第 24 卷第 6 期
2007 年 12 月

控 制 理 论 与 应 用
Control Theory & Applications

Vol. 24 No. 6
Dec. 2007

文章编号: 1000−8152(2007)06−0895−07

基于马氏决策过程的概率离散事件系统最优控制

王 飞[1], 冯祖仁[1], 胡奇英[2]

(1. 西安交通大学 机械制造系统工程国家重点实验室, 陕西 西安 710049;

2. 上海大学 国际工商与管理学院, 上海 201800)

摘要: 使用马氏决策过程研究了概率离散事件系统的最优控制问题. 首先, 通过引入费用函数、目标函数以及最优函数的定义, 建立了可以确定最优监控器的最优方程. 之后, 又通过此最优方程获得了给定语言的极大可控、ϵ-包含闭语言. 最后给出了获得最优费用与最优监控器的算法.

关键词: 最优控制; 概率离散事件系统; 马氏决策过程; ϵ-包含; 最优监控器

中图分类号: TP271.8　　　**文献标识码**: A

Optimal control of probabilistic discrete event systems on Markov decision processes

WANG Fei[1], FENG Zu-ren[1], HU Qi-ying[2]

(1. State Key Laboratory for Manufacturing Systems Engineering, Xi'an Jiaotong University,
Xi'an Shaanxi 710049, China;
2. College of International Business & Management, Shanghai University, Shanghai 201800, China)

Abstract: The problem for optimal control of probabilistic discrete event system is investigated by using Markov decision processes in the paper. Firstly, an optimal equation which can determine optimal supervisor is established by introducing the definitions of cost function, objective function and optimal function. Next, the maximal controllable and closed ϵ-containments of a given language is obtained by using the optimal equation. Finally, an algorithm to obtain the optimal cost value and optimal supervisor is given.

Key words: optimal control; probabilistic discrete event systems; Markov decision processes; ϵ-containments; optimal supervisor

1 引言(Introduction)

监控理论是Ramadge与Wonham提出用来控制离散事件系统的一个数学模型[1,2], 它通过监控器来动态地控制可控事件的发生, 使闭环系统的行为达到系统的期望. 其理论在模监控、分散监控、递阶监控中都得到了很好的发展, 并且这些方法与结论在各个研究者的努力下都被延伸到了部分可观察, 状态反馈中. 但是早先关于监控理论的研究主要是对于非随机系统而言的, 而关于随机系统的监控方法, 在最近几年才逐渐引起研究者的重视. Li, et al.在文献[3]中基于DES监控模型新框架的描述, 关于控制输入重新定义了可控语言, 提出并解决了新模型的监控问题. 进而概率离散事件系统(probabilistic discrete event systems, PDES)基于此模型在文献[4]中被提出来, 并通过给出“ϵ-包含”语言, 解决了随机监控问题. 之后, 文献[5]引入概率语言来描述随机离散事件系统(stochastic discrete event systems)的定性行为(qualitative behavior). 文献[6]中扩展了文献[5]中的结论, 进一步讨论了以概率语言建模随机DES的监控问题. 文献[7]又给每一个控制行为赋予了一定的费用, 并且在文中给出了一个控制函数来表示费用的累积, 提出对于系统的随机行为如何进行最优控制可使得控制函数达到最小的方法. 除了上述关于事件发生的随机性的描述, 文献[8]又建立了当事件发生时间是一随机变量情况下随机DES的数学模型, 并且对于参数优化的问题, 进行了相应的性能分析, 但有效的关于时间随机性的监控问题却没有考虑. 在随机DES中, 马氏过程一向是用来研

收稿日期: 2005−12−02; 收修改稿日期: 2007−03−13.
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60475023).

究其性质的一种有效工具. 在文献[9]中就利用了一种类马氏决策过程的方法研究了离散事件系统的静态稳定性, 并且提出两种算法来分别计算稳定性中的强吸引子(strong attraction)与弱吸引子(weak attraction). 之后, Hu与Yue在文献[10]中通过引入选择控制输入费用与事件发生费用, 利用马氏决策过程理论给出了相应的费用方程并获得了累积费用的最优解. 而文献[11]通过引入受控马氏链(controlled markov chains), 扩展了DES的安全行为的概念, 提出获取受控系统满足目标行为安全性的充分必要条件.

本文考虑了当受控系统的控制任务在一定程度上受到干扰, 在什么样的情形下仍能获得控制任务, 以及在这种控制条件下, 如果考虑事件发生费用, 如何能使费用达到最优的问题. 类似于文献[4], 称这种受干扰后仍能被控制的任务为“软性的(soft)”. 本文通过在事件发生的过程中引入发生费用, 利用马氏决策过程对于PDES模型构造受控系统的最优控制函数, 然后通过确定最优方程与最优控制策略来建立一个马氏决策过程模型. 并且利用此马氏决策模型去研究较文献[4]更一般的监控综合问题. 最后给出一个算法来计算以上问题中分析所得的最优监控器与最优费用.

2 预备知识(Preliminaries)

DES系统行为一般是以自动机$G=(Q,\Sigma,\delta,q_0)$的生成语言$L(G)=\{s\in\Sigma^*\mid\delta(s,q_0)\}$来表示, 其中$Q$是状态集, Σ是有限事件集, δ是从$\Sigma\times Q$到Q的状态转移函数, 而$q_0\in Q$表示初始状态. 记$\Sigma_L(s)=\{\sigma\in\Sigma\mid s\sigma\in\overline{L}\}$是在$L$中串$s$发生后允许发生的事件集, $\widetilde{\Sigma}_L(s)=\{\sigma\in\Sigma\mid s\sigma\in L\}$是在$L$中串$s$发生后严格允许发生的事件集, 当$L=L(G)$时, 记$\Sigma_L(s)=\Sigma(s)=\widetilde{\Sigma}(s)$.

为了引入控制的概念, 事件集Σ被划分为互不相交的两部份子集, 分别称为不可控事件集$\Sigma_{\rm u}$与可控事件集$\Sigma_{\rm c}$, 并且满足$\Sigma=\Sigma_{\rm u}\cup\Sigma_{\rm c}$. 称满足$\Sigma_{\rm u}\subseteq\gamma\subseteq\Sigma$的事件子集$\gamma$为控制输入. 映射$f:L(G)\rightarrow\Gamma$为监控器, 在监控器$f$的控制下闭环系统所生成的语言记为$L(f/G)$.

