第 25 卷第 1 期
2008 年 2 月

控 制 理 论 与 应 用
Control Theory & Applications

Vol. 25 No. 1
Feb. 2008

文章编号: 1000−8152(2008)01−0115−05

确保估计性能的离散Markov跳跃系统鲁棒Kalman滤波

朱　进, 奚宏生, 季海波, 王　冰

(中国科学技术大学 自动化系, 安徽 合肥 230027)

摘要: 本文研究一类具有不确定噪声的离散时间Markov跳跃线性系统的鲁棒Kalman滤波器设计问题. 文中基于确保状态估计误差性能指标的原理, 给出了不确定噪声协方差矩阵的扰动上界, 并在此界限内采用最坏情况下的最优滤波器实现对状态的估计. 该设计方案不仅能极小化不确定下的最坏性能, 而且能够确保性能指标达到给定的某个自由度. 文中给出数值算例表明了设计方案的有效性.

关键词: Markov跳跃系统; 不确定噪声; 确保估计性能

中图分类号: O232　　　**文献标识码**: A

Robust Kalman filtering of discrete-time Markovian jump systems based on state estimation performance

ZHU Jin, XI Hong-sheng, JI Hai-bo, WANG Bing

(Department of Automation, University of Science & Technology of China, Hefei Anhui 230027, China)

Abstract: Robust Kalman filtering problems for a class of discrete-time Markovian jump systems with unknown bounded noises are investigated in this paper. The upper bound of the disturbance of the noise covariance matrix is given based on the estimation error performance, and an optimal state estimation is therefore adopted under the worst condition. Not only can this method minimize the worst performance function of the uncertainty, but the error performance can also be guaranteed to be within the given range of precision. A numerical example shows the validity of the method.

Key words: Markovian jump systems; unknown noise; estimation performance

1 引言(Introduction)

最优滤波问题在过去的几十年中一直是研究的热点问题, 其中Kalman滤波器是最常使用的滤波方案之一, 并且在各个领域(生物、经济、地球科学、管理等)得到了广泛应用[1].

Markov跳跃系统(简称跳跃系统)的滤波研究在近年来引起了国内外学者的关注[2], 并取得了一系列成果. Boukas[3]和Magdi S. Mahmoud[4]分别给出了连续时间和离散时间跳跃线性系统的Kalman滤波方程; Zidong Wang[5]讨论了时滞情况下跳跃非线性系统的Kalman滤波问题. 需要指出的是, 在已有的关于跳跃系统Kalman滤波的文献中, 都是假设系统的状态值和观测值是受到协方差确切可知的静态Gauss噪声干扰, 进而设计滤波器对系统状态进行估计, 因此估计误差的性能指标很大程度上依赖于噪声统计特性的准确性. 然而, 在现实世界中, 存在噪声统计特性难以精确获得或是噪声统计特性会随着环境、时间等的变化而发生扰动的情况; 因此, 讨论噪声发生扰动时对系统状态估计误差性能指标产生何种影响, 不仅具有理论价值, 同时也具有现实意义. 但是, 到目前为止, 针对此方面问题的研究, 国内外尚未有相关文献报道.

本文讨论了一类具有不确定噪声的离散Markov跳跃线性系统的鲁棒Kalman滤波器设计方法, 研究由于噪声协方差矩阵发生扰动而对系统误差性能指标所造成的影响. 文中给出了确保误差估计性能指标的不确定噪声协方差矩阵的扰动上界, 并在此界限内采用最坏情况下的最优滤波器实现对状态的估计, 从而使得设计方案不仅能极小化不确定下的最坏性能, 而且还能确保系统的误差性能指标达到给定的某个自由度.

2 问题描述(Problem description)

考察如下的受不确定噪声影响的离散时间Markov跳跃系统:

$$\begin{cases} x_{k+1} = A(r_k)x_k + \omega_k^0, \\ y_k = C(r_k)x_k + \upsilon_k^0. \end{cases} \tag{1}$$

其中: $x_k \in \mathbb{R}^n$为系统状态向量, $y_k \in \mathbb{R}^m$为系统观

收稿日期: 2006−02−10; 收修改稿日期: 2006−11−22.
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60274012,60674029); 高等学校博士学科点专项科研基金资助项目(20050358044).

