文章编号: 1000−8152(2007)06−1029−04

间接型的混杂模型参考自适应控制

李俊领[1], 解学军[1,2]

(1. 曲阜师范大学 自动化研究所, 山东 曲阜 273165; 2. 徐州师范大学 电气工程及自动化学院, 江苏 徐州 221116)

摘要: 针对相对阶为1的理想系统, 本文考虑了具有混杂自适应律的间接型模型参考自适应控制问题. 通过建立系统和控制器的离散参数估计和它们的插值四者之间关系的性质, 严格地分析了闭环系统的稳定性, 证明了闭环系统中所有的信号都一致有界, 并且跟踪误差渐进收敛于零.

关键词: 模型参考自适应控制; 间接型; 混杂自适应律

中图分类号: TP273　　　**文献标识码**: A

Indirect hybrid model reference adaptive control

LI Jun-ling[1], XIE Xue-jun[1,2]

(1. Institute of Automation, Qufu Normal University, Qufu Shandong 273165, China;
2. School of Electrical Engineering and Automation, Xuzhou Norma University, Xuzhou Jiangsu 221116, China)

Abstract: For an ideal plant with relative degree one, the problem of indirect model reference adaptive control with hybrid adaptive law is considered in this paper. By establishing the relationship properties among discrete parameter estimates of the plant and controller and their interpolations, stability of the closed-loop plant is analyzed rigorously. It is proved that the tracking error converges to zero asymptotically.

Key words: model reference adaptive control; indirect; hybrid adaptive law

1 引言(Introduction)

第1篇研究基于混杂自适应律的自适应控制的论文属于Narendra等[1]. 这种控制方案的主要思想是仅在某些时刻去修正参数估计, 其他时刻保持定常, 因此混杂自适应律实现中计算量大大减小并且具有更好的鲁棒性. 专著[2]和文献[3]分别对理想系统和具有未建模动态的系统, 严格地分析了直接型的混杂模型参考自适应控制(MRAC)的稳定性和跟踪性能. 根据估计参数的不同, MRAC方案可分为直接型和间接型两种. 后者与前者相比[2,4]: 1) 间接型的自适应律的阶次比直接型的自适应律的阶次低; 2) 间接型控制方案可利用系统参数的先验信息去初始化参数估计或进一步地减小自适应律的阶次.

受上述工作的启发, 本文研究了理想系统的间接型混杂MRAC. 主要工作在于: 1) 对间接型混杂MRAC, 由于控制器参数化模型依赖于系统的参数, 因此文中$\tilde{\theta}_c^{\tau}w$必须先同$\tilde{\theta}_p^{\tau}w$建立联系, 然后再同ε建立联系, 必然使闭环系统的稳定性分析更加困难; 2) 对这种连续系统和离散自适应律相结合的控制方案, 文献[2]中许多适用于连续自适应控制方案分析的方法和数学工具, 如交换(swapping)引理和引理3.3.2等, 不能使用. 为了解决这一问题, 本文通过建立系统和控制器的离散参数估计和它们的插值四者之间的关系性质, 严格地证明了式(24)(25), 这构成了本文的主要工作之一; 3) 严格地分析了闭环系统的稳定性, 证明了跟踪误差渐进收敛于零.

2 问题描述(Problem statement)

考虑系统

$$y_p(t)=\frac{\bar{Z}_p(s)}{R_p(s)}u_p(t)=\frac{k_p^*Z_p(s)}{R_p(s)}u_p(t). \qquad (1)$$

其中:

$$\bar{Z}_p(s)=\sum_{j=0}^{n-1}b_j^*s^j=k_p^*Z_p(s),$$

$$R_p(s)=s^n+\sum_{i=0}^{n-1}a_i^*s^i,\ k_p^*=b_{n-1}^*,$$

a_i^*, b_j^*为未知常数, s表示微分算子. 控制目标是设计

收稿日期: 2006−03−28; 收修改稿日期: 2006−11−22.
基金项目: 教育部新世纪优秀人才支持计划(NCET-05-0607); 国家自然科学基金资助项目(60774010); 江苏省高校自然科学基础研究项目(07KJB510114); 江苏省六大人才高峰资助项目(07-A-020).