给定串s,t,r, 如果$s=tr$, 则称t为s的前缀, 并记为$t\leqslant s$. 对于语言$L\subset\Sigma^*$, 称$\overline{L}$是L的闭包, 如果其闭包满足$\overline{L}=L$, 则称L是闭的.

定义 1 对于语言L, 如果满足$(\forall s\in\overline{L})(\exists\gamma\in\Gamma)\Sigma(s)-\Sigma_L(s)=\Sigma(s)-\gamma$, 则称$L$关于$\Gamma$是可控的[3,4].

定义 2 给定语言L, 如果有$(\forall s\in L)(\exists\gamma\in\Gamma)\Sigma(s)-\widetilde{\Sigma}_L(s)=\Sigma(s)-\gamma$, 则称$L$关于$\Gamma$是控制不变的.

显然, 如果语言是闭的, 则控制不变必是可控的.

记带有事件发生费用的PDES为自动机$G'=(G,\pi,c)$, 其中G为一DES, π为事件σ在某一状态q处发生的概率, 其为从$\Sigma\times Q$到$[0,1]$的映射, c为在串s发生后事件σ的发生费用. 与文献[4]类似, 关于概率分布做假设A1与A2[4].

为了考虑PDES的监控问题, 引入如下定义:

定义 3 给定一常数$\epsilon\in[0,1]$, 对于语言$L,K\subseteq L(G)$, 如果有$(\forall s\in K)\sum\limits_{\sigma\in\Sigma_L(s)-\Sigma_K(s)}P_L(\sigma|s)\leqslant\epsilon$, 则称$L$是$K$的$\epsilon$-包含语言[4], 记为$L\subseteq_\epsilon K$.

定义 4 给定一常数$\epsilon\in[0,1]$, 对于语言$L,K\subseteq L(G)$, 如果有$(\forall s\in K\bigcap L)\sum\limits_{\sigma\in\widetilde{\Sigma}_L(s)-\widetilde{\Sigma}_K(s)}P_L(\sigma|s)\leqslant\epsilon$, 则称$L$是$K$的严格$\epsilon$-包含语言, 记为$L\subseteq_{\widetilde{\epsilon}}K$.

按照马氏决策过程(MDPs)中的定义, 称Q为状态集, Γ为行为集, 策略$f\in\Pi$为一序列$f=(f_0,f_1,\cdots)$, $n\geqslant 0$, 其中$f_n:L^{(n)}(G)\rightarrow\Gamma$为一映射, 当$s\in L^{(n)}(G)$发生时, 记$f_n(s)\in\Gamma$. 显然由$L(G)=\bigcup\limits_{n\geqslant 0}L^{(n)}(G)$可知策略等价于监控器$f:L(G)\rightarrow\Gamma$. 由文献[12]知, 监控器为一马氏策略.

以上有关监控理论, PDES和MDPs的内容可参见文献[1～4, 12～14].

3 基于事件发生费用的马氏决策过程模型(Method of Markov decision processes based on event occurring cost)

本文假设所有事件的发生费用为正的. 为了引入最优控制, 记$t=\sigma_1\sigma_2\cdots,t_k=\sigma_1\sigma_2\cdots\sigma_k,t_0=\varepsilon,\beta\in(0,1)$为折扣率. 定义如下3种关于费用的控制函数:

· 费用函数:$V_s(t)=\sum\limits_{k\geqslant 0}E_\pi[\beta^kc(st_k,\sigma_{k+1})]$, 表示串$s$发生后$t$发生的期望费用;

· 目标函数:$V(f,s)=\max\limits_{t\in L(f/G,s)}V_s(t)$, 表示在$f$监控下, 串$s$发生后$t$发生的最大期望费用;

· 最优化函数:$V^*(s)=\min\limits_{f\in\Pi_m}V(f,s)$, 表示在监控作用下, 使串$s$发生后$t$发生的最大期望费用达到最小. 其中$s$为在$f$控制下闭环系统的一个事件串, Π_m为马氏策略集, $L(f/G,s)$为初始状态为$\delta(s,q_0)$的闭环语言, 当$s=\varepsilon$, 则$L(f/G,s)=L(f/G)$.

定义 5 如果存在监控器f^*使得$V^*(s)=V(f^*,s)$, 则称监控器f^*是最优的.

定理 1 任取$f\in\Pi_m,s\in L(G)$, 则有

$$V(f,s)=\sum_{\sigma\in\Sigma_f(s)}[c(s,\sigma)\pi(s,\sigma)]+\beta\max_{\sigma\in\Sigma_f(s)}V(f,s\sigma)$$

成立, 其中$\Sigma_f(s)=\Sigma(s)\bigcap f(s)$.

证 由$V(f,s)$的定义, 可得如下等式成立:

$$
\begin{aligned}
&V(f,s)=\max_{t\in L(f/G,s)} V_s(t)=\\
&\max_{t\in L(f/G,s)}\sum_{k\geqslant 0}E_\pi[\beta^k c(st_k,\sigma_{k+1})]=\\
&\max_{t\in L(f/G,s)}\sum_{k\geqslant 0}\beta^k\cdot\\
&\quad\sum_{\sigma_{k+1}\in\Sigma_f(st_k)}[c(st_k,\sigma_{k+1})\pi(st_k,\sigma_{k+1})]=\\
&\max_{\sigma_1\sigma_2\cdots\in L(f/G,s)}\sum_{k\geqslant 0}\beta^k\cdot\\
&\quad\sum_{\sigma_{k+1}\in\Sigma_f(st_k)}[c(st_k,\sigma_{k+1})\pi(st_k,\sigma_{k+1})]=\\
&\max_{\sigma_1\sigma_2\cdots\in L(f/G,s)}\{\sum_{\sigma_1\in\Sigma_f(s)}[c(s,\sigma_1)\pi(s,\sigma_1)]+\\
&\sum_{k\geqslant 1}\beta^k\sum_{\sigma_{k+1}\in\Sigma_f(st_k)}[c(st_k,\sigma_{k+1})\pi(st_k,\sigma_{k+1})]\}.
\end{aligned}
$$

