz广义非线性系统观测器设计

刘艳红[1]，李春文[2]，王玉振[3]，吴热冰[4]，楚　冰[2]

(1.郑州大学 电气工程学院, 河南 郑州 450001; 2. 清华大学 自动化系, 北京 100084;

3. 山东大学 控制科学与工程学院, 山东 济南 250061; 4. 普林斯顿大学 Frick实验室, 美国 普林斯顿 NJ08544)

摘要: 研究一类广义非线性系统的观测器设计问题. 首先讨论了半正定Lyapunov函数下指数1广义非线性系统稳定及渐近稳定性, 然后对一类由线性和Lipschitz非线性项组成的广义非线性系统, 给出了渐近稳定观测器存在的条件, 并把观测器反馈增益矩阵的设计归结为广义线性系统容许控制以及奇异值计算问题, 证明了若容许广义线性系统矩阵的最小奇异值大于系统的Lipschitz常数, 容许控制器增益矩阵就是待求的观测器反馈增益矩阵.

关键词: 广义非线性系统; 观测器设计; 渐近稳定; 奇异值

中图分类号: TP273　　**文献标识码**: A

Observer design for Lipschitz nonlinear singular systems

LIU Yan-hong[1], LI Chun-wen[2], WANG Yu-zhen[3], WU Re-bing[4], CHU Bing[2]

(1. School of Electrical Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou Henan 450001, China;
2. Automation Department, Tsinghua University, Beijing 100084, China;
3. School of Control Science & Engineering, Shandong University, Jinan Shandong 250061, China;
4. Frick Laboratory, Princeton University, Princeton NJ 08544, USA)

Abstract: The observer design for nonlinear singular systems is discussed. First, for an index-one nonlinear singular systems, the stability and asymptotical stability with positive semi-definite Lyapunov functions are analyzed. Then, for nonlinear singular systems composed of linear and Lipschitz nonlinear terms, some sufficient conditions are proposed for the existence of asymptotically stable observer system. An algorithm is developed to calculate the observer gain, converting the original problem into admissible control of a linear singular system and the calculation of minimum singular value of the correspondingly closed system. It is proven that if the minimum singular value is greater than the Lipschitz constant of the nonlinear singular system, the admissible controller gain can serve as the observer gain.

Key words: nonlinear singular systems; observer design; asymptotical stability; singular value

1　引言(Introduction)

状态反馈对提高广义系统稳定性和动态性能具有重要意义. 但实际系统的状态通常难以全部量测, 为了实现状态反馈控制, 需要基于可测量信息对状态变量进行估计, 即完成观测器设计. 在过去十多年间, 广义线性系统观测器设计得到了广泛研究, 提出了多种观测器设计方法[1~5]. 相对来讲, 广义非线性系统观测器问题的研究还不充分[6~8]. 文献[6]通过将广义系统转化为等价的微分方程系统, 给出了存在局部状态观测器的条件, 但不是所有的广义非线性系统都可以转化为微分方程系统, 而且这种转化会丧失广义系统特有的性质. 文献[7]及[8]研究了由线性和高阶非线性项组成的广义非线性系统的观测器设计问题. 文献[7]在线性动态系统状态可观测条件下, 通过消去观测器误差方程中的代数变量, 将误差方程的渐近稳定问题转化为微分方程系统的渐近稳定问题, 但这种方法不能回归到原系统的观测器设计问题, 不具备可操作性. 文献[8]在线性动态系统状态可观测以及系统高阶项满足Lipschitz条件下, 基于动态补偿方法研究了广义非线性系统的观测器设计问题, 遗憾的是没有给出有效的观测器增益矩阵设计方法.

本文研究由线性和Lipschitz非线性项组成的广义非线性系统的观测器设计问题. 在广义系统稳定性分析中往往需要结合广义系统特点选择半正定Lyapunov函数, 以方便地得到Lyapunov函数沿系

收稿日期: 2005−08−11; 收修改稿日期：2006−05−15.
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(69774011,60433050).

