

# 一种新型Skew Tent映射的混沌混合优化算法

江善和, 王其申, 江巨浪

(安庆师范学院 物理与电气工程学院, 安徽 安庆 246011)

**摘要:** 针对已有的混沌优化算法几乎都是利用Logistic映射作为混沌序列发生器, 而该混沌序列的概率密度函数呈两头多、中间少的切比雪夫型的分布性质, 不利于搜索的效率和能力. 为此, 首先构造一种新型混沌映射序列发生器—Skew Tent映射并结合迭代优化特点加以改进, 然后分析了它的混沌特性. 其次, 将改进的混沌映射与Alopex启发算法相结合, 充分发挥Alopex算法的快速搜索能力和混沌优化全局寻优的特性, 提出一种混沌混合优化算法, 提高了算法的收敛速度和有效搜索全局最优解. 最后, 仿真算例验证了该算法的有效性和Skew Tent混沌映射的应用前景.

**关键词:** Logistic映射; Skew Tent映射; Alopex算法; 混沌混合优化; 全局最优

**中图分类号:** TP301 **文献标识码:** A

## Chaotic hybrid optimization algorithm of a new Skew Tent map

JIANG Shan-he, WANG Qi-shen, JIANG Ju-lang

(Physics and Power Engineering Institute, Anqing Teaching College, Anqing Anhui 246011, China)

**Abstract:** The existing chaos optimization algorithms were almost based on Logistic map. However, the probability density function of chaotic sequences for Logistic map is a Chebyshev-type function, which may affect the global searching capacity and computational efficiency of chaos optimization algorithm. Firstly, a new chaotic sequences-Skew Tent map is established in this paper, and is improved by its iterative optimization property. The chaotic performance of Skew Tent map is then discussed by eliminating the bad points during the chaos searching. A hybrid optimization algorithm, in which the improved chaotic map is combined with the Alopex heuristic algorithm, is also proposed by making full use of the properties of the rapid search capability of Alopex algorithm and the global optimization of improved chaotic map. The convergence speed and global optimal value of the presented algorithm are thus improved. Finally, the simulation examples show the effectiveness of the algorithm, as well as the practicability of Skew Tent map.

**Key words:** Logistic map; Skew Tent map; Alopex algorithm; chaotic hybrid optimization; global optimization

## 1 引言(Introduction)

最优化问题在20世纪40年代末成为一门独立的学科, 单纯形法、最速下降法、共轭梯度法、牛顿法、可行方向法、信赖域法等都是常用的优化算法, 但这些传统的确定性优化算法或易陷入局部最优解, 或计算量大而难以应用, 而且有的方法还需要导数信息(如函数的梯度和海森矩阵). 然而, 工程中的各种复杂高级控制, 常常遇到非线性优化问题, 寻找这类问题的全局最优解成为当今的一个非常重要的课题. 近年来, 基于随机搜索技术的遗传算法、模拟退火算法、蚁群优化算法、混沌优化算法等现代智能优化算法在解决全局最优问题中得到广泛重视和大量研究.

混沌优化算法利用混沌变量的随机性、遍历

性、规律性特点求解复杂非线性多峰问题的全局最优解, 易跳出局部最优, 无需优化问题具有连续性和可微性. 关于混沌优化算法的研究取得了很大的成功. 例如李兵等<sup>[1]</sup>利用二次载波提出混沌优化算法, 发现其效率高于一般的随机优化算法(如GA), 但此方法对于搜索区间小时效果显著, 反之不能令人满意. 张彤等<sup>[2]</sup>提出变尺度的方法不断缩小变量搜索空间. 梁惠勇等<sup>[3]</sup>针对其依赖初始点的特点, 提出并行计算的混沌优化方法, 从而消除初始点选取不当而降低搜索速度和陷入局部. 梁瑞鑫等<sup>[4]</sup>把共轭梯度法与混沌优化方法相结合, 能使共轭梯度法跳出局部而获全局优化. 文献[5~11]分别将混沌优化与传统优化算法(如最速下降法<sup>[5]</sup>、拟牛顿法<sup>[6]</sup>、罚函数法<sup>[7]</sup>、神经网络<sup>[8]</sup>、遗传算法<sup>[9]</sup>、模

拟退火算法<sup>[10]</sup>、禁忌搜索法<sup>[11]</sup>等)相结合的混合优化算法纷纷产生,这在一定程度上提高了算法的计算效率和优化精度.但上述各文献提出的混沌优化算法中都使用Logistic映射混沌系统产生搜索序列,而Logistic混沌序列的分布是不均匀的,从而使搜索时间较长;而且,基于共轭梯度等的混沌混合优化方法需要求解目标函数的导数,使用范围有局限性;基于神经网络的混合方法也常会将简单问题复杂化等.