将max运算代入, 由$\sum_{\sigma_1\in\Sigma_f(s)}[c(s,\sigma_1)\pi(s,\sigma_1)]$为常数可知

$$
\begin{aligned}
&V(f,s)=\\
&\sum_{\sigma_1\in\Sigma_f(s)}[c(s,\sigma_1)\pi(s,\sigma_1)]+\\
&\beta\max_{\sigma_1\sigma_2\cdots\in L(f/G,s)}\sum_{k\geqslant 1}\beta^{k-1}\cdot\\
&\quad\sum_{\sigma_{k+1}\in\Sigma_f(st_k)}[c(s\sigma_1\sigma_2\cdots\sigma_k,\sigma_{k+1})\cdot\\
&\qquad\qquad\pi(s\sigma_1\sigma_2\cdots\sigma_k,\sigma_{k+1})]=\\
&\sum_{\sigma_1\in\Sigma_f(s)}[c(s,\sigma_1)\pi(s,\sigma_1)]+\\
&\beta\max_{\sigma_1\in\Sigma_f(s),\sigma_2\sigma_3\cdots\in L(f/G,s)}\sum_{k\geqslant 1}\beta^{k-1}\cdot\\
&\quad\sum_{\sigma_{k+1}\in\Sigma_f(st_k)}[c(s\sigma_1\sigma_2\cdots\sigma_k,\sigma_{k+1})\cdot\\
&\qquad\qquad\pi(s\sigma_1\sigma_2\cdots\sigma_k,\sigma_{k+1})]=\\
&\sum_{\sigma_1\in\Sigma_f(s)}[c(s,\sigma_1)\pi(s,\sigma_1)]+\beta\max_{\sigma_1\in\Sigma_f(s)}V(f,s\sigma_1)=\\
&\sum_{\sigma\in\Sigma_f(s)}[c(s,\sigma)\pi(s,\sigma)]+\beta\max_{\sigma\in\Sigma_f(s)}V(f,s\sigma).
\end{aligned}
$$

证毕.

利用目标函数, 可通过如下定理构造最优方程.

定理 2 $V^*(s)$ 是最优方程 $V(s)=\min_{\gamma\in\Gamma}[\sum_{\sigma\in\Sigma_f(s)}c(s,\sigma)\pi(s,\sigma)+\beta\max_{\sigma\in\Sigma_f(s)}V(f,s\sigma)]$的解.

证 由最优函数的定义及定理1, 可得不等式

$$
\begin{aligned}
&V^*(s)=\min_{\gamma\in\Gamma}V(f,s)\geqslant\\
&\min_{\gamma\in\Gamma}[\sum_{\sigma\in\Sigma_f(s)}[c(s,\sigma)\pi(s,\sigma)]+\beta\max_{\sigma\in\Sigma_f(s)}V^*(s\sigma)]=\\
&\sum_{\sigma\in\Sigma_{f^*}(s)}[c(s,\sigma)\pi(s,\sigma)]+\beta\max_{\sigma\in\Sigma_{f^*}(s)}V^*(s\sigma).
\end{aligned}
$$

其中f^*为使$\sum_{\sigma\in\Sigma_f(s)}[c(s,\sigma)\pi(s,\sigma)]+\beta\max_{\sigma\in\Sigma_f(s)}V^*(s\sigma)$达到最小的解.

由上述不等式, 显然可得

$$
\begin{aligned}
&V^*(s)\geqslant\\
&\sum_{\sigma\in\Sigma_{f^*}(s)}[c(s,\sigma)\pi(s,\sigma)]+\beta\max_{\sigma\in\Sigma_{f^*}(s)}V^*(s\sigma)\geqslant\\
&\sum_{\sigma_1\in\Sigma_{f^*}(s)}[c(s,\sigma_1)\pi(s,\sigma_1)]+\\
&\beta\max_{\sigma_1\in\Sigma_{f^*}(s)}[\sum_{\sigma_2\in\Sigma_{f^*}(s)}[c(s\sigma_1,\sigma_2)\pi(s\sigma_1,\sigma_2)]+\\
&\beta\max_{\sigma_2\in\Sigma_{f^*}(s\sigma_1)}V^*(s\sigma_1\sigma_2)]=\\
&\max_{\sigma_1\in L(f^*/G,s)}[\sum_{k=1}^{1}\beta^k\sum_{\sigma_{k+1}\in\Sigma_{f^*}(st_k)}[c(st_k,\sigma_{k+1})\cdot\\
&\pi(st_k,\sigma_{k+1})]+\beta^2\max_{\sigma_2\in\Sigma_{f^*}(s\sigma_1)}V^*(s\sigma_1\sigma_2)]+\\
&\sum_{\sigma_1\in\Sigma_{f^*}(s)}[c(s,\sigma_1)\pi(s,\sigma_1)]=\cdots=\\
&\max_{\sigma_1\cdots\sigma_n\in L(f^*/G,s)}[\sum_{k=1}^{n}\beta^k\sum_{\sigma_{k+1}\in\Sigma_{f^*}(st_k)}\cdot\\
&[c(st_k,\sigma_{k+1})\pi(st_k,\sigma_{k+1})]+\\
&\beta^{n+1}\max_{\sigma_{n+1}\in\Sigma_{f^*}(s\sigma_1\cdots\sigma_n)}V^*(s\sigma_1\cdots\sigma_{n+1})]+\\
&\sum_{\sigma_1\in\Sigma_{f^*}(s)}[c(s,\sigma_1)\pi(s,\sigma_1)].
\end{aligned}
$$

由假设知费用是正的, 令$n\rightarrow\infty$, 则

$$
\begin{aligned}
&V^*(s)\geqslant\\
&\max_{t\in L(f^*/G,s)}[\sum_{k\geqslant 1}\beta^k\sum_{\sigma_{k+1}\in\Sigma_{f^*}(st_k)}[c(st_k,\sigma_{k+1})\cdot\\
&\pi(st_k,\sigma_{k+1})]+\sum_{\sigma_1\in\Sigma_{f^*}(s)}[c(s,\sigma_1)\pi(s,\sigma_1)]=\\
&V(f^*,s).
\end{aligned}
$$

对于监控器f^*, 显然有$V(f^*,s)\geqslant V^*(s)$. 故$V^*(s)=V(f^*,s)$, 由定义可知监控器f^*是最优的. 故有

$$
\begin{aligned}
&V^*(s)=V(f^*,s)=\\
&\sum_{\sigma\in\Sigma_{f^*}(s)}[c(s,\sigma)\pi(s,\sigma)]+\beta\max_{\sigma\in\Sigma_{f^*}(s)}V^*(s\sigma)=\\
&\min_{\gamma\in\Gamma}[\sum_{\sigma\in\Sigma_f(s)}[c(s,\sigma)\pi(s,\sigma)]+\beta\max_{\sigma\in\Sigma_f(s)}V^*(s\sigma)].
\end{aligned}
$$

故$V^*(s)$是上述最优方程的解. 证毕.