测向量; $\{r_k\}$为定义于概率空间$(\Omega,\mathcal{F},\mathbf{P})$上的离散时间Markov链, 在有限模态集$S=\{1,2,\cdots,N\}$中取值; 跳跃系统模态转移概率矩阵为$P=[p_{ij}]_{N\times N}$, p_{ij}定义为系统模态在k时刻取i, 而在$k+1$时刻取j的概率:

$$p_{ij}=Pr(r_{k+1}=j|r_k=i).$$

在上式中, 要求

$$p_{ij}\geqslant 0,\sum_{j=1}^{N}p_{ij}=1,\forall i,j\in S, \tag{2}$$

$A(r_k)\in\mathbb{R}^{n\times n},C(r_k)\in\mathbb{R}^{m\times n}$为定义于模态集$S$上的已知实值矩阵; ω_k^0,υ_k^0 分别为n维和m维白噪声, 并且满足如下假设:

假设 1 对于任意给定的时刻k,τ, 均有

1) $\mathrm{E}[\omega_k^0]=0;\mathrm{E}[\upsilon_k^0]=0$,

2) $\mathrm{Cov}[\omega_k^0,\omega_\tau^0]=W^0\delta_{k,\tau}=(W+\Delta W)\delta_{k,\tau}$,
$W\geqslant 0,\Delta W\geqslant 0$,

3) $\mathrm{Cov}[\upsilon_k^0,\upsilon_\tau^0]=V^0\delta_{k,\tau}=(V+\Delta V)\delta_{k,\tau}$,
$V>0,\Delta V\geqslant 0$,

4) $\mathrm{E}[\omega_k^0\upsilon_k^{0T}]=0$.

假设1中$W^0\in\mathbb{R}^{n\times n},V^0\in\mathbb{R}^{m\times m}$均由两部分组成, 其中$W,V$表示噪声不存在扰动时的协方差矩阵, 取值确切可知; $\Delta W,\Delta V$则表示由于扰动存在所引起的不确定, 它是未知但是有界的. 式中的矩阵$W>(\geqslant)0$ 表示W是正定(半正定)的, $\delta(\cdot,\cdot)$为Dirac函数. 在推导过程中为了书写简便起见, 将$A(r_k=i),C(r_k=i)$分别记为A_i,C_i.

定理 1 (Magdi S. Mahmoud, 2004): 考察随机稳定的跳跃系统(1), 当噪声不发生扰动时(即$\Delta W=0,\Delta V=0$), 若存在一系列正定对称矩阵$Q_i,i\in S$满足:

$$\begin{cases}A_i\overline{Q}_iA_i^{\mathrm{T}}-(A_i\overline{Q}_iC_i^{\mathrm{T}})(C_i\overline{Q}_iC_i^{\mathrm{T}}+V)^{-1}\cdot\\(A_i\overline{Q}_iC_i^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}}-Q_i+W=0,\\\overline{Q}_i\triangleq p_{i1}Q_1+p_{i2}Q_2+\cdots+p_{iN}Q_N.\end{cases} \tag{3}$$

则可设计Kalman滤波器为:

$$\hat{x}_{k+1}=A_i\hat{x}_k+K_i(y_k-C_i\hat{x}_k), \tag{4}$$

$$K_i=A_i\overline{Q}_iC_i^{\mathrm{T}}(C_i\overline{Q}_iC_i^{\mathrm{T}}+V)^{-1}, \tag{5}$$

$$Q_i=(A_i-K_iC_i)\overline{Q}_i(A_i-K_iC_i)^{\mathrm{T}}+W+K_iVK_i^{\mathrm{T}}, \tag{6}$$

使得对系统状态x的估计误差满足

$$\lim_{k\to\infty}\mathrm{E}[\|x_k-\hat{x}_k\|]=0,$$

并且估计误差的方差满足

$$\mathrm{E}\{[x_k-\hat{x}_k]^{\mathrm{T}}[x_k-\hat{x}_k]\}\leqslant\max_{j\in S}\{\mathrm{tr}(Q_j)\},$$

其中: $\|\cdot\|$表示向量范数, $\mathrm{tr}(\cdot)$表示矩阵的迹.