统轨线的导数, 但这时不能采用经典的Lyapunov稳定性分析方法. 有鉴于此, 本文首先讨论半正定Lyapunov函数条件下广义非线性系统的稳定性分析问题, 将Kalitine等的研究结果[9,10]推广到指数1广义非线性系统, 给出相应的稳定性判别条件. 然后研究广义非线性系统的观测器设计问题, 给出了系统存在渐近稳定观测器的条件, 将观测器增益矩阵的求解归结为广义Riccati方程解的存在性问题. 由于广义Riccati方程的求解仍然比较困难, 本文将观测器增益矩阵设计进一步归结为广义线性系统容许控制器设计以及奇异值计算问题, 证明了如果容许控制器作用下对应广义线性系统矩阵束的最小奇异值大于系统的Lipschitz常数, 则容许控制器增益矩阵就是待求的观测器反馈增益矩阵.

2 指数1广义非线性系统稳定性(Stability of nonlinear singular systems of index-one)

本节将半正定Lyapunov函数条件下非线性系统稳定性分析的结果推广到指数1广义非线性系统, 给出广义非线性系统稳定和渐近稳定的条件.

首先给出非线性系统在半正定Lyapunov函数下稳定及渐近稳定的条件.

引理 1 对下面非线性系统

$$\dot{x} = F(x),\ F(0) = 0, \tag{1}$$

假设$F(x)$连续可微, 同时在原点某邻域Ω内存在函数$V \in C^1(x, R)$, 使得对任意$x \in \Omega$有$V(x) > 0 (V(0) = 0)$, $\dot{V}(x) \leqslant 0$. 设G^*是包含在$G = \{x \in \Omega : V(x) = 0\}$中的系统的最大不变集. 若$G^*$上所有系统轨线渐近稳定, 则系统(1)稳定. 进一步, 设M^*是包含在集合$M = \{x \in \Omega : \dot{V}(x) = 0\}$中的最大不变集. 若$M^*$上所有系统轨线都渐近稳定, 则系统(1)渐近稳定.

引理1表明, 半正定Lyapunov函数下非线性系统的稳定性可以归结为$G = \{x \in \Omega : V(x) = 0\}$中最大不变集上系统轨线的渐近稳定性, 而渐近稳定性可以归结为M^*是包含在$M = \{x \in \Omega : \dot{V}(x) = 0\}$中最大不变集上系统轨线的渐近稳定性. 该引理是LaSalle不变集原理的推广.

考虑下面自治广义非线性系统

$$E\dot{x} = f(x). \tag{2}$$

其中: $x \in X \subset \mathbb{R}^n$称为广义状态变量, $f(x)$是光滑向量函数, $f(0) = 0$, $E \in \mathbb{R}^{n\times n}$是奇异矩阵, 即$\operatorname{rank} E = r < n$. 一般地, 系统(2)可以化为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = f_1(x_1, x_2), \\ 0 = f_2(x_1, x_2). \end{cases} \tag{3}$$

其中: $x_1 \in X_1 \subset \mathbb{R}^r$称为状态变量, $x_2 \in X_2 \subset \mathbb{R}^{(n-r)}$称为代数变量.

本文假设广义非线性系统(3)在平衡点处是指数1的, 即$\partial f_2(x_1, x_2)/\partial x_2$在该点非奇异[11]. 对高指数广义系统, 一定条件下可以通过系统变换[12]或者反馈控制[13], 将其化为指数1系统.

定理 1 考虑指数1广义非线性系统(2). 假设在原点某邻域D内存在函数$V \in C^1(x, R)$, 使得对任意$x \in D$, 有$V(x) \geqslant 0$, $V(0) = 0$, $\dot{V}(x) \leqslant 0$. 令S^*是包含在$S = \{x \in D : V(x) = 0\}$中的系统的最大不变集. 如果$S^*$上所有系统轨线均渐近稳定, 则系统在Lyapunov意义下稳定. 进一步, 令N^*是包含在$N = \{x \in D : \dot{V}(x) = 0\}$中的系统的最大不变集. 如果$N^*$上所有系统轨线均渐近稳定, 则系统在Lyapunov意义下渐近稳定.