推论 1 如监控器f^*满足上述最优方程, 则f^*是最优的.

4 基于有限最优费用的概率离散事件系统综合问题(Synthesis problem of probabilistic discrete event systems based on finite optimal cost)

在本文中, 假设所有语言都是非闭的. 类似于

文献[4], 记$CIE(K)=\{L\subseteq L(G)|L\subseteq_{\widetilde{\epsilon}}K$, 其中$L$是关于$\Gamma$控制不变的$\}$. 显然$CIE(K)$关于并运算不是闭的, 其最大值$\sup CIE(K)$不存在, 但其极大值$\max CIE(K)$存在, 本文采用了上节的MDP模型来讨论$\max CIE(K)$的获取方法.

记$K^*=\{s|V^*(s)<\infty\}$是有限最优费用值的串集. 假设正的费用函数c满足如下条件, 即$\forall s\in L(G)$,

· 如$\sigma\in\widetilde{\Sigma}_K(s)$, 则$c(s,\sigma)$有界;

· 如$\sigma\overline{\in}\widetilde{\Sigma}_K(s)$, 且存在监控器$f$使得$P_f(\sigma|s)=\dfrac{\pi(s,\sigma)}{\sum\limits_{\sigma\in\Sigma_f(s)}\pi(s,\sigma)}\leqslant\dfrac{\epsilon}{|\Sigma_f(s)-\widetilde{\Sigma}_K(s)|}$, 其中$\sigma\in f(s)$, 则$c(s,\sigma)<\infty$, 否则$c(s,\sigma)=\infty$, 其中$|\Sigma_f(s)-\widetilde{\Sigma}_K(s)|$为集合$\Sigma_f(s)-\widetilde{\Sigma}_K(s)$中的元素个数. 则称此条件为CFC条件(cost function's condition).

定理 3 在CFC条件下, 给定非空语言$K\subseteq L(G)$, 则$K^*=\max CIE(K)$, 即K^*为K的极大控制不变, 严格ϵ-包含语言.

证 为了证明K^*为K的极大控制不变, 严格ϵ-包含语言, 需要依次证明K^*关于Γ是控制不变的, 是K的严格ϵ-包含语言, 还是$CIE(K)$中的极大元素.

先证控制不变性. 假设f^*为定理2中的最优监控器, 显然$\forall s\in K^*$, 均有$V^*(s)<\infty$. 由$V^*(s)$的定义可得$\max\limits_{\sigma\in\Sigma_{f^*}(s)}V^*(s\sigma)<\infty$. 故$\forall\sigma\in\Sigma_{f^*}(s)$, 均有$V^*(s\sigma)<\infty$, 并且可得

$$\Sigma_{f^*}(s)\subseteq\{\sigma|v^*(s\sigma)<\infty\}=\{\sigma|s\sigma\in K^*\}=\widetilde{\Sigma}_{K^*}(s).\tag{1}$$

$\forall\sigma\in\widetilde{\Sigma}_{K^*}(s)\subseteq\Sigma(s)$, 则$s\sigma\in K^*$, 即$V^*(s\sigma)<\infty$成立. 再由$V^*(s)$和$V^*(s\sigma)$的含义可知$s$可以在$f^*$的控制下使得$\sigma$发生, 即$\sigma\in f^*(s)$, 故$\widetilde{\Sigma}_{K^*}(s)\subseteq f^*(s)$. 再由$\widetilde{\Sigma}_{K^*}(s)\subseteq\Sigma(s)$, 显然可得

$$\widetilde{\Sigma}_{K^*}(s)\subseteq\Sigma_{f^*}(s).\tag{2}$$

从式(1)与(2), 可知$\widetilde{\Sigma}_{K^*}(s)=\Sigma_{f^*}(s)$. 取$\gamma=f^*(s)\in\Gamma$, 则$\Sigma(s)-\widetilde{\Sigma}_{K^*}(s)=\Sigma(s)-\Sigma_{f^*}(s)=\Sigma(s)-\Sigma(s)\bigcap f^*(s)=\Sigma(s)-f^*(s)=\Sigma(s)-\gamma$成立, 故由定义知$K^*$是关于$\Gamma$控制不变的.

再证K^*是K的严格ϵ-包含语言. $\forall s\in K\bigcap K^*\subseteq K^*$, 则$V^*(s)<\infty$成立. 任取$\sigma\in\widetilde{\Sigma}_{K^*}(s)$, 则必存在监控器$f^*$使得$\sigma\in f^*(s)$, 并且$c(s,\sigma)$有界. 显然$\sigma\in\widetilde{\Sigma}_{K^*}(s)=\Sigma_{f^*}(s)$成立. 当$\sigma\overline{\in}\widetilde{\Sigma}_{K^*\bigcap K}(s)=\widetilde{\Sigma}_{K^*}(s)\bigcap\widetilde{\Sigma}_K(s)$(即$\sigma\in\widetilde{\Sigma}_{K^*}(s)-\widetilde{\Sigma}_{K^*\bigcap K}(s)$)时, 则利用反证法可知$\sigma\overline{\in}\widetilde{\Sigma}_K(s)$(如果$\sigma\in\widetilde{\Sigma}_K(s)$, 当$\sigma\in\widetilde{\Sigma}_{K^*}(s)$, 则有$\sigma\in\widetilde{\Sigma}_{K^*}(s)\bigcap\widetilde{\Sigma}_K(s)$). 利用假设的CFC条件, 可得

$$P_{f^*}(\sigma|s)=\frac{\pi(s,\sigma)}{\sum\limits_{\sigma\in\Sigma_{f^*}(s)}\pi(s,\sigma)}\leqslant\frac{\epsilon}{|\Sigma_{f^*}(s)-\widetilde{\Sigma}_K(s)|}=\frac{\epsilon}{|\widetilde{\Sigma}_{K^*}(s)-\widetilde{\Sigma}_K(s)\cap\widetilde{\Sigma}_{K^*}(s)|},$$

则必有下式成立:

$$\pi(s,\sigma)\leqslant\frac{\epsilon}{|\widetilde{\Sigma}_{K^*}(s)-\widetilde{\Sigma}_K(s)\cap\widetilde{\Sigma}_{K^*}(s)|}\cdot\sum_{\sigma\in\Sigma_{f^*}(s)}\pi(s,\sigma).\tag{3}$$