定义噪声无扰动时跳跃系统(1)的估计误差性能指标为:

$$\boldsymbol{J}(K_1,K_2,\cdots,K_N,W,V)=\max_{j\in S}\{\mathrm{tr}(Q_j)\}, \tag{7}$$

则采用标准Kalman滤波方程(4)~(6)对系统状态进行估计, 可以使得估计误差性能指标$\boldsymbol{J}(K_1,K_2,\cdots,K_N,W,V)$达到最小.

当噪声扰动$\Delta W\neq 0,\Delta V\neq 0$时, 噪声的协方差矩阵变为$W^0,V^0$, 仍旧采用原先的滤波增益$K_i$, 从而对应于$(W^0,V^0)$的误差估计方差矩阵为$Q_i^0(i\in S)$, 且满足代数Riccati方程:

$$\begin{cases}Q_i^0=(A_i-K_iC_i)\overline{Q}_i^0(A_i-K_iC_i)^{\mathrm{T}}+\\\qquad W^0+K_iV^0K_i^{\mathrm{T}},\\\overline{Q}_i^0\triangleq p_{i1}Q_1^0+p_{i2}Q_2^0+\cdots+p_{iN}Q_N^0.\end{cases} \tag{8}$$

此时系统估计误差性能指标为

$$\boldsymbol{J}(K_1,K_2,\cdots,K_N,W^0,V^0)=\max_{j\in S}\{\mathrm{tr}(Q_j^0)\}, \tag{9}$$

记$\boldsymbol{J}(K_1,K_2,\cdots,K_N,W,V)$为$\boldsymbol{J}(\overline{\mathrm{K}},W,V)$, 则由于噪声扰动$(\Delta W,\Delta V)$而引起的估计误差性能指标对理想值的偏离度为:

$$\begin{aligned}&\Delta\boldsymbol{J}(\overline{\boldsymbol{K}},\Delta W,\Delta V)\triangleq\\&\boldsymbol{J}(\overline{\boldsymbol{K}},W^0,V^0)-\boldsymbol{J}(\overline{\boldsymbol{K}},W,V)=\\&\max_{j\in S}\{\mathrm{tr}(Q_j^0)\}-\max_{j\in S}\{\mathrm{tr}(Q_j)\}\leqslant r,\end{aligned} \tag{10}$$

其中r是根据实际情况设定的系统误差性能指标的允许偏离度上界.

定义$\Delta Q_i=Q_i^0-Q_i$, 则由式(6)(8)可得：

$$\begin{cases}\Delta Q_i=(A_i-K_iC_i)\Delta\overline{Q}_i(A_i-K_iC_i)^{\mathrm{T}}+\\\qquad\Delta W+K_i\Delta VK_i^{\mathrm{T}},\\\Delta\overline{Q}_i\triangleq p_{i1}\Delta Q_1+p_{i2}\Delta Q_2+\cdots+p_{iN}\Delta Q_N.\end{cases} \tag{11}$$

根据上面的线性矩阵方程组, 易见$\mathrm{tr}(\Delta Q_i)$关于$\Delta W,\Delta V$是线性增的.

设有界闭凸集$\varPi=\{(\Delta W,\Delta V):0\leqslant\Delta W\leqslant\Delta W^M,0\leqslant\Delta V\leqslant\Delta V^M\}$. 考察函数$\Delta\boldsymbol{J}(\overline{\boldsymbol{K}},\Delta W,\Delta V)$, 它是$\varPi$到$\mathbb{R}^1$的映射, 并且具有以下性质:

性质 1 对任意$(\Delta W_j,\Delta V_j)\in\varPi(j=1,2)$, 若$\Delta W_1\leqslant\Delta W_2,\Delta V_1\leqslant\Delta V_2$, 则

$$\Delta\mathrm{J}(\overline{\boldsymbol{K}},\Delta W_1,\Delta V_1)\leqslant\Delta\mathrm{J}(\overline{\boldsymbol{K}},\Delta W_2,\Delta V_2).$$