控制器u_p, 使得闭环系统的所有信号一致有界, 且系统的输出y_p渐进跟踪如下参考模型的输出y_m,

$$y_m(t)=W_m(s)r(t)=\frac{k_m Z_m(s)}{R_m(s)}r(t). \tag{2}$$

其中参考信号$r(t)$ 和$\dot{r}(t)$ 是一致有界的. 为实现该控制目标, 需要如下假设:

P_1: $Z_p(s)$ 是Hurwitz多项式;

P_2: k_p^* 符号已知且$|k_p^*|>\underline{k}$, $\underline{k}$ 为已知正常数;

M_1: $Z_m(s)$ 和$R_m(s)$ 都是首一的Hurwitz多项式, 次数分别为$q_m, p_m, p_m\leqslant n$, 且$W_m(s)$ 的相对阶为1.

注 1 为简洁起见, 在下面的推导中, 有时用x表示时间函数$x(t)$, 用x_k表示函数$x(t)$在t_k时刻的值$x(t_k)$, 用$\|x\|$表示$x(t)$的$L_{2\delta}$-范数$\|x_t\|_{2\delta}\triangleq(\int_0^t \mathrm{e}^{-\delta(t-\tau)}|x(\tau)|^2\mathrm{d}\tau)^{1/2}$. $c>0$表示某一常数.

3 控制器设计(Controller design)

首先将式(1)化为线性参数化模型

$$z=\theta_p^{\mathrm{T}}\phi. \tag{3}$$

其中:

$$z=(s^n/\Lambda_p(s))y_p,\ \theta_p^*=[p_1^{*\mathrm{T}},p_2^{*\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}},$$
$$p_1^*=[b_{n-1}^*,\cdots,b_0^*]^{\mathrm{T}},\ p_2^*=[a_{n-1}^*,\cdots,a_0^*]^{\mathrm{T}},$$
$$\phi=[(\alpha_{n-1}^{\mathrm{T}}(s)/\Lambda_p(s))u_p,-(\alpha_{n-1}^{\mathrm{T}}(s)/\Lambda_p(s))y_p]^{\mathrm{T}},$$
$$\alpha_{n-1}(s)=[s^{n-1},\cdots,s,1]^{\mathrm{T}},$$

$\Lambda_p(s)$为任意已知的、次数为n的Hurwitz多项式, 且其特征根都落在Re$[s]<-\delta_1/2$中, δ_1是已知正常数. 因系统参数θ_p^*未知, 下面给出一个算法估计它. 定义$t_k=kT, T=t_{k+1}-t_k(k=0,1,\cdots)$为采样周期. 若$\theta_p(t)$为$\theta_p^*$的估计, 由式(3), 定义规范化估计误差$\varepsilon$如下:

$$\varepsilon(t)=\frac{-\tilde{\theta}_p^{\mathrm{T}}(t)\phi(t)}{m^2(t)},\ \forall t\in[t_k,t_{k+1}). \tag{4}$$

其中: $\tilde{\theta}_p=\theta_p-\theta_p^*$, 规范化信号$m^2(t)=1+\phi^{\mathrm{T}}(t)\phi(t)$. 对于$\forall t\in[t_k,t_{k+1})$, $\theta_p(t)=\theta_{pk}$, θ_{pk}表示θ_p^*在t_k时刻的估计, 可由下面的混杂自适应律得到

$$\theta_{p,k+1}=\theta_{pk}+\Gamma\int_{t_k}^{t_{k+1}}\varepsilon(\tau)\phi(\tau)\mathrm{d}\tau+\begin{cases}0, & |k_{p,k+1}^p|\geqslant\underline{k},\\ \dfrac{\tau_1}{\tau_2}(\underline{k}\operatorname{sgn}k_p^*-k_{p,k+1}^p), & \text{其他}.\end{cases} \tag{5}$$

其中: $k_{p,k+1}^p$是未投影前k_p^*在t_{k+1}时刻的估计, $\Gamma=\mathrm{diag}\{\gamma_1,\cdots,\gamma_{2n}\}$, $\gamma_i>0$, $i=1,\cdots,2n$, τ_1为矩阵Γ的第1列, τ_2是向量τ_1的第1个元素. 该估计算法有下列性质:

引理 1 选取Γ和T满足: 对于某一正数γ, $2-T\lambda_m\geqslant\gamma$. 则混杂自适应律(4)(5)满足

i) $\varepsilon,\varepsilon m,\theta_{pk},\theta_p,\Delta\theta_{pk}\in\mathrm{L}_\infty, |k_{pk}|\geqslant\underline{k}$;

ii) $\varepsilon,\varepsilon m\in\mathrm{L}_2,\Delta\theta_{pk}\in\mathrm{L}_2$,

这里$\lambda_m=\lambda_{\max}(\Gamma)$, $\Delta\theta_{pk}=\theta_{p,k+1}-\theta_{pk}$, k_{pk}是k_p^*在t_k时刻的估计值.