$\forall s\in K\bigcap K^*$, 则有

$$\sum_{\sigma\in\widetilde{\Sigma}_{K^*}(s)-\widetilde{\Sigma}_{K^*\cap K}(s)}P_{K^*}(\sigma|s)=\sum_{\sigma\in\widetilde{\Sigma}_{K^*}(s)-\widetilde{\Sigma}_{K^*\cap K}(s)}\frac{\pi(s,\sigma)}{\sum\limits_{\widetilde{\Sigma}_{K^*}(s)}\pi(s,\sigma)}$$

成立, 用式(3)代替$\pi(s,\sigma)$, 可得下列不等式关系:

$$\sum_{\sigma\in\widetilde{\Sigma}_{K^*}(s)-\widetilde{\Sigma}_{K^*\cap K}(s)}P_{K^*}(\sigma|s)\leqslant\sum_{\sigma\in\widetilde{\Sigma}_{K^*}(s)-\widetilde{\Sigma}_{K^*\cap K}(s)}\frac{\sum\limits_{\widetilde{\Sigma}_{K^*}(s)}\pi(s,\sigma)}{\sum\limits_{\widetilde{\Sigma}_{K^*}(s)}\pi(s,\sigma)}\cdot\frac{\epsilon}{|\widetilde{\Sigma}_{K^*}(s)-\widetilde{\Sigma}_K(s)\cap\widetilde{\Sigma}_{K^*}(s)|}=\epsilon.$$

根据严格ϵ-包含的定义, 可知$K^*\subseteq_{\widetilde{\epsilon}}K^*\bigcap K\subseteq K$. 再由$\widetilde{\Sigma}_{K^*\cap K}(s)\subseteq\widetilde{\Sigma}_K(s)$成立, 显然可得

$$\sum_{\sigma\in\widetilde{\Sigma}_{K^*}(s)-\widetilde{\Sigma}_K(s)}P_{K^*}(\sigma|s)\leqslant\sum_{\sigma\in\widetilde{\Sigma}_{K^*}(s)-\widetilde{\Sigma}_{K\cap K^*}(s)}P_{K^*}(\sigma|s),$$

故有$K^*\subseteq_{\widetilde{\epsilon}}K$.

最后证K^*是$CIE(K)$的极大元. $\forall K'\in CIE(K)$, 假设有$K'\neq K^*$, 则对于$K'\bigcap K^*$, 有如下两种可能性:

1) 如$K'\bigcap K^*=\Phi$, 则$K^*\nsubseteq K'$, 即$K^*=\max CIE(K)$成立;

2) 如$K'\bigcap K^*\neq\Phi$, $\forall s\in K'\bigcap K^*$, 则存在监控器$f^*$与$f'$使得$\Sigma(s)-\Sigma_{f^*}(s)=\Sigma(s)-\widetilde{\Sigma}_{K^*}(s)$, $\Sigma(s)-\widetilde{\Sigma}_{K'}(s)=\Sigma(s)-\Sigma_{f'}(s)$. 假设下式成立:

$$\widetilde{\Sigma}_{K^*}(s)\subseteq\widetilde{\Sigma}_{K'}(s).\tag{4}$$

由非空性知$\epsilon\in K'\bigcap K^*$, 相应地可得$\widetilde{\Sigma}_{K^*}(\epsilon)\subseteq\widetilde{\Sigma}_{K'}(\epsilon)$. 故, 对于$s\in K^*$, 当$|s|=0$或$|s|=1$, 有$s\in K'$成立. 假设, 当$|s|=n$, 也有$s\in K'$. 当$s\sigma\in K^*$时,

则有$\sigma \in \widetilde{\Sigma}_{K^*}(s)$, 由式(4)可得$\sigma \in \widetilde{\Sigma}_{K'}(s)$, 故$s\sigma \in K'$. 因此, 可得$K^* \subseteq K'$. 再由$K'$的任意性, 可得

$$K^* = \inf CIE(K). \tag{5}$$

标记$CIE_{\rm sub}(K)$为K关于Γ是控制不变的子语言, 显然其也是K的严格ϵ-包含语言, 由$\{\epsilon\} \in CIE_{\rm sub}(K)$可知其是非空. $\forall K'' \in CIE_{\rm sub}(K)$, 则由定义知$K''$是$K$的控制不变, 严格$\epsilon$-包含的. 当$s \in K''$时, 则存在监控器$f''$使得$\Sigma(s) - f''(s) = \Sigma(s) - \widetilde{\Sigma}_{K''}(s)$(即$\widetilde{\Sigma}_{K''}(s) = \Sigma_{f''}(s)$). 再任取$\sigma \in \widetilde{\Sigma}_{K''}(s)$, 则$c(s,\sigma)$是有界的, 假设$M$为$c(s,\sigma)$的一个上界, 由定理2中的最优方程以及数学归纳法可得

$$\begin{aligned}&V(f'', s) = \\ &\sum_{\sigma\in\Sigma_{f''}(s)}[c(s,\sigma)\pi(s,\sigma)] + \beta\max_{\sigma\in\Sigma_{f''}(s)}V(f'', s\sigma) \leqslant \\ &M\sum_{\sigma\in\Sigma_{f''}(s)}\pi(s,\sigma) + \beta\max_{\sigma\in\Sigma_{f''}(s)}V(f'', s\sigma) \leqslant \\ &bM + b\beta M + b\beta^2 M + \cdots = \sum_{n=0}^{\infty}\beta^n Mb = \frac{Mb}{1-\beta}.\end{aligned}$$

其中用b表示$\sum\limits_{\sigma\in\Sigma_{f''}(s)}\pi(s,\sigma)$. 因为$V(f,s)$是有界的, 故$V^*(s) \leqslant V(f,s) < \infty$成立, 即$s \in K^*$及$K'' \subseteq K^*$, 显然与式(5)产生矛盾.

由上述结论可得$\widetilde{\Sigma}_{K^*}(s) \not\subseteq \widetilde{\Sigma}_{K'}(s)$. $\forall s \in K^* \bigcap K$, 则总存在$\sigma \in \widetilde{\Sigma}_{K^*}(s) - \widetilde{\Sigma}_{K'}(s)$使得$s\sigma \in K^* - K'$. 故$K^* \not\subseteq K'$.

又由K'的任意性可知, $K^* = \max CIE(K)$. 证毕.

给定任意的非闭语言K, 记$MC(K) = \{s \in K | \forall t \leqslant s, t \in K\}$为$K$的极大闭的子语言. 则由前定理可得如下结论.

定理 4　在CFC条件下, $MC(K^*)$为K的极大可控, ϵ-包含闭语言.