性质 2 对任意$(\Delta W_j,\Delta V_j)\in\varPi(j=1,2)$, 若$\Delta W=\alpha\Delta W_1+(1-\alpha)\Delta W_2,\Delta V=\alpha\Delta V_1+$

$(1-\alpha)\Delta V_2$, 则

$$\Delta \boldsymbol{J}(\overline{\boldsymbol{K}},\Delta W,\Delta V)\leqslant \max\{\Delta \boldsymbol{J}(\overline{\boldsymbol{K}},\Delta W_1,\Delta V_1),\Delta \boldsymbol{J}(\overline{\boldsymbol{K}},\Delta W_2,\Delta V_2)\}.$$

性质 3 若记

$$r=\max_{(\Delta W,\Delta V)\in \varPi}\Delta \boldsymbol{J}(\overline{\boldsymbol{K}},\Delta W,\Delta V),$$

则r必被$\varPi$中$(\Delta W^M,\Delta V^M)$达到.

本文的目的是从鲁棒估计的基本观点出发去构造一个最大有界闭凸集$\varPi^*$, 当$(\Delta W,\Delta V)\in\varPi^*$时, 能确保式(10)恒成立, 并在此界限内采用极小极大鲁棒估计器来极小化不确定下的最坏性能.

3 不确定噪声的扰动上界(Upper bound of uncertain noise)

3.1 非结构扰动的界(Bound of nonstructural disturbance)

根据模态集S的有限性, 式(10)等价于$\forall i\in S$

$$\mathrm{tr}(Q_i^0)\leqslant r+\max_{j\in S}\{\mathrm{tr}(Q_j)\},\tag{12}$$

从而对应于任意模态i, 每个子系统所允许的性能指标偏移度上界为:

$$\begin{aligned}&\Delta \boldsymbol{J}_i(K_i,\Delta W,\Delta V)\triangleq \mathrm{tr}(\Delta Q_i)=\\&\mathrm{tr}(Q_i^0)-\mathrm{tr}(Q_i)\leqslant\\&r+\max_{j\in S}\{\mathrm{tr}(Q_j)\}-\mathrm{tr}(Q_i).\end{aligned}\tag{13}$$

记$\|[\cdot]\|_2=\lambda_{\max}^{\frac{1}{2}}\{[\cdot][\cdot]^{\mathrm{T}}\}$, 设$\|\Delta W\|_2\leqslant a$, $\|\Delta V\|_2\leqslant b$, 则等价于$0\leqslant\Delta W\leqslant aI_n, 0\leqslant \Delta V\leqslant bI_m$.

根据$\Delta \boldsymbol{J}(\overline{\boldsymbol{K}},\Delta W,\Delta V)$的性质1和3, 当扰动达到最大时, 系统的误差性能指标的偏移也达到最大. 令噪声最大扰动为$\Delta W^M=aI_n, \Delta V^M=bI_m$.

由式(11)可得, 对应于任意模态i, 当噪声扰动达到最大$(\Delta W^M,\Delta V^M)$时, 其估计误差方阵的最大偏移ΔQ_i^M满足:

$$\Delta Q_i^M=aD_i+bG_i,$$

其中矩阵$D_i>0, G_i>0$, 且有

$$\begin{aligned}&D_i=(A_i-K_iC_i)\overline{D_i}(A_i-K_iC_i)^{\mathrm{T}}+I_n,\\&G_i=(A_i-K_iC_i)\overline{G_i}(A_i-K_iC_i)^{\mathrm{T}}+K_iK_i^{\mathrm{T}},\\&\overline{D_i}=p_{i1}D_1+P_{i2}D_2+\cdots+p_{iN}D_N,\\&\overline{G_i}=p_{i1}G_1+P_{i2}G_2+\cdots+p_{iN}G_N,\end{aligned}$$