证 为方便论述, 假设系统(2)已化为系统(3). 由于系统是指数1的, 根据隐函数定理知存在连续函数$g(x_1)$使得代数变量能够表示为$x_2 = g(x_1) (g(0) = 0)$, 即系统(2)可以化为$\dot{x}_1 = f_1(x_1, g(x_1))$, $x_2 = g(x_1)$, 其稳定性和渐近稳定性由$\hat{\Sigma} : \dot{x}_1 = f_1(x_1, x_2)$的稳定性和渐近稳定性所决定. 考虑到

$$V(x) = V(x_1, x_2) = V(x_1, g(x_1)) = \hat{V}(x_1) \geqslant 0,$$

$$\dot{V}(x) = \dot{V}(x_1, x_2) = \dot{V}(x_1, g(x_1)) = \dot{\hat{V}}(x_1) \leqslant 0.$$

$\hat{V}(x_1)$可以作为系统$\hat{\Sigma}$的Lyapunov函数. 同时由于

$$\begin{aligned} &S = \{x \in D : V(x) = 0\} = \\ &\{(x_1, x_2) \in D : V(x_1, g(x_1)) = 0, x_2 = g(x_1)\} = \\ &\{(x_1, x_2) \in D : \hat{V}(x_1) = 0, x_2 = g(x_1)\}, \\ &N = \{x \in D : \dot{V}(x) = 0\} = \\ &\{(x_1, x_2) \in D : \hat{V}(x_1) = 0, x_2 = g(x_1)\}, \end{aligned}$$

又由于$\{(x_1, x_2) \in D : f_2(x_1, x_2) = 0\}$恒为不变集, 故$\hat{S} = \{x_1 \in D : \hat{V}(x_1) = 0\}$和$\hat{N} = \{x_1 \in D : \dot{\hat{V}}(x_1) = 0\}$中的最大不变集分别位于$S$和$N$的最大不变集中, 根据定理条件和引理1, 可知系统的稳定性和渐近稳定性, 从而得到系统(2)的稳定性结论如定理所示.

注 1 该定理是文献[14]给出的指数1广义非线性系统的LaSalle不变集原理的推广. 文献[14]中要求Lyapunov函数正定, 定理1仅要求Lyapunov函数半正定.

3 广义非线性系统渐近稳定观测器设计(Asymptotically stable observer design of nonlinear singular systems)

根据上一节得到的广义非线性系统的稳定性定理, 本节讨论一类广义非线性系统的渐近稳定观测器设计问题. 考虑下面非线性广义系统[7,8]

$$\begin{cases} E\dot{x} = Ax + \phi(x), \\ y = Cx. \end{cases} \tag{4}$$

假设系统(4)的非线性项满足局部Lipschitz条件, 即存在常数γ, 使得

$$\|\phi(x) - \phi(\hat{x})\| \leqslant \gamma\|x - \hat{x}\|. \tag{5}$$

注 2　由于$f(x)$连续可微, 通过Taylor级数展开, $E\dot{x} = f(x)$可以容易地表示为$E\dot{x} = Ax + \phi x$形式.

注 3　为了描述方便起见, 这里称γ为系统(4)的Lipschitz常数. 由于系统非线性项满足局部Lipschitz条件时, 系统亦满足Lipschitz条件(两者之间仅相差一个常数), 这样称呼是可行的.

设系统(4)的观测器为

$$E\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + \phi(\hat{x}) + L(y - C\hat{x}), \tag{6}$$

则观测器误差系统为

$$E\dot{e} = (A - LC)e + \phi(x) - \phi(\hat{x}). \tag{7}$$

其中$e = x - \hat{x}$为观测误差.

广义非线性系统的观测器设计问题就是选取合适的输出反馈增益矩阵L, 使得观测器误差系统渐近稳定, 即$\lim\limits_{t\to\infty} e = 0$.

定理 2　如果存在反馈增益矩阵L, 使得

$$\gamma < \frac{\lambda_{\min}(Q)}{2\lambda_{\max}(P)}. \tag{8}$$

其中: γ是系统(4)的Lipschisz常数, Q是正定矩阵, P是下面广义Lyapunov方程的解:

$$\begin{cases} (A - LC)^{\mathrm{T}}P + P^{\mathrm{T}}(A - LC) = -Q, \\ E^{\mathrm{T}}P = P^{\mathrm{T}}E \geqslant 0, \end{cases} \tag{9}$$

则观测器误差系统(7)渐近稳定.

要根据定理1判断观测器误差系统渐近稳定性, 首先需要证明其是指数1的, 即验证局部线性化广义系统是指数1的[14]. 由于广义线性系统容许(正则, 无脉冲, 有限动态模稳定)时是指数1的, 故在证明定理2之前, 首先给出广义线性系统容许的一个简单易行的判别条件[15].