证　显然$MC(K^*)$是闭的.

下证$MC(K^*)$关于Γ是可控的. $\forall s \in MC(K^*)$, 显然有下式成立:

$$\Sigma_{MC(K^*)}(s) \subseteq \widetilde{\Sigma}_{K^*}(s). \tag{6}$$

再取$\sigma \in \widetilde{\Sigma}_{K^*}(s)$, 则有$s\sigma \in K^*$. 对于任意的子串$t \leqslant s\sigma$, 当$t = s$时, 则由$t \in MC(K^*) \subseteq K^*$. 否则, 当$t < s$时, 必有$t \in MC(K^*) \subseteq K^*$. 故有$s\sigma \in MC(K^*)$与$\sigma \in \Sigma_{MC(K^*)}(s)$. 显然又可得

$$\widetilde{\Sigma}_{K^*}(s) \subseteq \Sigma_{MC(K^*)}(s). \tag{7}$$

利用式(6)与(7), 可知当$s \in MC(K^*)$时, 有$\widetilde{\Sigma}_{K^*}(s) = \Sigma_{MC(K^*)}(s)$. $\forall s \in MC(K^*) \subseteq K^*$, 由$K^*$的控制不变性知存在一监控器$f^*$使得$\Sigma(s) - \Sigma_{MC(K^*)}(s) = \Sigma(s) - \widetilde{\Sigma}_{K^*}(s) = \Sigma(s) - f^*(s)$成立, 其中监控器可由定理3获得. 再由可控的定义知, $MC(K^*)$关于Γ是可控的.

再证$MC(K^*)$是K的ϵ-包含. 给定$s \in K$, 考虑如下两种情况:

· 如$\Sigma_{MC(K^*)}(s) - \Sigma_K(s) = \Phi$, 显然$MC(K^*)$是$K$的$\epsilon$-包含;

· 如$\Sigma_{MC(K^*)}(s) - \Sigma_K(s) \neq \Phi$, 则当$\sigma \in \Sigma_{MC(K^*)}(s) - \Sigma_K(s)$时, 有$s\sigma \in \overline{MC(K^*)} - \overline{K} = MC(K^*) - \overline{K}$成立. 又因为$s\sigma \in MC(K^*)$成立, 则对于闭包$MC(K^*)$的$t \leqslant s$有$s \in MC(K^*) \subseteq K^*$与$t \in MC(K^*) \subseteq K^*$. 故可得$K \bigcap MC(K^*) \neq \Phi$. $\forall s \in K \bigcap MC(K^*)$, 则由前证明可知$\widetilde{\Sigma}_{K^*}(s) = \Sigma_{MC(K^*)}(s)$成立, 根据$\widetilde{\Sigma}_K(s) \subseteq \Sigma_K(s)$与定理3, 知$MC(K^*)$是语言$K$的$\epsilon$-包含.

最后证明$MC(K^*)$是满足上述条件的极大元. 欲证极大元, 则等价的可以证明对于K的任意可控, ϵ-包含, 闭语言K''', 均有$MC(K^*) \not\subseteq K'''$成立.

· 当$K''' \subseteq K^*$时, 由$MC(K^*)$的定义可知$K''' \subseteq MC(K^*)$成立;

· 当$K''' \not\subseteq K^*$时, 考虑如下情形: 如$MC(K^*) \bigcap K''' = \Phi$, 则$MC(K^*)$是$K$的可控, ϵ-包含, 闭语言中的极大元素. 如$MC(K^*) \bigcap K''' \neq \Phi$, 则对于$s \in MC(K^*) \bigcap K'''$, 有$\widetilde{\Sigma}_{K^*}(s) = \Sigma_{MC(K^*)}(s)$成立. 再由定理3知, 存在$\sigma \in \widetilde{\Sigma}_{K^*}(s) - \Sigma_{K'''}(s) = \Sigma_{MC(K^*)}(s) - \Sigma_{K'''}(s)$使得$s\sigma \in \overline{MC(K^*)} - \overline{K'''} = MC(K^*) - K'''$, 即$MC(K^*) \not\subseteq K'''$成立. 故$MC(K^*)$是$K$的可控, ϵ-包含, 闭语言中的极大元素.

综上可知, 在CFC条件下, $MC(K^*)$是K的极大可控, ϵ-包含闭语言.　证毕.

注 1　对比于文献[4], Li, et al.的语言闭的条件被放松了. 由上述定理, 对于所有的非闭语言, 其极大可控的, ϵ-包含闭语言可以被得到. 如果语言是闭的, 则符合文献[4]的要求条件, 有$K^* = MC(K^*)$, 即K^*为K的极大可控的, ϵ-包含闭语言.

推论 2　如所有的语言都是闭的, 则有$K^* = \max CE(K^*)$, 其中$CE(K)$[4]为语言K的可控的, ϵ-包含集.

5　算法(Algorithm)

引入如下公式:

$$\begin{aligned}V^{\diamond}(s) = &\sum_{\sigma\in\Sigma_{\rm u}(s)}(c(s,\sigma)\pi(s,\sigma)) + \\ &\beta\max_{\sigma\in\Sigma_{\rm u}(s)}V^{\diamond}(s\sigma).\end{aligned} \tag{8}$$

为了区别于K^*, 记$K^{\diamond} = \{s | V^{\diamond}(s) < \infty\}$表示具有有限费用值的事件串集, 则对于$K^{\diamond}$与$K^*$, 如下定理给出了两者的关系.

定理 5 对于$K^\diamond$与K^*, 其费用函数分别如前定义为$V^*(s)$与$V^\diamond(s)$, 则有$K^*=K^\diamond$与$V^*(s)=V^\diamond(s)$成立.

证 为了证明两者费用函数相等, 需分别证明$K^\diamond\subseteq K^*$与$K^*\subseteq K^\diamond$成立.

$\forall s\in K^\diamond$, 则$V^\diamond(s)<\infty$成立. 令$\gamma=\Sigma_{\rm u}$, 则由$V^*(s)$的定义可得$V^*(s)\leqslant V^\diamond(s)<\infty$. 故$s\in K^*$成立, 即有$K^\diamond\subseteq K^*$.