从而有

$$\mathrm{tr}(\Delta Q_i^M)=a\mathrm{tr}(D_i)+b\mathrm{tr}(G_i),$$

要寻求一个使得$(\|\Delta W\|_2,\|\Delta V\|_2)$自由扰动范围达到最大的集, 该问题可以转化为一个具有线性不等式约束的非线性规划问题:

$$\begin{aligned}\min\quad & -a\cdot b,\\ \text{s.t.}\quad & a\cdot\mathrm{tr}(D_i)+b\cdot\mathrm{tr}(G_i)\leqslant\\ & r+\max_{j\in S}\{\mathrm{tr}(Q_j)\}-\mathrm{tr}(Q_i),\\ & a\geqslant 0, b\geqslant 0; i=1,2,\cdots,N.\end{aligned}\tag{14}$$

由于定义在有界闭集上的连续函数必存在最大最小值, 易见上面的最优问题必然存在a,b的最大上界a^*,b^*. 利用MATLAB提供的fmincon函数可以求出a^*,b^*的数值解.

3.2 扰动结构的界(Bound of structural disturbance)

设ω_k^0和υ_k^0的各自的分量也是相互独立的, 即

$$W^0=W+\Delta W=\begin{bmatrix}\sigma_1^2 & 0 & \cdots & 0\\ 0 & \sigma_2^2 & \cdots & 0\\ \vdots & \vdots & & \vdots\\ 0 & 0 & \cdots & \sigma_n^2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\epsilon_1^0 & 0 & \cdots & 0\\ 0 & \epsilon_2^0 & \cdots & 0\\ \vdots & \vdots & & \vdots\\ 0 & 0 & \cdots & \epsilon_n^0\end{bmatrix},$$

$$V^0=V+\Delta V=\begin{bmatrix}\delta_1^2 & 0 & \cdots & 0\\ 0 & \delta_2^2 & \cdots & 0\\ \vdots & \vdots & & \vdots\\ 0 & 0 & \cdots & \delta_m^2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}e_1^0 & 0 & \cdots & 0\\ 0 & e_2^0 & \cdots & 0\\ \vdots & \vdots & & \vdots\\ 0 & 0 & \cdots & e_m^0\end{bmatrix},$$

其中: $\sigma_s(s=1,2,\cdots,n)$和$\delta_t(t=1,2,\cdots,m)$分别是在噪声不扰动$(\Delta W=0,\Delta V=0)$情况下各分量的方差; ϵ_s^0, e_t^0为非负扰动参数. 若记$W_s(V_t)$是第s个(第t个)对角元素为1, 其他元素均为零的n阶(m阶)方阵, 则

$$\Delta W=\sum_{s=1}^{n}\epsilon_s^0W_s,$$
$$\Delta V=\sum_{t=1}^{m}e_t^0W_t.$$

定义最大扰动集为

$$\Delta W^M=\sum_{s=1}^{n}\epsilon_sW_s,\ \epsilon_s^0\leqslant\epsilon_s,$$
$$\Delta V^M=\sum_{t=1}^{m}e_tV_t,\ e_t^0\leqslant e_t.$$

根据式(11) (13), 并设扰动达到最大时, 有

$$\begin{aligned}&r+\max_{j\in S}\{\mathrm{tr}(Q_j)\}-\mathrm{tr}(Q_i)\geqslant\\&\sum_{s=1}^{n}\epsilon_s\mathrm{tr}(D_{si})+\sum_{t=1}^{m}e_t\mathrm{tr}(G_{ti}), i\in S,\end{aligned}\tag{15}$$

其中$D_{si}>0, G_{ti}>0, \forall i\in S$满足:

$$\begin{aligned}&D_{si}=(A_i-K_iC_i)\overline{D}_{si}(A_i-K_iC_i)^{\mathrm{T}}+W_s,\\&G_{ti}=(A_i-K_iC_i)\overline{G}_{ti}(A_i-K_iC_i)^{\mathrm{T}}+K_iV_tK_i^{\mathrm{T}},\\&\overline{D}_{si}=p_{i1}D_{s1}+p_{i2}D_{s2}\cdots+p_{iN}D_{sN},\\&\overline{G}_{ti}=p_{i1}G_{t1}+p_{i2}G_{t2}\cdots+p_{iN}G_{tN}.\end{aligned}$$

在讨论中, 不妨设K_i的每一列向量均为非零. 这是因为对$\forall t_0, 1 \leqslant t_0 \leqslant m$, 若$K_i$的第$t_0$列为零向量, 则$K_i V_{t_0} K_i^{\mathrm{T}} = 0$, 从而$G_{t_0 i} = 0$, 此时$e_{t_0}$的扰动对$\Delta J$没有贡献, 所以$e_{t_0}$不受约束. 因此不妨仅考虑$K_i$每一列向量均为非零情况下$e_{t_0}$的扰动界.