引理 2　广义线性系统

$$E\dot{x} = Ax \tag{10}$$

容许的充分必要条件是存在矩阵X使得下面广义Lyapunov方程成立:

$$\begin{cases} A^{\mathrm{T}}X + X^{\mathrm{T}}A < 0, \\ X^{\mathrm{T}}E = E^{\mathrm{T}}X \geqslant 0. \end{cases} \tag{11}$$

注 4　当$E = \mathrm{diag}(I, 0)$时, 满足$X^{\mathrm{T}}E = E^{\mathrm{T}}X \geqslant 0$的矩阵$X$必然具有$X = \begin{bmatrix} X_{11} & 0 \\ X_{21} & X_{22} \end{bmatrix}$的形式, 再由$A^{\mathrm{T}}X + X^{\mathrm{T}}A < 0$知$X_{11}$满秩, 从而有$X_{11} > 0$.

下面给出定理2的证明.

证　对给定的正定矩阵Q, 如果存在矩阵X满足式(8)和(9), 根据式(9)以及引理2, 可知观测器误差系统(7)是指数1的.

选择半正定Lyapunov函数$V(e) = e^{\mathrm{T}}E^{\mathrm{T}}Pe \geqslant 0$, 则

$$\begin{aligned}
&\dot{V}(e) = \\
&\dot{e}^{\mathrm{T}}E^{\mathrm{T}}Pe + e^{\mathrm{T}}P^{\mathrm{T}}E\dot{e} = \\
&e^{\mathrm{T}}\Big[(A - LC)^{\mathrm{T}}P + P^{\mathrm{T}}(A - LC)\Big]e + \\
&\Big[\phi(x) - \phi(\hat{x})\Big]^{\mathrm{T}}Pe + e^{\mathrm{T}}P^{\mathrm{T}}\Big[\phi(x) - \phi(\hat{x})\Big] = \\
&e^{\mathrm{T}}\Big[(A - LC)^{\mathrm{T}}P + P^{\mathrm{T}}(A - LC)\Big]e + \\
&2\Big[\phi(x) - \phi(\hat{x})\Big]^{\mathrm{T}}Pe = \\
&-e^{\mathrm{T}}Qe + 2\Big[\phi(x) - \phi(\hat{x})\Big]^{\mathrm{T}}Pe \leqslant \\
&-\lambda_{\min}(Q)\|e\|^2 + 2\gamma\|Pe\|\|e\| \leqslant \\
&-\lambda_{\min}(Q)\|e\|^2 + 2\gamma\lambda_{\max}(P)\|e\|^2 = \\
&\big[2\gamma\lambda_{\max}(P) - \lambda_{\min}(Q)\big]\|e\|^2 < 0.
\end{aligned}$$

由于满足条件(9)的矩阵P具有$P = \begin{bmatrix} P_{11} & 0 \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix}$的形式, 故$E^{\mathrm{T}}P = \begin{bmatrix} P_{11} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, 又由于$P_{11} > 0$, 可知系统在集合$S_e = \{e : V(e) = 0\}$上渐近稳定, 从而系统(7)稳定. 进一步, 由于$N_e = \{e : \dot{V}(e) = 0\}$只包含原点, 根据定理1, $e = 0$是系统(7)的一个渐近稳定平衡点, 即系统(6) 是广义非线性系统(4)的一个渐近稳定观测器.

定理2给出了系统(4)存在渐近稳定观测器时系统高次项的Lipschitz常数所允许的上界. 显然该上界依赖于矩阵Q的选取. Petel和Todal证明了当$Q = I$时, 式(8)右端的比值最大[16], 即系统(4)的观测器设计问题可以转化为寻找满足式(9) 的反馈增益矩阵L, 使得$\gamma < \dfrac{1}{2\lambda_{\max}(P)}$, 但是由于$A - LC$的特征值和$\lambda_{\max}(P)$之间并没有直接的关系, 很难根据定理条件构造出增益矩阵L. 下面给出系统(4)存在渐近稳定观测器的另一个充分条件, 使得在选择反馈增益矩阵时, 不需要考虑系统Lipschitz常数与$\lambda_{\max}(P)$的关系. 该条件是文献[17]关于非线性系统渐近稳定观测器结论在广义非线性系统中的推广.

定理 3　对满足$E^{\mathrm{T}}P = P^{\mathrm{T}}E \geqslant 0$的矩阵$P$, 如果可以选择反馈增益矩阵$L$, 使得

$$(A - LC)^{\mathrm{T}})P + P^{\mathrm{T}}(A - LC) + \gamma^2P^{\mathrm{T}}P + I < 0, \tag{12}$$

则观测器误差系统(7)渐近稳定.