本文将具有均匀分布函数的Skew Tent映射<sup>[12,13]</sup>引入到混沌优化算法中.首先研究该映射的构造和混沌特性,映射结构简单,迭代过程中消除舍入误差,得到精确的数字计算,因而适合计算机运行.同时,算法的改进使Skew Tent映射具有更好的遍历均匀性,可以有效的缩短搜索时间,降低初始值的敏感依赖性.混沌搜索具有全局寻优能力,但在接近最优点时寻优速度较慢;而Alopex算法<sup>[14]</sup>计算简单,抗噪声,具有快速搜索能力,无需求导.作者将基于Skew Tent映射的混沌优化算法和Alopex启发算法相结合形成的混合优化方法是一种很好的尝试,该方法能够搜索全局最优解,并具有较快的搜索速度.仿真算例的成功寻优表明了该方法的可行性和有效性,并且揭示Skew Tent映射具有比Logistic映射更广阔的应用范围和前景.

## 2 Skew Tent映射改进模型和混沌特性分析(Improved mapping model and chaotic performance of Skew Tent)

### 2.1 Skew Tent改进模型(Improved mapping model of Skew Tent)

Skew Tent映射<sup>[13]</sup>  $f_a$  定义为

$$f_a(x) = \begin{cases} \frac{x}{a}, & x \in (0, a], \\ \frac{x-1}{a-1}, & x \in (a, 1], \end{cases} \quad a \in (0, 1). \quad (1)$$

当参数  $a = 0.5$  时,即为Tent映射.按照混沌映射系统的李氏指数定义,该映射的李氏指数  $\lambda = -a \log a - (1-a) \log(1-a)$ .当  $a \in (0, 1)$ ,  $\lambda > 0$  表明该映射处于混沌状态,并且区间  $(0,1)$  是它的混沌不变集.

但是Skew Tent映射是2对1的映射,其混沌序列受计算机有限字长和有限精度的影响,  $x_n$  将很快落入一个循环,从而在迭代后迅速收敛.虽通过提高字长可使周期增大,但是实现复杂.在有的参数值下,比如  $a = 0.5$ ,容易趋于周期性,或收敛于稳定值0.为此重新寻找一类映射,避免迭代落入小周期循环或不动点.假设所有的状态个数为  $M$ ,将区间  $(0,1)$  分成  $M$  等分,所有的等分点构成一个状态集合:

$$P = \{x = i/M, 1 \leq i \leq M\}.$$

基于  $f_a$ ,构造一个在  $P$  上映射的映射<sup>[15]</sup>,

$$\tilde{f}_a : P \rightarrow P, \\ \tilde{f}_a = \begin{cases} x + (1 - [\frac{a-1}{a}x + 1]), & x \in (0, a] \cap P, \\ 1 - x + [\frac{a(x-1)}{a-1}] + M^{-1}, & x \in (a, 1] \cap P. \end{cases} \quad (2)$$

其中:  $a \in P$ ,  $[z]$  表示小于  $z$  的与  $z$  最接近的  $1/M$  的倍数.此映射的优点两个方面:离散映射完全在  $1/M$  的整数倍上操作,这样就是精确的数字计算,而没有舍入误差,这样在不同的计算机上得到的序列是一样的.此外这个映射是完全的一对一映射,通过合适地选择参数  $a$ ,可以得到全周期长度的序列.这样设计的一对一的混沌映射系统,映射完全精确迭代,没有舍入误差,且文献<sup>[15]</sup>将此离散映射和Logistic映射产生的序列分别计算其平均周期,发现离散化Skew Tent映射平均周期远高于Logistic映射,且随  $M$  的增加,稳定在0.5左右,而其他则不断下降至0.