$\forall s\in K^*$, 显然有$V^*(s)<\infty$. 再设γ为满足$V^*(s)$的控制模式, 则对于$\sigma\in\gamma\bigcap\Sigma(s)$, 可得$c(s,\sigma)<\infty$. 而$\Sigma_{\rm u}\subseteq\gamma$, 故有$\Sigma_{\rm u}(s)\subseteq\gamma\bigcap\Sigma(s)$成立. 相应地, 可得$\sum\limits_{\Sigma_{\rm u}(s)}(c(s,\sigma)\pi(s,\sigma))\leqslant\sum\limits_{\gamma\cap\Sigma(s)}(c(s,\sigma)\pi(s,\sigma))$及$c(s,\sigma)<\infty$, 其中$\sigma\in\Sigma_{\rm u}(s)$. 类似于定理2中的证明, 利用数学归纳法可得$V^\diamond(s)<\infty$, 即有$s\in K^\diamond$成立. 由此可知$K^*\subseteq K^\diamond$成立, 并且显然可得$V^\diamond(s)\leqslant V^*(s)$.

由以上的证明知$K^*=K^\diamond$与$V^*(s)=V^\diamond(s)$同时成立. 证毕.

显然语言$K^\diamond$的计算复杂度要小于K^*的. 而上述定理描述了两者在语言与期望费用值上的等价关系, 故可以通过研究$K^\diamond$来代替K^*. 由文献[13]及[14]可得, 上述方程(8)存在最小解. 利用下面等式的连续逼进方法:

$$\begin{cases}V^\diamond_{m+1}(s)=\sum\limits_{\sigma\in\Sigma_{\rm u}(s)}(c(s,\sigma)\pi(s,\sigma))+\\ \qquad\qquad\beta\max\limits_{\sigma\in\Sigma_{\rm u}(s)}V^\diamond_m(s\sigma),\\ V^\diamond_0(s)=0.\end{cases}\tag{9}$$

可以得到式(8) 的最小解. 显然V_m是单调非减的, 故$\lim\limits_{m\to\infty}V_m(s)$存在.

利用下面提出的算法及式(9), 可以获得语言K^*, $MC(K^*)$及监控器f^*.

算法 1 计算$K^*,MC(K^*),f^*$.

Step 1 输入初始值. 如$m=0,V_0(s)=0(s\in L(G)),\epsilon(\epsilon$-包含$),L_0=\phi,L(G)($非空$),H=L(G)$, e(误差).

Step 2 如果$H=\phi$, 转Step 7.

Step 3 如果$L(G)=\phi$, 令$m=m+1,L_m=L_{m-1},L(G)=H$, 转step 2, 否则, 取$s\in L(G)$, 如果$\forall\sigma\overline{\in}\Sigma(s)$, 则令$V_{m+1}(s)=0$, 否则利用式(9)获得$V_{m+1}(s)$.

Step 4 如$V_{m+1}(s)=\infty$, 则令$H=H-\{s\}$.

Step 5 如$|V_{m+1}(s)-V_m(s)|\leqslant e$, 则令$V^*(s)=V_m(s),L_m=L_m\cup\{s\}$及$H=H-\{s\}$.

Step 6 $L(G)=L(G)-\{s\}$, 转Step 2.

Step 7 令$K^*=L_m,MC(K^*)=\{s\in K^*|\forall t\leqslant s,t\in K^*\}$.

Step 8 用如下公式可得到监控器f^*:

$$f_1^*(s)=\begin{cases}\Sigma_{\rm u}, & s\in L_0,\\ \{\sigma\in\Sigma_{\rm c}|\delta(s\sigma,q_0), & \\ s\sigma\in L_{m+1}\}\bigcup\Sigma_{\rm u}, & s\in L_{m+1}-L_m,\\ \Sigma, & s\overline{\in}K^*,\end{cases}$$

及

$$f^*(s)=\begin{cases}f_1^*(s), & s\in MC(K^*),\\ \Sigma, & s\overline{\in}MC(K^*).\end{cases}$$

注 2 在上述算法中, 当$L(G)$为无限集时, 对于有限自动机, 显然$L(G)$中有循环串存在, 设$s\sigma^*\in L(G)$, 显然$V^*(s\sigma)=V^*(s\sigma^n)(n\geqslant 2)$, 故在上述算法中仅选循环串的一次循环带入算法计算, 即算法中的$L(G)$是有限的.

注 3 对于上述算法中, 利用式(9)计算$V_{m+1}(s)$时其复杂度为$O(|\Sigma_{\rm u}(s)|)$, 对于任意的$s\in L(G)$, 都要在Step 3到Step 6中运算$|L(G)-(L(G)-H)|$次的式(9)与基本操作, 在此循环的外部还有对H中所有元素的循环(依赖于m), 而其他各步均为基本操作, 对于算法的复杂性没有大的影响, 故此算法的复杂度为$O(m|\Sigma_{\rm u}(s)||L(G)-(L(G)-H)|)$.

由如上算法显然可得如下结论:

定理 6 在CFC条件下,

1) 上述算法所得的K^*与$MC(K^*)$分别为K的极大可控, ϵ-包含语言与极大可控, ϵ-包含闭语言.

2) 由上述算法所得的f^*必是综合$MC(K^*)$的最优监控器.

证 1) 显然由定理3及5可知结论(1)成立.

2) 为了证明上述算法所获的的监控器是综合$MC(K^*)$最优的, 只需证$L(f^*/G)=MC(K^*)$即可, 以下对串的长度采用数学归纳法证明.

· 由$\varepsilon\in L(f^*/G)\bigcap MC(K^*)$, 可知$\varepsilon\in L(f^*/G)\Leftrightarrow\varepsilon\in MC(K^*)$成立.

· 设当$n\geqslant 0,|s|\leqslant n$时, 有$s\in L(f^*/G)\Leftrightarrow s\in MC(K^*)$.

· 任取$s\in L(f^*/G)=MC(K^*),\sigma\in\Sigma$, 下证$s\sigma\in L(f^*/G)\Leftrightarrow s\sigma\in MC(K^*)$.

当$\sigma\in\Sigma_{\rm u}$时, 由定理5与$V^*(s)$的计算公式易得$s\sigma\in L(f^*/G)\Leftrightarrow s\sigma\in MC(K^*)$成立.