采用类似于3.1的方法, 在线性约束(15)下, 寻求一个使矩阵对$(\Delta W, \Delta V)$自由扰动的范围达到最大的集, 归结为求解一个具有线性不等式约束的非线性规划问题:

$$\begin{aligned} \min \quad & -\epsilon_1\epsilon_2\cdots\epsilon_n e_1 e_2\cdots e_m, \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{s=1}^{n}\epsilon_s \mathrm{tr}(D_{si}) + \sum_{t=1}^{m} e_t \mathrm{tr}(G_{ti}) \leqslant \\ & r + \max_{j\in S}\{\mathrm{tr}(Q_j)\} - \mathrm{tr}(Q_i), \\ & i \in S; \epsilon_1 \geqslant 0, \epsilon_2 \geqslant 0, \cdots, \epsilon_n \geqslant 0; \\ & e_1 \geqslant 0, e_2 \geqslant 0, \cdots, e_m \geqslant 0. \end{aligned} \tag{16}$$

由于定义在有界闭集上的连续函数必存在最大最小值, 易见上面的最优问题的解必然存在. 利用MATLAB提供的fmincon函数可以求出最优值$\epsilon_1^*, \epsilon_2^*, \cdots, \epsilon_n^*, e_1^*, e_2^*, \cdots, e_m^*$的数值解.

说明 由于未知噪声扰动$(\Delta W, \Delta V)$的存在, 使得系统的噪声协方差矩阵变为$(W+\Delta W, V+\Delta V)$, 从而原先给定的滤波增益$K_i, i \in S$不再是对应于噪声$(W+\Delta W, V+\Delta V)$的最优滤波增益; 但是只要噪声扰动能够满足

$$0 \leqslant \Delta W \leqslant \Delta W^* = a^* I_n(\sum_{s=1}^{n}\epsilon_s^* W_s),$$

$$0 \leqslant \Delta V \leqslant \Delta V^* = b^* I_m(\sum_{t=1}^{m} e_t^* V_t),$$

则即使仍采用原先的滤波增益$K_i, i \in S$对状态进行估计, 也能够确保跳跃系统估计误差性能指标的偏移程度控制在给定的精度范围r之内.

4 极小极大鲁棒估计(Mini-max robust estimation)

设$\overline{\boldsymbol{K}}^*$为对应于最大扰动矩阵对$(W+\Delta W^*, V+\Delta V^*)$时, 跳跃系统的标准Kalman滤波增益, 则有

$$\Delta \boldsymbol{J}(\overline{\boldsymbol{K}}^*, \Delta W^*, \Delta V^*) \leqslant \Delta \boldsymbol{J}(\overline{\boldsymbol{K}}, \Delta W^*, \Delta V^*),$$

又由于$\Delta W \leqslant \Delta W^*, \Delta V \leqslant \Delta V^*$, 根据性质1易见: $\Delta \boldsymbol{J}(\overline{\boldsymbol{K}}^*, \Delta W, \Delta V) \leqslant \Delta \boldsymbol{J}(\overline{\boldsymbol{K}}^*, \Delta W^*, \Delta V^*)$.

