

文章编号: 1000-8152(2008)01-0120-05

线性时滞系统基于观测器的最优输出跟踪控制器近似设计

唐功友, 李超, 高洪伟

(中国海洋大学 信息科学与工程学院, 山东 青岛 266100)

摘要: 研究线性时滞系统的最优输出跟踪控制器近似设计过程. 首先根据原系统最优输出跟踪控制问题构造了两个分别具有已知初始条件和终端条件的微分方程迭代序列, 并证明它们一致收敛于原问题的最优解. 然后通过对该解序列的有限次迭代, 得到最优输出跟踪控制问题的一个近似解, 进一步给出一个计算近似最优输出跟踪控制律的算法. 最后通过构造降维参考输入观测器解决了最优输出跟踪控制器中前馈项的物理可实现问题. 仿真结果表明该方法是有效的, 且易于实现.

关键词: 线性系统; 时滞系统; 最优控制; 输出跟踪控制; 观测器

中图分类号: TP13 **文献标识码:** A

Observer-based approximate design of optimal output-tracking controller for linear systems with time-delay

TANG Gong-you, LI Chao, GAO Hong-wei

(College of Information Science and Engineering, Ocean University of China, Qingdao Shandong 266100, China)

Abstract: An approximate design procedure of optimal output-tracking controller is considered for linear systems with time-delay. First, based on the optimal output-tracking control problem of the original system, two iterative sequences of differential equations with known initial and terminal conditions are constructed and proved to be convergent uniformly to the optimal solution of the original problem. Next, through a finite iteration of the solution sequence, an approximate solution of the optimal output-tracking control problem is obtained. Furthermore, an algorithm is given to calculate the approximate optimal output-tracking control law. Finally, a reduced-order reference input observer is designed to make the feedforward term in the optimal output-tracking controller physically realizable. Simulation results illustrate that the presented approach is effective and simple to implement.

Key words: linear systems; time-delay systems; optimal control; output-tracking control; observer

1 引言(Introduction)

实际的控制系统普遍存在时滞现象. 时滞连续系统的分析与综合从数学上看是一个无穷维问题, 是很难解决的课题之一. 时滞系统的最优控制一直受到科技工作者的重视, 无论在理论上还是在应用中都取得了若干成果^[1~3]. 近年来, 时滞和/或非线性系统的最优输出跟踪控制在实际中得到了广泛的应用, 例如大型油轮自动驾驶仪的设计^[4]; 航天器飞行轨迹的跟踪控制^[5]; 空对空导弹等精确制导武器对攻击目标的跟踪^[6]; 轮船航行中补给跟踪控制^[7], 等等. 因此, 对于这类系统最优输出跟踪控制问题的研究是很重要的研究课题.

时滞系统二次型性能指标的最优控制问题往往

导致求解一个既含时滞项又含超前项的两点边值问题, 所以无论是求解析解还是数值解都是困难的. 近年来, 对这类问题近似方法的研究, 取得了若干成果, 如幂级数逼近法^[3,8], Lyapunov方程逐次逼近法^[9], Galerkin逐次逼近法^[10], 状态相关的Riccati方程法^[11], 等等. 然而由于这些算法基本上都是基于矩阵微分方程迭代的, 计算时间长, 存储空间大, 通常难以实现在线计算.

本文针对线性时滞系统的最优输出跟踪控制问题, 提出了一种基于向量迭代的近似算法. 该算法只需在线计算一个线性向量微分方程序列, 而Riccati矩阵微分方程的求解可以离线进行, 且只需计算一次, 从而大大降低了算法的时间复杂度和

收稿日期: 2005-12-12; 收修改稿日期: 2006-12-05.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60574023); 山东省自然科学基金重点资助项目(Z2005G01); 青岛市自然科学基金资助项目(05-1-JC-94).

空间复杂度, 因此更有希望实现在线计算.