证 由$m^2=1+\phi^{\mathrm{T}}\phi$知$m\geqslant1$, $\phi^{\mathrm{T}}\phi/m^2\leqslant1$, 从而类似于文献[3,6]的方法易证结论.

如果系统参数θ_p^*是已知的, 选取控制器为

$$u_p=\theta_c^{*\mathrm{T}}\omega. \tag{6}$$

其中:

$$\theta_c^*=[\theta_{c1}^{*\mathrm{T}},\theta_{c2}^{*\mathrm{T}},\theta_{c3}^*,\theta_{c4}^*]^{\mathrm{T}},\ \omega=[\omega_1^{\mathrm{T}},\omega_2^T,y_p,r]^{\mathrm{T}},$$
$$\omega_1=(\alpha_{n-2}(s)/\Lambda(s))u_p,\ \omega_2=(\alpha_{n-2}(s)/\Lambda(s))y_p,$$
$$\alpha_{n-2}(s)=[s^{n-2},\cdots,s,1]^{\mathrm{T}},$$

$\Lambda(s)$为任意已知的、次数为$n-1$次的首一Hurwitz多项式, 不失一般性, 令其特征根都落在Re$[s]<-\delta_1/2$中, $\Lambda_p(s)\triangleq\Lambda(s)(s+\lambda_0)$, 且$\lambda_0>\delta_1/2$, 这里的$\delta_1$同(3)下面的$\delta_1$. 采用文献[2]相似的方法, θ_c^*可由文献[2]中的公式(6.6.14)推出.

因为θ_p^*未知, 由其估计$\theta_p(t)$得$\bar{Z}_p(s)$和$R_p(s)$的估计多项式$\hat{\bar{Z}}_p(s,t)$和$\hat{R}_p(s,t)$分别为

$$\hat{\bar{Z}}_p(s,t)=\sum_{i=0}^{n-1}b_i(t)s^i,\hat{R}_p(s,t)=s^n+\sum_{i=0}^{n-1}a_i(t)s^i. \tag{7}$$

由于θ_p^*未知, 据必然等价原理和式(6)设计控制器为

$$u_p(t)=\theta_c^{\mathrm{T}}(t)\omega(t), \tag{8}$$

且对$\forall t\in[t_k,t_{k+1})$, $\theta_c(t)=[\theta_{c1k}^{\mathrm{T}},\theta_{c2k}^{\mathrm{T}},\theta_{c3k},\theta_{c4k}]^{\mathrm{T}}\triangleq\theta_{ck}$, θ_{ck}是θ_c^*在t_k时刻的估计值. $\theta_c(t)$可通过把文献[2]式(6.6.14)中的$Z_p(s)$, $R_p(s)$, k_p^*分别用$\hat{\bar{Z}}_p(s,t)$, $\hat{R}_p(s,t)$, $k_p(t)=b_{n-1}(t)$代替后可求出. 其中对$\forall t\in[t_k,t_{k+1})$, $k=0,1,\cdots$, $k_p(t)=k_{pk}\neq0$可由引理1-i)保证.

4 主要结果(Main results)

给出本文的主要结果之前, 首先给出一个引理:

引理 2 若定义虚拟规范化信号

$$m_f^2(t)=1+\|(u_p)_t\|_{2\delta}^2+\|(y_p)_t\|_{2\delta}^2. \tag{9}$$

考虑由系统(1), 参考模型(2), 混杂自适应律(4)(5)和控制器(8)组成的间接型混杂MRAC系统. 则

i) ω_i/m_f, $\|\omega_{it}\|_{2\delta}/m_f\in\mathrm{L}_\infty$, $i=1,2$;

ii) 如果$\theta_c\in\mathrm{L}_\infty$, 则$u_p/m_f$, y_p/m_f, ω/m_f, $W(s)\omega/m_f$, $\|u_{pt}\|_{2\delta}/m_f$, $\|\dot{y}_{pt}\|_{2\delta}/m_f\in\mathrm{L}_\infty$;