根据上面不等式, 有下述定理成立:

定理 2 随机跳跃系统(1)的状态估计误差性能指标偏离度的鞍点不等式成立, 即

$$\Delta \boldsymbol{J}(\overline{\boldsymbol{K}}^*, \Delta W, \Delta V) \leqslant \Delta \boldsymbol{J}(\overline{\boldsymbol{K}}^*, \Delta W^*, \Delta V^*) \leqslant \Delta \boldsymbol{J}(\overline{\boldsymbol{K}}, \Delta W^*, \Delta V^*).$$

由对策论基本原理可得, 最坏情况下的最优估计也就是极小极大估计:

$$\min_{\overline{\boldsymbol{K}}} \max_{(\Delta W, \Delta V)\in\Omega^*} \Delta \boldsymbol{J}(\overline{\boldsymbol{K}}, \Delta W, \Delta V) = \max_{(\Delta W, \Delta V)\in\Omega^*} \min_{\overline{\mathrm{K}}} \Delta \boldsymbol{J}(\overline{\boldsymbol{K}}, \Delta W, \Delta V).$$

5 算例(Example)

选取具有两个Markov跳跃模态$S = \{1, 2\}$的系统, 其状态方程为

$$\begin{cases} x_{k+1} = \begin{bmatrix} 0.4 & 0 \\ 0 & 0.2 \end{bmatrix} x_k + w_k^0, \\ y_k = \begin{bmatrix} 1.5 & 0 \end{bmatrix} x_k + v_k^0, \end{cases} r(k) = 1,$$

$$\begin{cases} x_{k+1} = \begin{bmatrix} 0.9 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} x_k + w_k^0, \\ y_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x_k + v_k^0, \end{cases} r(k) = 2.$$

其中离散 Markov 链$r(k)$模态转移概率矩阵为

$$P = \begin{bmatrix} 1/2 & 1/2 \\ 1/3 & 2/3 \end{bmatrix},$$

噪声的协方差矩阵为

$$W = \begin{bmatrix} 0.2 & 0 \\ 0 & 0.15 \end{bmatrix}, V = 0.14.$$

根据定理1解得

$$Q_1 = \begin{bmatrix} 0.3121 & 0.1032 \\ 0.1032 & 0.5577 \end{bmatrix},$$

$$Q_2 = \begin{bmatrix} 0.6540 & 0.2654 \\ 0.2654 & 0.8367 \end{bmatrix},$$

$$K_1 = \begin{bmatrix} 0.3159 \\ 0.2564 \end{bmatrix}, K_2 = \begin{bmatrix} 0.2478 \\ 0.3911 \end{bmatrix}.$$

取$r = 0.3$, 解得非结构扰动的界为:

$$a^* = 0.0102, b^* = 0.0092,$$

$$Q_1^* = \begin{bmatrix} 0.4155 & 0.1121 \\ 0.1121 & 0.6032 \end{bmatrix},$$

$$Q_2^* = \begin{bmatrix} 0.7202 & 0.3014 \\ 0.3014 & 0.9308 \end{bmatrix},$$

$$K_1^* = \begin{bmatrix} 0.3159 \\ 0.2553 \end{bmatrix}, K_2^* = \begin{bmatrix} 0.2478 \\ 0.3908 \end{bmatrix},$$

$$\Delta J(K_1^*, K_2^*, \Delta W^*, \Delta V^*) = 0.2953 < 0.3.$$

解得结构扰动的界为:

$$\epsilon_1^* = 0.0086, \epsilon_2^* = 0.0068, e_1^* = 0.0082,$$

$$Q_1^* = \begin{bmatrix} 0.3617 & 0.1101 \\ 0.1101 & 0.6582 \end{bmatrix},$$

$$Q_2^* = \begin{bmatrix} 0.7265 & 0.2878 \\ 0.2878 & 0.9059 \end{bmatrix},$$

$$K_1^* = \begin{bmatrix} 0.3159 \\ 0.2533 \end{bmatrix}, K_2^* = \begin{bmatrix} 0.2478 \\ 0.3901 \end{bmatrix},$$

$$\Delta J(K_1^*, K_2^*, \Delta W^*, \Delta V^*) = 0.2672 < 0.3.$$

6 结论(Conclusion)

本文针对具有不确定噪声的离散时间Markov跳跃系统, 给出了确保误差估计性能指标的噪声协方差矩阵的结构扰动和非结构扰动的上界, 并在此界限内采用极小极大鲁棒估计器对状态进行估计. 它不仅能极小化不确定下的最坏性能, 而且能够将估计误差性能指标对理想值的偏离度控制在任意设定的允许范围内.