2 问题的提法(Problem formulation)

考虑线性时滞系统

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + A_1x(t - \tau) + Bu(t), \\ x(t) = \phi(t), -\tau \leq t \leq 0, \\ y(t) = Cx(t). \end{cases} \quad (1)$$

其中: $x \in \mathbb{R}^n$, $u \in \mathbb{R}^r$ 和 $y \in \mathbb{R}^m$ 分别为状态向量, 控制向量和输出向量; A , A_1 , B 和 C 是适当维数的常量矩阵; $\tau > 0$ 为常量时滞项; $\phi(t)$ 是已知的初始状态向量函数. 设系统(1)的输出 y 所要跟踪的期望输出 \bar{y} 由以下外系统描述:

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = Fz(t), \\ \bar{y}(t) = Hz(t). \end{cases} \quad (2)$$

其中: $z \in \mathbb{R}^p$, $\bar{y} \in \mathbb{R}^m$, F , H 为适当维数的常量矩阵; 假设矩阵 H 行满秩, (F, H) 完全可观测.

取有限时域的二次型性能指标

$$J = \frac{1}{2} e^T(t_f) Q_f e(t_f) + \frac{1}{2} \int_0^{t_f} [e^T(t) Q e(t) + u^T(t) R u(t)] dt. \quad (3)$$

其中: Q_f , Q 和 R 为适当维数的正定矩阵, $e(t)$ 为跟踪误差, 即

$$e(t) = \bar{y}(t) - y(t). \quad (4)$$

根据最优控制的必要条件知, 系统(1)关于性能指标(3)的最优输出跟踪控制问题将导致求解下列两点边值问题:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + A_1x(t - \tau) + Bu(t), 0 < t \leq t_f, \\ -\dot{\lambda}(t) = \begin{cases} C^T Q C x(t) - C^T Q H z(t) + A^T \lambda(t) + A_1^T \lambda(t + \tau), 0 \leq t \leq t_f - \tau, \\ C^T Q C x(t) - C^T Q H z(t) + A^T \lambda(t), t_f - \tau < t \leq t_f, \end{cases} \\ x(t) = \phi(t), -\tau \leq t \leq 0, \\ \lambda(t_f) = C^T Q_f C x(t_f) - C^T Q_f H z(t_f). \end{cases} \quad (5)$$

最优输出跟踪控制律可表达为

$$u^*(t) = -R^{-1} B^T \lambda(t). \quad (6)$$

针对原系统的最优输出跟踪控制问题, 先提出如下结果:

定理 1 系统(1)关于性能指标(3)的最优输出跟踪控制律由下式确定:

$$u^*(t) = -R^{-1} B^T [P(t)x(t) + P_1(t)z(t) + g(t)], \quad (7)$$

其中 $P(t)$ 是下列 Riccati 矩阵微分方程的唯一半正定

解:

$$\begin{cases} -\dot{P}(t) = A^T P(t) + P(t)A - P(t)SP(t) + C^T Q C, \\ P(t_f) = C^T Q_f C; \end{cases} \quad (8)$$

$P_1(t)$ 是下列矩阵微分方程的唯一解:

$$\begin{cases} -\dot{P}_1(t) = P_1(t)F - P_1(t)SP_1(t) - C^T Q H + A^T P_1(t), \\ P_1(t_f) = -C^T Q_f H; \end{cases} \quad (9)$$

$g(t)$ 是下列两点边值问题的解:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = [A - SP(t)]x(t) - SP_1(t)z(t) - Sg(t) + A_1x(t - \tau), 0 < t \leq t_f, \\ -\dot{g}(t) = \begin{cases} [A - SP(t)]^T g(t) + P(t)A_1x(t - \tau) + A_1^T [P(t)x(t + \tau) + P_1(t)z(t + \tau) + g(t + \tau)], 0 < t \leq t_f - \tau, \\ [A - SP(t)]^T g(t) + P(t)A_1x(t - \tau), t_f - \tau < t \leq t_f, \end{cases} \\ x(t) = \phi(t), -\tau \leq t \leq 0, \\ g(t_f) = 0. \end{cases} \quad (10)$$

证 令

$$\lambda(t) = P(t)x(t) + P_1(t)z(t) + g(t), 0 < t \leq t_f, \quad (11)$$

对式(11)等号两边分别求导数, 并将式(5)中的各式代入, 比较系数可得方程(8)(9)及伴随方程

$$\begin{cases} -\dot{g}(t) = \begin{cases} [A - SP(t)]^T g(t) + P(t)A_1x(t - \tau) + A_1^T \lambda(t + \tau), 0 < t \leq t_f - \tau, \\ [A - SP(t)]^T g(t) + P(t)A_1x(t - \tau), t_f - \tau < t \leq t_f, \end{cases} \\ g(t_f) = 0, \end{cases} \quad (12)$$