iii) 若$\theta_c,\dot{r}\in\mathrm{L}_\infty$, 则$\|\dot{\omega}_t\|_{2\delta}/m_f\in\mathrm{L}_\infty$;

iv) 若 $\theta_c \in \mathrm{L}_\infty$, 则 ϕ/m_f, m/m_f, $\|\phi_t\|_{2\delta}/m_f$, $W(s)\phi/m_f \in \mathrm{L}_\infty$, 其中$\delta = \min\{\delta_1, -\lambda_{Z_p}, -\lambda_{R_m}\}$, 这里$\lambda_{Z_p}$和$\lambda_{R_m}$分别是$Z_p(z)$和$R_m(z)$所有根的实部的最大值. $W(s)$为任意正则函数, 且在$\mathrm{Re}[s] \geqslant -\delta/2$解析.

证　由δ的定义知$G^{-1}(s)$, $W_m(s)$, $\Lambda_p(s)$和$\Lambda(s)$在$\mathrm{Re}[s] \geqslant -\delta/2$上解析, 基于此, 结论i)～iii)的证明可参见文献[2]的引理6.8.1, 结论iv)由ϕ和m的定义并结合引理2和本引理的结论ii)易证.

下面给出本文的主要结果.

定理 1　考虑由被控对象(1), 参考模型(2), 混杂自适应律(4)(5)和控制器(8)组成的间接型混杂MRAC方案. 如果假设P_1-P_2和M_1成立, 并且满足引理1的假设, 则

1) 闭环系统的所有信号都一致有界;

2) $\lim\limits_{t\to\infty} e(t) = \lim\limits_{t\to\infty}(y(t) - y^*(t)) = 0$.

5　结论(Conclusion)

针对相对阶为1的理想系统, 本文考虑了具有混杂自适应律的间接型MRAC问题. 仍有一些问题值得进一步讨论, 如对相对阶大于1的系统, 如何在控制律和自适应律保持不变的前提下, 分析这种控制方案的性质.

参考文献(References):

[1] NARENDRA K S, KHALIFA I H, ANNASWAMY A. Error models for stable hybrid adaptive systems[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1985, 30(3): 339 – 347.

[2] IOANNOU P A, SUN J. *Robust Adaptive Control*[M]. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc., 1996.

[3] XIE Xuejun, WU Yuqiang. Robust model reference adaptive control with hybrid adaptive law[J]. *Int J of Systems Science*, 2002, 33(14): 1109 – 1119.

[4] 解学军, 张克梅. 鲁棒的间接型模型参考自适应控制[J]. 系统科学与数学, 2003, 23(2): 223 – 234.
(XIE Xuejun, ZHANG Kemei. Robust indirect model reference adaptive control[J]. *J of Systems Science and Mathematical Science*, 2003, 23(2): 223 – 234.)

[5] TAO G. *Adaptive Control Design and Analysis*[M]. New York: Wiley-Interscience, 2003.

附录　定理1的证明(Appendix　Proof of Theorem 1)

证　**第1步**　由控制器的参数误差项$\tilde{\theta}_c^{\mathrm{T}}\omega$表示闭环系统的输入和输出. 由式(1)(8)得

$$y_p = W_m(s)\big(r + \frac{\tilde{\theta}_c^{\mathrm{T}}\omega}{\theta_{c4}^*}\big), \tag{10}$$

$$u_p = \frac{R_p(s)}{k_p^* Z_p(s)} W_m(s)\big(r + \frac{\tilde{\theta}_c^{\mathrm{T}}\omega}{\theta_{c4}^*}\big). \tag{11}$$

其中: $\tilde{\theta}_c = \theta_c - \theta_c^*$, 且$\theta_c(t) = \theta_{ck}, \forall t \in [t_k, t_{k+1})$. 对于引理3中的$\delta$, 由假设$P_1, M_1$, $r \in \mathrm{L}_\infty$, θ_{c4}^*为常数, 利用文献[2]引理3.3.2, 对式(10)和(11)的两端取2δ-范数后, 代入式(9)得

$$m_f^2 \leqslant c + c\|\tilde{\theta}_c^{\mathrm{T}}\omega\|^2. \tag{12}$$

第2步　用交换(swapping)引理[2,附录A]及$L_{2\delta}$范数的性质确定$\|\tilde{\theta}_c^{\mathrm{T}}\omega\|$的上界. 类似于文献[2]中定理6.6.2(见p.424-425)易得

$$e_1 = \tilde{\theta}_{c0}^{\mathrm{T}} W_m(s)\omega_0 + \tilde{\theta}_{c4} y_p. \tag{13}$$