证　如果可以选择增益矩阵L满足式(12), 根据引理2知观测器误差系统(7)是指数1的.

选择半正定Lyapunov函数$V(e) = e^{\mathrm{T}}E^{\mathrm{T}}Pe$, 则

$$\dot V(e)=\dot e^{\mathrm T}E^{\mathrm T}Pe+e^{\mathrm T}P^{\mathrm T}E\dot e= \\ e^{\mathrm T}\Big[(A-LC)^{\mathrm T}P+P^{\mathrm T}(A-LC)\Big]e+ \\ 2\Big[\phi(x)-\phi(\hat x)\Big]^{\mathrm T}Pe.$$

由于

$$2\Big[\phi(x)-\phi(\hat x)\Big]^{\mathrm T}Pe\leqslant \\ 2\gamma\|Pe\|\|e\|\leqslant\gamma^2e^{\mathrm T}P^{\mathrm T}Pe+e^{\mathrm T}e,$$

故

$$\dot V(e)\leqslant e^{\mathrm T}\Big[(A-LC)^{\mathrm T}P+P^{\mathrm T}(A-LC)+ \\ \gamma^2P^{\mathrm T}P+I\Big]e<0,$$

与定理2类似可知观测器误差系统渐近稳定.

定理3将增益矩阵L的构造进行了简化. 由于目前广义Riccati方程还没有有效的求解方法. 下面将增益矩阵L的选取归结为广义线性系统的容许控制以及奇异值计算问题. 首先给出广义系统的有界实引理[18], 该引理将广义Riccati方程解的存在性问题转化为Hamilton系统正则、无脉冲以及在虚轴上是否存在有限动态模问题.

引理 3 对广义线性系统, 下面两个条件等价:

1) $\{E,A\}$容许, 且Hamilton系统

$$\begin{bmatrix}E & 0\\ 0 & E^{\mathrm T}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot x\\ \dot\lambda\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}A & \gamma^2I\\ -Q & -A^{\mathrm T}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\ \lambda\end{bmatrix}\tag{13}$$

正则, 无脉冲且在虚轴上没有有限动态模;

2) 广义代数Riccati方程

$$\begin{cases}A^{\mathrm T}P+P^{\mathrm T}A+Q+\gamma^2P^{\mathrm T}P=0,\\ E^{\mathrm T}P=P^{\mathrm T}E\geqslant 0\end{cases}\tag{14}$$

存在容许解.

根据引理3, 式(12)的求解问题等价于存在矩阵L, 使得$\{E,A-LC\}$容许, 且系统

$$\begin{bmatrix}E & 0\\ 0 & E^{\mathrm T}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot x\\ \dot\lambda\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}A-LC & \gamma^2I\\ a_{21} & -(A-LC)^{\mathrm T}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\ \lambda\end{bmatrix}\tag{15}$$

正则、无脉冲且在虚轴上没有有限动态模, 其中$a_{21}=-(1+\varepsilon)I+\dfrac{1}{\gamma^2}C^{\mathrm T}C$, ε为适当小正数. 这个条件还可以进一步归结为奇异值计算问题.

定理 4 对广义非线性系统(4), 如果存在矩阵L使得$\{E,\ A-LC\}$容许, 且$\min\limits_{\omega\in\mathbb R^+}\sigma_{\min}(A-LC-\mathrm j\omega E)>\gamma$, 则(6)是系统的一个观测器, 且观测器增益矩阵为L.

证 只需证明如果存在矩阵L, 使得$\{E,\ A-LC\}$容许, 且

$$\min_{\omega\in\mathbb R^+}\sigma_{\min}(A-LC-\mathrm j\omega E)>\gamma,$$

则存在ε, 使得广义Hamilton系统(15)正则, 无脉冲且在虚轴上没有有限动态模.