当$\sigma\in\Sigma_{\rm c}$时,

$$\begin{aligned}&s\sigma\in L(f^*/G)\Leftrightarrow\\ &s\sigma\in L(G)\wedge\sigma\in f^*(s)\wedge\\ &s\in L(f^*/G)=MC(K^*)\Leftrightarrow\\ &s\sigma\in L(G)\wedge\sigma\in f_1^*(s)\wedge\\ &s\in L(f^*/G)=MC(K^*)\Leftrightarrow\\ &s\sigma\in L(G)\wedge(\exists m\ \ s\in L_{m+1}-L_m\wedge\\ &\sigma\in\{\sigma\in\Sigma_{\rm c}|\delta(s\sigma,q_0),s\sigma\in L_{m+1}\})\wedge\\ &s\in L(f^*/G)=MC(K^*)\Leftrightarrow\end{aligned}$$

$$s\sigma \in K^* \wedge s \in MC(K^*) \Leftrightarrow s\sigma \in MC(K^*).$$

由上述数学归纳法可知有$L(f^*/G) = MC(K^*)$成立.　　证毕.

推论 3　在CFC条件下, 由上述算法所得的监控器f_1^*, 必有$L(f_1^*/G) = K^*$成立.

推论 4　如所有语言都是闭的, 则上述算法所得到的L_m是K的极大可控, ϵ-包含语言, 并且综合$L_m = K^*$ 的监控器$f_1^* = f^*$是最优的.

6　例子(Example)

例　给定一个PDES-G如图1所示, 其发生概率见图中$(\cdot)$内的数值, 事件的发生费用见图中$\longrightarrow$下的数值, 设系统G中事件集为$\Sigma = \{a, b, c, d\}$, 不可控事件集为$\Sigma_{\rm u} = \{a, b\}$, 目标行为$K = \{\varepsilon, bd, cb, b, c\}$, $N = \infty$, 设$\epsilon = 0.1$, $\beta = 0.1$, $e = 0.01$, $V_0(s) = 0$.

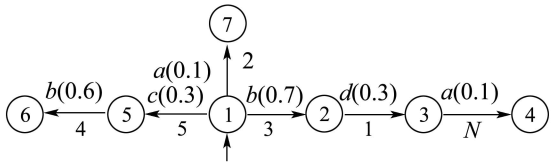

图 1　概率离散事件系统(PDES-G)

Fig. 1　Probabilistic discrete event systems(PDES-G)

显然可以验证系统G满足CFC假设, 故可利用算法1获得最优监控器.

当$m = 0$时,

$s = \{\varepsilon\}$, $\Sigma(\varepsilon) = \{a, b, c\}$, 则

$$V_1(\varepsilon) = 0.1c(1, a) + 0.7c(1, b) + 0 = 2.3;$$

$s = \{a\}$, $\Sigma(a) = \{\phi\}$, 则

$$V_1(a) = 0,\ |V_1(a) - V_0(a)| = 0,\ L_0 = \{a\};$$

$s = \{b\}$, $\Sigma(b) = \{d\}$, $\Sigma_{\rm u}(b) = \{\phi\}$, 则

$$V_1(b) = 0,\ |V_1(b) - V_0(b)| = 0,\ L_0 = \{a, b\};$$

$s = \{c\}$, $\Sigma(c) = \{b\}$, $\Sigma_{\rm u}(c) = \{b\}$, 则

$$V_1(c) = 0.6c(5, b) + 0 = 2.4;$$

$s = \{cb\}$, $\Sigma(cb) = \{\phi\}$, 则

$$V_1(cb) = 0, |V_1(cb) - V_0(cb)| = 0, L_0 = \{a, b, cb\};$$

$s = \{bd\}$, $\Sigma(bd) = \{a\}$, $\Sigma_{\rm u}(bd) = \{a\}$, 则

$$V_1(bd) = \infty;$$

$s = \{bda\}$, 则

$$V_1(bda) = 0, |V_1(bda) - V_0(bda)| = 0,$$
$$L_0 = \{a, b, cb, bda\}.$$

当$m = 1$时,

$$s = \{\varepsilon\},$$

$$V_2(\varepsilon) = 0.1c(1, a) + 0.7c(1, b) + \beta \max\{V_1(b), V_1(a)\} = 2.3,$$
$$|V_2(\varepsilon) - V_1(\varepsilon)| = 0,\ L_1 = \{\varepsilon, a, b, cb, bda\};$$

$s = \{c\}$, 则

$$V_2(c) = 0.6c(5, b) + \beta V_1(cb) = 2.4,$$
$$|V_2(c) - V_1(c)| = 0,\ L_1 = \{\varepsilon, a, b, c, cb, bda\},$$

故

$$K^* = \{\varepsilon, a, b, c, cb, bda\}, MC(K^*) = \{\varepsilon, a, b, c, cb\},$$

$$f_1^*(s) = \begin{cases} \{a, b\}, & s \in \{a, b, cb, bda\}; \\ \{a, b, c\}, & s \in \{\varepsilon, c\}; \\ \{a, b, c, d\}, \text{其他}, \end{cases}$$

及

$$f^*(s) = \begin{cases} \{a, b\}, & s \in \{a, b, cb\}; \\ \{a, b, c\}, & s \in \{\varepsilon, c\}; \\ \{a, b, c, d\}, \text{其他}. \end{cases}$$

7　结论(Conclusion)

本文考虑了当控制任务是“软性”的时候, 赋予事件发生费用的最优控制问题. 首先通过建立马氏决策过程中的最优方程及最优监控器模型, 提出利用迭代运算的方法获得在给定条件下非闭语言的极大可控, ϵ-包含语言及其监控综合问题. 之后, 又通过利用马氏决策过程中的策略迭代法, 给出了寻找最优费用值与最优监控器的算法.

参考文献(References):

[1] RAMADGE P J, WONHAM W M. Supervisory control of a class of discrete event processes[J]. *SIAM J of Control and Optimization*, 1987, 25(1): 206 – 230.

[2] WONHAM W M, RAMADGE P J. On the supremal controllable sublanguage of a given language[J]. *SIAM J of Control and Optimization*, 1987, 25(3): 637 – 659.

[3] LI Y H, LIN F, LIN Z H. A generalized framework for supervisory control of discrete event systems[J]. *Int J of Intelligent Control and Systems*, 1998, 2(1): 139 – 159.

[4] LI Y H, LIN F, LIN Z H. Supervisory control of probabilistic discrete-event systems with recovery[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1999, 44(10): 1971 – 1975.

[5] GARD V K, KUMAR R, MARCUS S I. A probabilistic language formalism of stochastic discrete event systems[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1999, 44(2): 280 – 293.

[6] KUMAR R, GARD V K. Control of stochastic discrete event systems modeled by probabilistic languages[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2001, 46(4): 593 – 606.

[7] SENGUPTA R. *Optimal control of discrete event systems*[D]. Ann Arbor: University of Michigan, 1995.

(下转第908页)