其中:

$$\tilde{\theta}_{c0} = \theta_{c0} - \theta_{c0}^*,\ \theta_{c0} = [\theta_{c1}^{\mathrm{T}}, \theta_{c2}^{\mathrm{T}}, \theta_{c3}]^{\mathrm{T}},$$
$$\theta_{c0}^* = [\theta_{c1}^{*\mathrm{T}}, \theta_{c2}^{*\mathrm{T}}, \theta_{c3}^*]^{\mathrm{T}},\ \omega_0 = [\omega_1^{\mathrm{T}}, \omega_2^{\mathrm{T}}, y_p]^{\mathrm{T}},$$
$$\tilde{\theta}_{c4} = \theta_{c4} - \theta_{c4}^*,$$

并且e_1为

$$e_1 = \big\{-\frac{1}{k_p}\hat{\tilde{Z}}_p(s,t)\frac{W_m(s)}{\Lambda(s)}u_p + \frac{1}{k_p}\hat{R}_p(s,t)\frac{W_m(s)}{\Lambda(s)}y_p\big\}. \tag{14}$$

因$\theta_p(t)$和$\theta_c(t)$在t_k是不可微的, 则文献[2]的交换引理不能用于混杂自适应控制系统的稳定性分析中. 对任意$t \in [t_k, t_{k+1})$, $\theta_p(t) = \theta_{pk}$, $\theta_c(t) = \theta_{ck}$, 从而定义二者的插值$\bar{\theta}_p$, $\bar{\theta}_c$分别为

$$\bar{\theta}_p(t) = \theta_{pk} + \frac{\theta_{p,k+1} - \theta_{pk}}{T}(t - kT),$$
$$\bar{\theta}_c(t) = \theta_{ck} + \frac{\theta_{c,k+1} - \theta_{ck}}{T}(t - kT),$$

那么由引理1和文献[2]的引理5.3.1知对$\forall t \geqslant 0$,

$$\bar{\theta}_p(t) \in \mathrm{L}_\infty,\ \bar{\theta}_p(t) - \theta_p(t) \in \mathrm{L}_2,\ \dot{\bar{\theta}}_p(t) \in \mathrm{L}_2. \tag{15}$$

另一方面, 从设计过程可建立系统参数θ_p与控制器参数θ_p^*间的关系(见文献[2]的式(6.6.16)), 并结合引理1和文献[2]的引理5.3.1可推出对$\forall t \in [t_k, t_{k+1})$

$$\theta_c(t) \in \mathrm{L}_\infty,\ \theta_{c,k+1} - \theta_{ck} \in \mathrm{L}_2, \tag{16}$$

$$\bar{\theta}_c(t) \in \mathrm{L}_\infty,\ \bar{\theta}_c(t) - \theta_c(t) \in \mathrm{L}_2,\ \dot{\bar{\theta}}_c(t) \in \mathrm{L}_2. \tag{17}$$

由假设M_1、式(10)和(13), θ_{c4}^*定常, 利用文献[2]的交换引理A1得

$$\begin{aligned}
&\tilde{\theta}_{c0}^{\mathrm{T}} W_m(s)\omega_0 + \tilde{\theta}_{c4} y_p = \\
&\tilde{\bar{\theta}}_c W_m(s)\omega + (\tilde{\theta}_c - \tilde{\bar{\theta}}_c)^{\mathrm{T}} W_m(s)\omega + \\
&\frac{\tilde{\theta}_{c4}}{\theta_{c4}^*} W_m(s)\big[\tilde{\bar{\theta}}_c^{\mathrm{T}}\omega + (\tilde{\theta}_c^{\mathrm{T}}\omega - \tilde{\bar{\theta}}_c^{\mathrm{T}}\omega)\big] = \\
&W_m(s)\tilde{\bar{\theta}}_c\omega - W_{mc}(s)\big((W_{mb}(s)\omega^{\mathrm{T}})\dot{\tilde{\bar{\theta}}}_c\big) + (\tilde{\theta}_c - \\
&\tilde{\bar{\theta}}_c)^{\mathrm{T}} W_m(s)\omega + \frac{\tilde{\theta}_{c4}}{\theta_{c4}^*} W_m(s)\big[\tilde{\bar{\theta}}_c^{\mathrm{T}}\omega + (\tilde{\theta}_c^{\mathrm{T}}\omega - \tilde{\bar{\theta}}_c^{\mathrm{T}}\omega)\big] = \\
&\frac{\theta_{c4}}{\theta_{c4}^*} W_m(s)\tilde{\bar{\theta}}_c^{\mathrm{T}}\omega - W_{mc}(s)\Big((W_{mb}(s)\omega^{\mathrm{T}})\dot{\tilde{\bar{\theta}}}_c\Big) + \\
&(\tilde{\theta}_c - \tilde{\bar{\theta}}_c)^{\mathrm{T}} W_m(s)\omega + \frac{\tilde{\theta}_{c4}}{\theta_{c4}^*} W_m(s)\big[(\tilde{\theta}_c^{\mathrm{T}} - \tilde{\bar{\theta}}_c^{\mathrm{T}})\omega\big].
\end{aligned} \tag{18}$$