下面假设存在矩阵L, 使得$\{E,\ A-LC\}$容许, 则Hamilton系统(15)可以化为

$$\begin{bmatrix}I&0&0&0\\0&I&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot x_1\\ \dot\lambda_1\\ \dot x_2\\ \dot\lambda_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}A_1&*&*&0\\ *&-A_1^{\mathrm T}&0&*\\ 0&*&*&I\\ *&0&I&*\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ \lambda_1\\ x_2\\ \lambda_2\end{bmatrix}.$$

该系统正则且无脉冲. 进一步, 系统(15)的特征多项式为

$$\varphi(\lambda)= \\ \det\left\{\lambda\begin{bmatrix}E&0\\0&E^{\mathrm T}\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}A-LC&\gamma^2I\\-(1+\varepsilon)I&-(A-LC)^{\mathrm T}\end{bmatrix}\right\}= \\ \det\left\{\begin{bmatrix}\lambda E-(A-LC)&-\gamma^2I\\(1+\varepsilon)I&\lambda E^{\mathrm T}+(A-LC)^{\mathrm T}\end{bmatrix}\cdot\right. \\ \left.\begin{bmatrix}I&0\\ \dfrac{1}{\gamma^2}\big(\lambda E-(A-LC)\big)&I\end{bmatrix}\right\}= \\ \det\begin{bmatrix}0&-\gamma^2I\\c_{21}&\lambda E^{\mathrm T}+(A-LC)^{\mathrm T}\end{bmatrix}= \\ \det\Big\{(1+\varepsilon)\gamma^2I+\big(\lambda E-(A-LC)\big)\cdot \\ (\lambda E^{\mathrm T}+(A-LC)^{\mathrm T})\Big\}= \\ \det\left\{\lambda\begin{bmatrix}I&0\\0&I\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}A_1&0\\0&A_1^{\mathrm T}\end{bmatrix}\right\}.$$

其中

$$c_{21}=(1+\varepsilon)I+\frac{1}{\gamma^2}\big(\lambda E-(A- \\ LC)\big)\big(\lambda E^{\mathrm T}+(A-LC)^{\mathrm T}\big).$$

如果能够证明不存在$\lambda=\mathrm j\omega$使得$\varphi(\lambda)=0$, 则系统没有虚部有限动态模. 笔者知道, $A-LC-\mathrm j\omega E$的奇异值可以分为两部分, 分别对应系统的有限动态模和无限动态模. 由于系统$\{E,A-LC\}$无脉冲, 所以与该系统无穷远模态对应的奇异值不可能位于虚轴上, 而与系统有限动态模对应的奇异值当$\omega\to\infty$时趋于无穷. 记$\sigma_{F\min}$为$A-LC-\mathrm j\omega E$中与$\{E,A-LC\}$有限动态模对应的最小奇异值, $\sigma_{I\min}$为无穷远模态对应的最小奇异值. 取

$$\gamma_{\min}=\min\{\sigma_{F\min},\sigma_{I\min}\}= \\ \min_{\omega\in\mathbb R^+}\sigma_{\min}(A-LC-\mathrm j\omega E).$$

如果广义系统的Lipschitz常数$\gamma<\gamma_{\min}$, 则可以选

择ε使得$\gamma^2(1+\varepsilon) < \gamma^2_{\min}$，即

$$((A-LC)-\mathrm{j}\omega E)^*((A-LC)-\mathrm{j}\omega E)>(1+\varepsilon)\gamma^2 I.$$

从而Hamilton系统(15)不存在虚轴有限动态模. 综上, 可知定理成立.

至此将广义非线性系统观测器设计问题归结为广义线性系统容许控制以及矩阵束奇异值计算问题, 而广义线性系统的容许控制有有效的设计方法. 下面给出广义非线性系统观测器设计的步骤:

1) 求容许控制器L使得广义线性系统$\{E, A-LC\}$容许;

2) 求$\{E, A-LC\}$的最小奇异值. 如果满足$\sigma_{\min}(A-LC-\mathrm{j}\omega E) > \gamma$, 则$L$就是待求的观测器反馈增益矩阵.

4 结论(Conclusion)

本文讨论了一类广义非线性系统的观测器设计问题. 首先, 研究了半正定Lyapunov条件下指数1广义非线性系统稳定以及渐近稳定性. 基于该稳定性分析结果, 讨论了一类广义非线性系统的观测器设计问题, 给出了存在渐近稳定观测器的条件, 并将观测器反馈增益矩阵的设计归结为广义线性系统容许控制以及奇异值计算问题, 证明了在容许控制器作用下, 如果闭环广义线性系统矩阵束的最小奇异值大于广义非线性系统的Lipschitz常数, 则容许控制器增益矩阵就是待求的观测器反馈增益矩阵.