### 2.2 Skew Tent映射的混沌特性分析与Logistic映射的比较(Chaotic performance comparison of Skew Tent mapping and Logistic mapping)

混沌映射可由确定性的非线性差分方程来描述,不包含任何随机因素,其轨迹却有可能是完全随机的,而且在状态空间上具有遍历性.所谓映射  $f(x)$  的遍历性是指对于每个绝对可积函数  $\varphi(x)$  和几乎所有的初始值  $x_0$  都有

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=0}^N \varphi[f^{(n)}(x_0)] = \int \rho(x) \varphi(x) dx. \quad (3)$$

式中:  $\rho(x)$  是轨道的分布密度;  $f^{(n)}$  表示  $f(x)$  的  $n$  重复合.由上式可看出映射  $f(x)$  对时间的平均等于对相空间状态的平均.混沌运动轨道点集  $\{x_n\}$  的概率分布密度函数的定义为

$$\rho(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \delta(x - x_n). \quad (4)$$

其中

$$\delta(x - x_n) = \begin{cases} 1, & |x - x_n| \leq \frac{\Delta x}{2}, \\ 0, & |x - x_n| > \frac{\Delta x}{2}. \end{cases}$$

已有的混沌优化算法的混沌变量都由Logistic映射产生,即

$$x_{n+1} = \mu x_n(1 - x_n), \quad 0 < \mu \leq 4, \quad 0 < x < 1. \quad (5)$$

当  $\mu = 4$  时为满映射,这里只讨论此情况.当式(4)的  $N \rightarrow \infty$ ,其混沌序列的概率分布密度函数为

$$\rho(x) = \begin{cases} \frac{1}{\pi\sqrt{x(1-x)}}, & x \in (0, 1), \\ 0, & \text{其他.} \end{cases} \quad (6)$$

式(6)表示为切比雪夫型分布, 如图1所示.

对于Skew Tent映射, 具有均匀的概率分布函数, 且当式(4)的 $N \rightarrow \infty$ , 其混沌序列的概率分布密度函数为 $\rho(x) = 1$ .

图1是将Logistic映射迭代30000次得到的(0,1)范围的概率分布图.

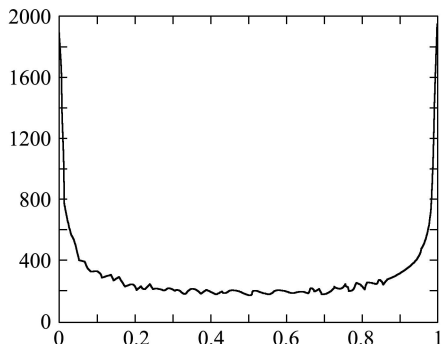


图 1 Logistic映射的概率分布图

Fig. 1 Probability distributing of Logistic mapping

从图1可知, Logistic映射混沌序列的分布特点是中间取值概率比较均匀, [0.1,0.9]平均取到200多次;而两头特别高, 在(0,0.1)和(0.9,1)区间取值多达1948次. 所以混沌优化时, 许多次搜索都在设计变量空间的两端进行, 当全局最优点不在设计变量空间两端时, 这对寻找最优点是很有不利的, 位于区间(0,1)两端的点便是混沌搜索的劣质点, 这将大大降低算法的效率. 文献[4]提出基于区间套混沌搜索的混合优化方法充分利用Logistic映射的概率分布特点, 避免搜索的盲目性.

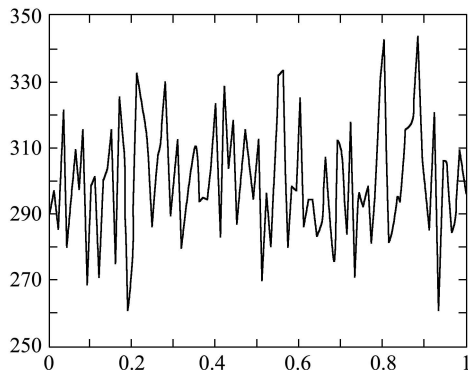


图 2 Skew Tent映射的概率分布图

Fig. 2 Probability distributing of Skew Tent mapping

而采用本文提出的Skew Tent映射, 迭代30000次, 取值概率分布曲线如图2所示. 它的混沌序列轨道密度函数为均匀分布, 最少取值次数为261次, 最大343次, 平均为300次. 这样就很好地避免搜索在变量空间的局部区域内进行, 从而减小混沌序列的分

布性质与优化问题全局最优点的位置之间关系的影响因素, 降低初始值的选取对最优解位置的不利影响, 利用此迭代序列便可实现混沌寻优算法.