其中: $W_{mc}(s)$,$W_{mb}(s)$严格正则, 与$W_m(s)$具有相同的极点, $\tilde{\bar{\theta}}_c(t) = \bar{\theta}_c(t) - \theta_c^*$. 由$\theta_{c4} = k_m/k_p \neq 0$, 结合式(13)和(18)得

$$W_m(s)\tilde{\bar{\theta}}_c^{\rm T}\omega = \frac{\theta_{c4}^*}{\theta_{c4}}\Big[e_1 + W_{mc}(s)((W_{mb}(s)\omega^{\rm T})\dot{\tilde{\bar{\theta}}}_c) - (\tilde\theta_c-\tilde{\bar\theta}_c)^{\rm T}W_m(s)\omega - \frac{\tilde\theta_{c4}}{\theta_{c4}^*}W_m(s)[(\tilde\theta_c-\tilde{\bar\theta}_c)^T\omega]\Big]. \quad (19)$$

注意到假设M_1, $W_m(s)(s+\lambda)$是正则的, 定义$\tilde{\bar\theta}_p(t)=\bar\theta_p(t)-\theta_p^*$, 由式(4)易知$-\varepsilon m^2=\tilde\theta_p^{\rm T}\phi=\tilde{\bar\theta}_p^{\rm T}\phi+(\tilde\theta_p-\tilde{\bar\theta}_p)^{\rm T}\phi$. 利用文献[2]的交换引理A1得

$$\tilde{\bar\theta}_p^{\rm T}W_m(s)(s+\lambda_0)\phi = W_m(s)(s+\lambda_0)\big(-\varepsilon m^2+(\tilde{\bar\theta}_p-\tilde\theta_p)^{\rm T}\phi\big) - W_{mc_1}\big((W_{mb_1}(s)\phi^{\rm T})\dot{\tilde{\bar\theta}}_p\big), \quad (20)$$

其中: $W_{mc_1}(s)$和$W_{mb_1}(s)$为严格正则的, 并且和$W_m(s)(s+\lambda_0)$有相同的极点. 注意到θ_p^*是常数向量, s微分算子, 由$z=(s^n/\Lambda_p(s))y_p$和式(3)得

$$(W_m(s)s^n/\Lambda(s))y_p = W_m(s)(s+\lambda_0)z = W_m(s)(s+\lambda_0)\theta_p^{*\rm T}\phi=\theta_p^{*\rm T}W_m(s)(s+\lambda_0)\phi.$$

由e_1,ϕ和$\Lambda_p(s)=\Lambda(s)(s+\lambda_0)$的定义, 结合式(7)(14)得

$$e_1 = -\frac{1}{k_p}\big[\bar\theta_p^{\rm T}W_m(s)(s+\lambda_0)\phi+(\theta_p-\bar\theta_p)^{\rm T}W_m(s)(s+\lambda_0)\phi-\theta_p^{*\rm T}W_m(s)(s+\lambda_0)\phi\big] = -\frac{1}{k_p}\big[\tilde{\bar\theta}_p^{\rm T}W_m(s)(s+\lambda_0)\phi+(\theta_p-\bar\theta_p)^{\rm T}W_m(s)(s+\lambda_0)\phi\big]. \quad (21)$$