参考文献(References):

[1] YANG C W, TAN H L. Observer design for singular systems with unknown inputs[J]. *Int J Control*, 1989, 49(6): 1937 – 1946.

[2] LEWIS L F. Geometric design techniques for observers in singular systems[J]. *Automatica*, 1990, 26: 411 – 415.

[3] Ei-TOHAMI M, LOVASS-NAGY V, MUKUNDAN R. On the design of observer for generalized state-space systems using singular value decomposition[J]. *Int J Control*, 1983, 38: 673 – 683.

[4] VERHAEGEN M H, Van DOOREN, P. A reduced order observer for descriptor systems[J]. *Systems & Control Letters*, 1986, 8: 29 – 37.

[5] SAIDAHMED M T F. A new approach for designing a reduced order controller of linear singular systems[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1990, 35(4): 492 – 495.

[6] ZIMMER G, MEIER J. On observing nonlinear descriptor systems[J]. *Systems & Control Letters*, 1997, 32(1): 43 – 48.

[7] KAPRIELIAN S, TRUI J. An observer for nonlinear descriptor system[C]//*Proc of the 31st Conf on Decision and Control*. Tucson, Arizona: [s.n.], 1992, 1: 975 – 976.

[8] BOUTAYEB M, DAROUACH M. Observers design for nonlinear descriptor systems[C]//*Proc of the 34th Conf on Decision and Control*. New Orieans, LA: [s.n.],1995, 3: 2369 – 2374.

[9] IGGIDR A, KALITION B, SALLET G. Lyapunov theorems with semidefinite functions[C]//*Proc of IFAC World Congress*. Beijing: [s.n.], 1999: 5 – 9.

[10] IGGIDR A, SALLET G. On the stability of nonautonomous systems[J]. *Automatica*, 2003, 39: 167 – 171.

[11] LIU Yongqing, LI Yuanqing. Stabilization of nonlinear singular systems[C]//*Proc of American Control Conference*. Philadelphia: [s.n.], 1998: 2532 – 2533.

[12] BACJAMANN R, BRÜLL L, MRZZIGLOD Th, et al. On methods for reducing the index of differential-algebraic equations[J]. *Computer & Chemical Engineering*, 1990, 14: 1271 – 1273.

[13] LIU X P, ČELIKOVSKÉ S. Feeback control of affine nonlinear singular control systems[J]. *Int J Control*, 1997, 68(4): 753 – 774.

[14] WANG He-sheng, YUNG Chee-fai, CHANG Fan-ren. H_∞ control for nonlinear descriptor systems[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2002, 47(11): 1919 – 1925.

[15] MASUBUCHI I, KAMITANE Y, OHARA A, et al. H_∞ control for descriptor systems: a matrix inequalities approach[J]. *Automatica*, 1996, 33: 669 – 673.

[16] PATEL R V, TODAL. Quantitative measures of robustness in multivariable systems[C]//*Proc of Joint Automatic Control Conf*. San Francisco, CA: [s.n.], 1980, TP8-A.

[17] RRJAMANI R, CHO Y M. Existence and design of observers for nonlinear systems: relation to distance to unobservability[J]. *Int J Control*, 1998, 69(5): 717 – 731.

[18] WANG H S, YUNG C F, CHANG F R. Bounded real lemma andH_∞ control for descriptor systems[J]. *IEE Proceedings: Control Theory and Applications*, 1998, 145(3): 316 – 322.

作者简介:

刘艳红 (1970—), 女, 郑州大学电气工程学院副教授, 主要研究为广义非线性系统控制、电力系统控制, E-mail:liuyh99@mails.tsinghua.edu. cn;

李春文 (1958—), 男, 清华大学自动化系教授, 博士生导师, 主要研究非线性系统控制、电力系统控制等, E-mail: lcw@mail.tsinghua.edu.cn;

王玉振 (1963—), 男, 山东大学控制科学与工程学院教授, 博士生导师, 主要研究非线性系统控制、Hamilton控制系统, E-mail: wangyuzhen@tsinghua.org.cn;

吴热冰 (1976—), 男, 2004年毕业于清华大学自动化系, 现在Prinston大学Frick实验室和博士后研究工作, 主要研究非线性系统控制、量子系统控制, E-mail: rewu@Princeton.edu;

楚 冰 (1983—), 男, 清华大学在读硕士研究生, 主要研究多维系统分析与控制、随机滤波, E-mail: chubing00@mails.tsinghua.edu.cn.