同时, Skew Tent映射与Logistic映射彼此之间可以相互转换, 具有拓扑共轭性质, 说明两者具有相同的性态, 为Skew Tent映射具有作为优化算法混沌序列的前提条件, 具体证明参考文献[16].

### 3 基于Skew Tent映射的混沌混合优化算法(Chaotic hybrid optimization algorithm based on Skew Tent mapping)

#### 3.1 Alopex启发算法(Alopex heuristic algorithm)

Alopex<sup>[14]</sup>是一种启发式与随机优化相结合的算法. 它从前次自变量变化对目标函数产生的影响中得到启发, 在迭代过程中, 用过程控制参数控制正反方向行走的概率, 克服单侧邻域内搜索. 利用“噪声”来摆脱局部最优解, 使算法具有一定的爬坡能力, 而且不要求目标函数可微. 该算法计算简单, 抗噪声, 具有快速的搜索能力. 其算法模型为

$$x_i(n) = x_i(n-1) + \delta_i(n). \quad (7)$$

$$\delta_i(n) = \begin{cases} \delta_i, & p_i(n) = p_c(n) \text{ 且 } p_i(n) \geq r_1, \\ \gamma\delta_i, & p_i(n) = p'_c(n) \text{ 且 } p_i(n) \geq r_1, \\ -\delta_i, & 1 - p_i(n) = p_c(n) \text{ 且 } p_i(n) < r_1, \\ -\gamma\delta_i, & 1 - p_i(n) = p'_c(n) \text{ 且 } p_i(n) < r_1. \end{cases} \quad (8)$$

$$p_i(n) = 1/(1 + e^{\pm\Delta_i(n)/T}), \quad (9)$$

$$\Delta_i(n) = [x_i(n-1) - x_i(n-2)] \times [F(n-1) - F(n-2)]. \quad (10)$$

式中:  $x_i(n)$ 为 $F$ 的第 $i$ 个自变量在第 $n$ 次迭代中的取值,  $\delta_i(n)$ 和 $p_i(n)$ 分别为第 $n$ 次迭代中自变量 $x_i$ 随机行走的步长和向增加 $\delta_i$ 方向行走的概率,  $r_1$ 为随机数,  $p_c(n)$ 和 $p'_c(n)$ 分别为正向变化概率和反向变化概率, 式(9)中正、负号的选取与实际问题的极小化、极大化有关, 正号使问题极小化, 负号使问题极大化.  $F(n-1)$ 和 $F(n-2)$ 分别为目标函数在第 $n-1$ 次和第 $n-2$ 次迭代中的取值.

#### 3.2 基于Skew Tent映射的混合优化算法(Hybrid optimization algorithm based on Skew Tent mapping)

具有简单边界约束的非线性函数最优化问题为

$$\begin{aligned} \min f(x), \quad i = 1, 2, \dots, n \\ \text{s.t. } a_i \leq x_i \leq b_i. \end{aligned} \quad (11)$$

混合混沌优化算法的基本步骤如下:

**Step 1** 算法初始化, 设置误差范围 $\varepsilon$ , 混沌序列和Alopex算法最大迭代次数 $M_1, M_2$ 以及二次搜索次数 $M_3$ , 赋予 $n$ 个不同的初值 $x_i^0$ , 令 $x_i^* = x_i^0, f^*$ 目标函数赋一很大值;

**Step 2** 以 $x_i^0$ 作为混沌迭代的初始点, 建立Skew Tent映射取值范 $[0, 1]$ 与优化问题范围 $[a_i, b_i]$ 之间的对应关系, 利用2.1节生成的混沌序列, 迭代进行 $M_1$ 次粗搜索混沌寻优, If  $f(x_i^j) < f^*$ , 则得到当前最优点和最优解 $x_i^* = x_i^j, f^* = f(x_i^j)$ ;