由$W_{mc_1}(s)$,$W_{mb_1}(s)$严格正则, 且与$W_m(s)(s+\lambda_0)$有相同的极点, 考虑到引理2中δ的取值, $\lambda_0>\delta_1/2$和假设M_1, 易知$W_m(s)(s+\lambda_0)$和$W_{mc1}(s)$在Re$[s]\geqslant-\delta/2$上是解析的, 利用引理2-iv)知m/m_f, ϕ/m_f, $W_{mb_1}(s)\phi/m_f$, $W_m(s)(s+\lambda_0)\phi/m_f\in {\rm L}_\infty$, 由引理1知$1/k_p\in{\rm L}_\infty$, 故把式(20)代入式(21)后两端取$2\delta$-范数, 利用文献[2]中的引理3.3.2得

$$\|e_1\|\leqslant c\big(\|\varepsilon m m_f\|+\|(\tilde\theta_p-\tilde{\bar\theta}_p)m_f\|+\|\dot{\tilde{\bar\theta}}_p m_f\|\big). \quad (22)$$

利用文献[2]的交换引理A2并结合式(19), 得

$$\begin{aligned}&\tilde\theta_c^{\rm T}\omega=\tilde{\bar\theta}_c^{\rm T}\omega+(\tilde\theta_c-\tilde{\bar\theta}_c)^{\rm T}\omega=\\&F_1(s,a_0)(\dot{\tilde{\bar\theta}}_c^{\rm T}\omega+\tilde{\bar\theta}_c^{\rm T}\dot\omega)+F(s,a_0)(\tilde{\bar\theta}_c^{\rm T}\omega)+(\tilde\theta_c-\tilde{\bar\theta}_c)^{\rm T}\omega=\\&F_1(s,a_0)(\dot{\tilde{\bar\theta}}_c^{\rm T}\omega+\tilde{\bar\theta}_c^{\rm T}\dot\omega)+F(s,a_0)W_m^{-1}(s)\Big[\frac{\theta_{c4}^*}{\theta_{c4}}\big(e_1+\\&W_{mc}(s)((W_{mb}(s)\omega^{\rm T})\dot{\tilde{\bar\theta}}_c)-(\tilde\theta_c-\tilde{\bar\theta}_c)^{\rm T}W_m(s)\omega-\\&\frac{\tilde\theta_{c4}}{\theta_{c4}^*}W_m(s)[(\tilde\theta_c-\tilde{\bar\theta}_c)^{\rm T}\omega]\big)\Big]+(\tilde\theta_c-\tilde{\bar\theta}_c)^{\rm T}\omega,\end{aligned} \quad (23)$$

其中: $F(s,a_0)=a_0^{n^*}/(s+a_0)^{n^*}$, $F_1(s,a_0)=(1-F(s,a_0))/s$, 并且对任一$a_0>\delta$ (δ的取值同引理3中的δ), $\|F_1(s,a_0)\|_{\infty\delta}<c/a_0$, $\|F(s,a_0)W_m^{-1}\|_{\infty\delta}<ca_0^{n^*}$, 这里的常数$c$独立于$a_0$. 由式(16), 利用引理3知$\omega/m_f$, $\|\dot\omega\|/m_f$, $W_m(s)\omega/m_f$, $W_{mb}(s)\omega/m_f\in{\rm L}_\infty$, 并且$\tilde{\bar\theta}_c$, $\tilde\theta_{c4}$, $1/\theta_{c4}=k_p/k_m\in{\rm L}_\infty$. 因为$W_{mc}(s)$和$W_m(s)$有相同的极点, 那么由假设$M_1$和引理3中$\delta$的取值可知$W_m(s)$, $W_{mc}(s)$在Re$[s]\geqslant-\delta/2$解析且正则. 考虑到当a_0选取的适当大时, $ca_0\geqslant1$, 注意到式(22), 利用引理2, 对式(23)两端取2δ-范数并缩放不等式得

$$\begin{aligned}&\|\tilde\theta_c^{\rm T}\omega\|\leqslant\\&\frac{c}{a_0}(\|\dot{\tilde{\bar\theta}}_c m_f\|+m_f)+ca_0^{n^*}(\|e_1\|+\|\dot{\tilde{\bar\theta}}_c m_f\|+\\&\|(\theta_c-\bar\theta_c)m_f\|)+\|(\theta_c-\bar\theta_c)m_f\|\leqslant\\&\frac{c}{a_0}(\|\dot{\tilde{\bar\theta}}_c m_f\|+m_f)+ca_0^{n^*}(\|\varepsilon m m_f\|+\|(\theta_p-\bar\theta_p)m_f\|+\\&\|\dot{\bar\theta}_p m_f\|+\|(\theta_c-\bar\theta_c)m_f\|+\|\dot{\bar\theta}_c m_f\|).\end{aligned} \quad (24)$$