参考文献(References):

[1] ANDERSON B D O, MOORE J B. *Optimal Filtering*[M]. Englehood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1979.

[2] MARITON M. *Jump Linear Systems in Automatic Control*[M]. New York: Marcel-Dekker, 1990.

[3] PENG S, EL-K*é*BIR B, RAMESH K. Agarwal. Kalman filtering for continuous-time uncertain systems with markovian jumping parameters[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1999, 44(8): 1592 – 1597.

[4] MAGDI S M, PENG S, ABDULLA I. Robust Kalman filtering for discrete-time Markovian jump systems with parameter uncertainty[J]. *J of Computational and Applied Mathematics*, 2004, 169(1): 53 – 69.

[5] WANG Z D, LAM J, LIU X H. Nonlinear filtering for state delayed systems with Markovian switching[J]. *IEEE Trans on Signal Processing*, 2003, 51(9): 2321 – 2328.

作者简介:

朱　进　(1978—), 男, 2001年、2006年毕业于中国科学技术大学自动化系, 获学士、博士学位, 主要研究方向为Markov跳跃系统、随机滤波与控制, E-mail: zhujin@ustc.edu;

奚宏生　(1950—), 男, 教授, 博士生导师, 1977年毕业于中国科学技术大学数学系, 获硕士学位, 主要研究方向为离散事件动态系统、通信网络的性能分析与优化, E-mail: xihs@ustc.edu.cn;

季海波　(1964—), 男, 教授, 博士生导师, 1990年获北京大学理学博士学位, 主要研究方向为非线性系统的建模与控制、随机与混合系统, E-mail: jihb@ustc.edu.cn;

王　冰　(1975—), 男, 讲师, 2006年毕业于中国科学技术大学自动化系, 获博士学位, 主要研究方向为非线性随机控制, 现在河海大学电机工程学院工作, E-mail: icekingking@hhu.edu.cn.

(上接第114页)

[5] HE S, WU Q H, WEN J Y, et al. A particle swarm optimizer with passive congergation[J]. *Biosystems*, 2004, 78(1/3): 135 – 147.

[6] RATNAWEERA A, HALGAMUGE K S. Self organizing hierarchical particle swarm optimizer with timevarying acceleration coefficients[J]. *IEEE Trans on Evolutionary Computation*, 2004, 8(3): 140 – 254.

[7] MATTHEW S, TERENCE S. Breeding swarms: a GA/PSO hybrid[C] // *Proc of Genetic and Evolutionary Computation*. New York: ACM Press, 2005: 161 – 168.

[8] POLI R, LANGDON W B, HOLLAND O. Extending particle swarm optimization via genetic programming[C] // *EuroGP 2005*. Berlin: Springer Press, 2005: 291 – 300.

[9] KENNEDY J , EBERHART R C . Particle swarm optimization[C]// *Proc of IEEE Int Conf on Neural Networks*. Piscataway, NJ: IEEE Press, 1995: 1942 – 1948.

[10] STORN R, PRICE K. Differential evolution – a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces[J]. *J of Global Optimization*, 1997, 11(2): 341 – 359.

[11] SHI Y, EBERHART R . Empirical study of particle swarm optimization[C] // *Proc of the 1999 Congress on Evolutionary Computation*. Piscataway NJ: IEEE Press, 1999, 3: 101 – 106.

[12] VESTERSTRM J, THOMSEN R. A comparative study of differential evolution, particle swarm optimization, and evolutionary algorithms on numerical benchmark problems[C] // *Proc of the 2004 Congress on Evolutionary Computation*. Piscataway NJ: IEEE Press, 2004, 2: 1980 – 1987.

作者简介:

巩敦卫　(1970—), 男, 教授, 博士生导师, 工学博士, 从事进化计算、智能控制的研究, E-mail: dwgong@vip.163.com;

张　勇　(1979—), 男, 博士研究生, 从事智能计算的研究, E-mail: yongzh401@126.com;

张建化　(1979—), 男, 硕士, 从事进化计算研究;

周　勇　(1974—), 男, 工学博士, 从事进化算法、数据挖掘研究.