**Step 3** 进行 $M_2$ 次Alopex算法细搜索快速寻优, If  $f(x_i^k) < f^*$ , 则 $x_i^* = x_i^k, f^* = f(x_i^k)$ ; Else转Step 4;

**Step 4** 检验迭代终止条件, 若两次最优值 $x_i$ 或目标函数 $f(x_i)$ 之差, 即 $\| \Delta x_i^* \| < \varepsilon$ 或 $\| \Delta f(x_i^*) \| < \varepsilon$ 和 $t > M_3$ , 则算法结束, 得到全局最优解 $x_i^*$ 和相应的 $f^*$ ; Else令 $x_i^*$ 加小扰动,  $x_i^* = (1 + \delta)x_i^*, t = t + 1$ , 转Step 2.

需要指出的是: 算法中 $M_1, M_2, M_3$ 的不同设置会影响搜索的效率,  $M_1$ 太大会降低搜索速度,  $M_1$ 太小会离目标点太远而影响Alopex算法的快速寻优. 本文选择单一混沌寻优次数结果的 $1/20 \sim 1/30$ .  $M_2$ 一般不宜太大,  $M_3$ 应根据非线性函数的复杂程度具体选取, 太小则可能未搜到最优值就终止进行.

将Alopex算法嵌入混沌优化算法得到的混合优化算法, 主要是加快收敛速度, 而且依概率1收敛到全局最优解, 对于Alopex-Skew Tent映射混合算法的收敛性参见文献[16]给出的证明.

**4 仿真算例(Simulation examples)**

为了验证本文优化算法的有效性, 选取3个常用测试优化算法性能的典型函数进行计算比较, 考察它们搜索到全局最优解的概率、精度及效率. 这3个

目标函数表达式如下:

$$F_1 = 100(x_1^2 - x_2)^2 + (1 - x_1)^2, -2.048 \leq x_1, x_2 \leq 2.048, \tag{12}$$

$$F_2 = [1 + (x_1 + x_2 + 1)^2(19 - 14x_1 + 3x_1^2 - 14x_2 + 6x_1x_2 + 3x_2^2)][30 + (2x_1 - 3x_2)^2(18 - 32x_1 + 12x_1^2 + 48x_2 - 36x_1x_2 + 27x_2^2)], -2 \leq x_1, x_2 \leq 2, \tag{13}$$

$$F_3 = \frac{1}{100} \sum_{i=1}^4 (x_i^4 - 16x_i^2 + 5x_i), -10 \leq x_i \leq 10, i = 1, \dots, 4. \tag{14}$$

其中:  $F_1, F_2$ 为低维函数,  $F_3$ 为高维函数(这里“高维”是相对的, 一般10个以上). 理论最优值 $F_1(1, 1) = 0, F_2 = (0, -1) = 3, F_3(-2.9, -2.9, -2.9, -2.9) = -3.1333$ . 将式(5)迭代的Logistic映射序列代替Skew Tent映射混沌序列, 采用文献[1]的优化算法, 结果如表(1)所示. 由表1可以看出, 两种方法都能够搜索到全局最优解, 但从寻优迭代平均步数来看, 后者要少得多, 这说明前者搜索效率很大程度上取决于初始点位置与该混沌序列的分布有关, 从而导致平均步数增加; 而后者的混沌序列的均匀分布性质降低了全局最优解对初始值的依赖性, 从而大大有效提高搜索效率. 表2为使用相同的初始值和寻优次数, 各方法得到的优化结果.

表1 基于Skew Tent与Logistic的混沌优化算法结果比较

Table 1 Comparative results of chaotic optimization algorithm based on Skew Tent and Logistic

函数	基于Logistic的混沌优化算法		基于Skew Tent(本文)的混沌优化算法	
	优化结果	平均步数	优化结果	平均步数
$F_1$	(0.992,0.9387)=0.001	9194	(1.0098,1.0188)=0.0002	2805
$F_2$	(-0.0024,-1.0063)=3.0154	28204	(-0.002,-1.010)=3.001	6683
$F_3$	(-2.904,-2.902, -2.903,-2.898)=-3.133	33449	(-2.904,-2.902,-2.902,-2.902)=-3.133	8478