第3步 利用Bellman-Gronwall引理[2]建立m_f的有界性. 选取$g^2=\frac{1}{a_0^2}|\dot{\tilde{\bar\theta}}_c|^2+a_0^{2n^*}((\varepsilon m)^2+|\theta_p-\bar\theta_p|^2+|\theta_c-\bar\theta_c|^2+|\dot{\bar\theta}_p|^2+|\dot{\bar\theta}_c|^2)$. 结合式(15)(17)和引理1(ii)可推出$g\in{\rm L}_2$. 结合式(12)(24)可得

$$m_f^2\leqslant c+\frac{c}{a_0^2}m_f^2+c\|gm_f\|^2. \quad (25)$$

注意到上式右端第2项的系数c独立于设计常数a_0, 因此选取适当大的a_0使得$c/a_0^2<1$, 则$m_f^2\leqslant c\|gm_f\|^2+c$, 利用B-G[2]引理、$g\in{\rm L}_2$及$2\delta$-范数的定义易得$m_f<\infty$. 根据引理3可得结论1).

第4步 建立跟踪误差e的收敛性.

首先证明$e_1\in{\rm L}_2$. 由式(15)得$\tilde{\bar\theta}_p-\tilde\theta_p\in{\rm L}_2$, $\dot{\tilde{\bar\theta}}_p\in{\rm L}_2$. 由引理1知$\varepsilon m\in{\rm L}_2$. 并且由已证明的$m_f\in{\rm L}_\infty$, 结合引理2易知$\phi,m,W_{mb_1}(s)\phi,W_m(s)(s+\lambda_0)\phi\in{\rm L}_\infty$. 从上面的分析知$W_m(s)(s+\lambda_0)$和$W_{mc_1}(s)$是正则的, 且在Re$[s]\geqslant-\delta/2$上解析. 故把式(20)代入式(21)式后, 利用文献[2]的系3.3.1可推出$e_1\in{\rm L}_2$. 其次, 注意到θ_{c4}^*是常数, 由式(2)(10)(19)得

$$\begin{aligned}e=&\frac{1}{\theta_{c4}^*}\big(W_m(s)\tilde{\bar\theta}_c^{\rm T}\omega+W_m(s)(\tilde\theta_c-\tilde{\bar\theta}_c)^{\rm T}\omega\big)=\\&\frac{1}{\theta_{c4}}\big[e_1+W_{mc}(s)((W_{mb}(s)\omega^{\rm T})\dot{\tilde{\bar\theta}}_c)-(\tilde\theta_c-\\&\tilde{\bar\theta}_c)^{\rm T}W_m(s)\omega-\frac{\tilde\theta_{c4}}{\theta_{c4}^*}W_m(s)[(\tilde\theta_c-\tilde{\bar\theta}_c)^{\rm T}\omega]\big]+\\&\frac{1}{\theta_{c4}^*}W_m(s)(\tilde\theta_c-\tilde{\bar\theta}_c)^{\rm T}\omega.\end{aligned} \quad (26)$$

由式(17)知$\tilde\theta_c-\tilde{\bar\theta}_c=\theta_c-\bar\theta_c\in{\rm L}_2$, $\dot{\tilde{\bar\theta}}_c=\dot{\bar\theta}_c\in{\rm L}_2$. 由$m_f\in{\rm L}_\infty$和(16), 利用引理2得$\omega,W_m(s)\omega,W_{mb}(s)\omega\in{\rm L}_\infty$. 由上面的分析知$W_m(s)$和$W_{mc}(s)$是严格正则的, 且在Re$[s\geqslant-\delta/2$上解析, 并且$1/\theta_{c4}\in{\rm L}_\infty$, $e_1\in{\rm L}_2$, 对(26)利用文献[2]的系3.3.1易证$e\in{\rm L}_2$. 类似地, 不难证明$e,\dot e\in{\rm L}_\infty$. 利用Barbălat引理[2], 结论2)得证.

作者简介:

李俊领 (1976—), 男, 主要研究方向为自适应控制, E-mail: ljltongzhi@163.com;

解学军 (1968—), 男, 教授, 博士生导师, 研究方向为复杂系统的自适应控制, E-mail: xxj@mail.qfnu.edu.cn.