表2 几种混沌混合优化算法结果比较

Table 2 Comparative results of chaotic hybrid optimization algorithms

函数	初始值	目标值			全局最优解概率P/%		
		方法1 <sup>[14]</sup>	方法2 <sup>[5]</sup>	方法3	方法1	方法2	方法3
$F_1$	(1,0)	(0.594,0.341)=0.178	(0.993,0.986)=0.004	(1.010,1.016)=0.0018	78	100	100
	(0,1)	(0.545,0.337)=0.368	(0.935,0.892)=0.034	(0.994,0.993)=0.0025			
$F_2$	(1,0)	(0.032,-1.053)=5.092	(-0.012,-1.032)=3.193	(0,-1.001)=3.004	54	76	100
	(0,1)	(-0.027,-1.042)=3.767	(-0.01,-1)=3.025	(-0.002,-1.001)=3.001			
$F_3$	(1, 0,	(-2.486,0.138,	(-3.103,-3.215,	(-2.904,-2.902,	36	48	100
	-1,-2)	-2.873,-3.390)=-2.198	-3.122,-2.932)=-3.063	-2.903,-2.902)=-3.135			
	(-1,-1,	(-2.903,2.756,	(-3.153,-3.275,	(-2.904,-2.902			
	-1,-1)	-2.689,-2.745)=-2.987	-3.162,-2.892)=-3.129	-2.902,-2.902)=-3.133			

注: 方法1—Alopex启发算法; 方法2—最速下降法; 方法3—本文方法.

从目标值来看,本文方法能够成功实现全局最优,而其他方法极易落入局部最优点,无法实现全局寻优;从全局最优解概率来看,本文的混合优化算法能够很好的跳出局部区域重新进行全局搜索,最终以概率1收敛全局最优解,对于高维函数,其优势更加明显.

## 5 结论(Conclusion)

本文研究了Skew Tent映射的构造和混沌特性,并加以改进构成混沌序列,使之具有比Logistic映射更好的遍历均匀性,从而消除混沌序列的分布性质与全局最优点的位置之间关系的影响因素,有效降低初始值的依赖性,提高全局搜索效率. Alopex启发算法具有快速搜索能力,无需求导.将Skew Tent混沌序列与Alopex算法相结合,形成了有效的混合混沌优化算法,实现了快速全局寻优.仿真算例表明了该方法的可行性和有效性,并且Skew Tent映射具有比Logistic映射在混沌优化算法中具有很高的运算效率和广泛的应用前景.下一步,笔者将结合统计从理论上证明Skew Tent映射作为混沌序列产生器的良好性能和收敛性以及与其它优化算法的有效结合.

## 参考文献(References):

- [1] 李兵, 蒋慰孙. 混沌优化方法及其应用[J]. 控制理论与应用, 1997, 14(4): 163 – 165.  
(LI Bin, JIANG Weisun. Chaos optimization method and its application[J]. *Control Theory & Applications*, 1997, 14(4): 163 – 165.)
- [2] 张彤, 王宏伟, 王子才. 变尺度混沌优化方法及其应用[J]. 控制与决策, 1999, 14(3): 285 – 288.  
(ZHANG Tong, WANG Hongwei, WANG Zicai. Mutative scale chaos optimization algorithm and its application[J]. *Control and Decision*, 1999, 14(3): 285 – 288.)
- [3] 梁惠勇, 顾幸生. 采用并行计算的混沌优化方法[J]. 华东理工大学学报, 2004, 30(4): 450 – 453.  
(LIANG Huiyong, GU Xinsheng. A novel chaos optimization algorithm based on parallel computing[J]. *J of East China University of Science and Technology*, 2004, 30(4): 450 – 453.)
- [4] 梁瑞鑫, 郑德玲. 基于区间套混沌搜索的混合优化方法[J]. 北京科技大学学报, 2002, 24(3): 342 – 344.  
(LIANG Ruixin, ZHENG Delin. A hybrid optimization algorithm based on nested intervals chaos search[J]. *Journal of University of Science and Technology Beijing*, 2002, 24(3): 342 – 344.)
- [5] 李文, 梁昔明. 基于混沌优化和最速下降法的一种混合算法[J]. 计算技术与自动化, 2003, 22(2): 12 – 14.  
(LI Wen, LIANG Ximing. A hybrid algorithm based on chaos optimization and steepest descent algorithm[J]. *Computing Technology and Automation*, 2003, 22(2): 12 – 14.)
- [6] 王登刚, 刘迎曦, 李守臣. 非线性最优化问题的一种混合解法[J]. 工程力学, 2001, 18(3): 61 – 67.  
(WANG Denggang, LIU Yingxi, LI Shouchen. A hybrid approach for nonlinear optimization[J]. *Engineering Mechanics*, 2001, 18(3): 61 – 67.)
- [7] 张春慨, 徐立云, 邵惠鹤. 改进混沌优化及其在非线约束优化问题中的应用[J]. 上海交通大学学报, 2000, 34(5): 593 – 595, 599.  
(ZHANG Chunkai, XU Liyun, SHAO Huihe. Improved chaos optimization algorithm and its application in nonlinear constraints optimization problems[J]. *J of Shanghai Jiao Tong University*, 2000, 34(5): 593 – 595, 599.)
- [8] MA W, WANG Z O. A new chaotic parameters annealing neural network for solving global optimization problems[J]. *Communications in Theoretical Physics*, 2003, 39(4): 385 – 392.
- [9] 李亚东, 李少远. 一种新的遗传混沌优化组合方法[J]. 控制理论与应用, 2002, 19(1): 143 – 145.  
(LI Yadong, LI Shaoyuan. A new genetic chaos optimization combination method[J]. *Control Theory & Applications*, 2002, 19(1): 143 – 145.)
- [10] 王子才, 张彤, 王宏伟. 基于混沌变量的模拟退火优化方法[J]. 控制与决策, 1999, 14(4): 381 – 384.  
(WANG Zicai, ZHANG Tong, WANG Hongwei. Simulated annealing optimization method based on chaotic variable[J]. *Control and Decision*, 1999, 14(4): 381 – 384.)
- [11] 徐宁, 周尚波, 张红民. 一种混合混沌优化方法及其应用[J]. 系统工程与电子技术, 2003, 25(2): 226 – 228.  
(XU Ning, ZHOU Shangbo, ZHANG Hongmin. A hybrid chaos optimization method and its application[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2003, 25(2): 226 – 228.)
- [12] CHUA L O, YAO Y, YANG Q. Generating randomness from chaos and constructing chaos with desired randomness[J]. *Int J of Circuit Theory and Application*, 1990, 18(2): 215 – 240.
- [13] HASLER M, MAISTRENKO Y L. An introduction to the synchronization of chaotic systems: Coupled skew tent maps[J]. *IEEE Trans on Circuits and Systems-I*, 1997, 44(10): 856 – 866.
- [14] 弥丽娜, 陈治飞, 孙昌志. 一种随机并行算法——Alopex算法的改进[J]. 沈阳工业大学学报, 2000, 22(4): 296 – 299.  
(MI Lina, CHEN Zhifei, SUN Changzhi. Improved on a stochastic parallel Alopex algorithm[J]. *J of Shenyang University of Technology*, 2000, 22(4): 296 – 299.)
- [15] CERNAK J. Digital generators of chaos[J]. *Phys Lett A*, 1996, 214(5): 151 – 160.
- [16] 石鸿雁, 陈治飞, 孙昌志. 一种混合优化算法及其收敛性证明[J]. 控制与决策, 2004, 19(5): 546 – 553.  
(SHI Hongyan, CHEN Zhifei, SUN Changzhi. On the convergence of a hybrid optimization algorithm[J]. *Control and Decision*, 2004, 19(5): 546 – 553.)

## 作者简介:

**江善和** (1975—), 男, 安庆师范学院物理与电气工程学院讲师, 主要研究方向为模糊神经网络理论、建模与控制、智能优化算法研究等, E-mail: jshxlw@163.com;

**王其申** (1947—), 男, 教授, 主要研究方向为数学物理方法、混沌理论以及优化算法研究等, E-mail: wulixi@aqtc.edu.cn;

**江巨浪** (1967—), 男, 副教授, 主要研究方向为计算机图形学、人工智能、机器学习研究等, E-mail: jiangjulung@126.com.