其中 $S = BR^{-1}B^T$. 方程(8)是关于 $P(t)$ 的 Riccati 矩阵微分方程, 有唯一半正定解, 将 $P(t)$ 代入方程(9)可解出 $P_1(t)$. 将式(11)代入式(6)可得最优输出跟踪控制律(7), 分别将式(7)代入(5)的第1式, 式(11)代入式(12)可得两点边值问题(10), 定理1证毕.

由于两点边值问题(10)中既含时滞项 $x(t - \tau)$ 又含超前项 $g(t + \tau)$, 无论是求解析解还是数值解都是非常困难的, 因此有必要研究其近似求解方法.

3 最优输出跟踪控制器的设计(Design of optimal output-tracking controllers)

定理 2 原问题的第 k 阶近似最优输出跟踪控制律由下式确定:

$$u^{(k)}(t) = -R^{-1} B^T [P(t)x^{(k)}(t) + P_1(t)z(t) + g^{(k)}(t)], \quad (13)$$

其中 $x^{(k)}(t)$ 和 $g^{(k)}(t)$ 分别为下列微分方程序列的解序列:

$$\begin{cases} x^{(0)}(t) \equiv 0, \\ \dot{x}^{(k)}(t) = \\ [A - SP(t)]x^{(k)}(t) + A_1x^{(k-1)}(t - \tau) - \\ Sg^{(k)}(t) - SP_1(t)z(t), 0 < t \leq t_f, \\ x^{(k)}(t) = \phi(t), \quad -\tau \leq t \leq 0, k = 1, 2, \dots, \end{cases} \quad (14)$$

$$\begin{cases} -\dot{g}^{(k)}(t) = \\ [A - SP(t)]^T g^{(k)}(t) + P(t)A_1x^{(k-1)}(t - \tau) + \\ A_1^T[P(t)x^{(k-1)}(t + \tau) + P_1(t)z(t + \tau) + \\ g^{(k-1)}(t + \tau)], 0 < t \leq t_f - \tau, \\ [A - SP(t)]^T g^{(k)}(t) + P(t)A_1x^{(k-1)}(t - \tau), \\ t_f - \tau < t \leq t_f, \\ g^{(k)}(t_f) = 0, k = 0, 1, 2, \dots \end{cases} \quad (15)$$

证 微分方程序列(14)的收敛性证明可参考文献[12]中的引理1, 此处证略. 下面证明微分方程序列(15)的解序列一致收敛于伴随方程(12)的解. 在微分方程序列(15)中, 注意到 $x^{(k-1)}(t)$ 和 $g^{(k-1)}(t)$ 为已知函数, $z(t + \tau)$ 也可由外系统的状态方程(2)确定. 因此序列(15)的收敛性证明等价于证明向量函数序列

$$\begin{cases} g^{(0)}(t) = \Phi(t, t_f)\phi(t_f), t_0 \leq t \leq t_f, \\ g^{(k)}(t) = \\ \Phi(t, t_f)\phi(t_f) + \int_{t_f}^t \Phi(t, r)A_1g^{(k-1)}(r + \tau)dr, \\ t_0 \leq t \leq t_f, \\ g^{(k)}(t_f) = \phi(t_f), k = 1, 2, \dots \end{cases} \quad (16)$$

是一致收敛的, 其中 Φ 是 $[SP(t) - A]^T$ 的状态转移矩阵, $\phi(t_f)$ 是终端条件.

下面证明序列(16)是一致收敛的. 由(16)可得

$$g^{(1)}(t) - g^{(0)}(t) = \int_{t_f}^t \Phi(t, r)A_1g^{(0)}(r + \tau)dr, t_0 \leq t \leq t_f, \quad (17)$$

由于 $[SP(t) - A]^T$ 的元素在 $[t_0 t_f]$ 是连续的, 因此

$$\sup_{r \in [t, t_f]} \|\Phi(t, r)\| = M, \quad (18)$$

其中: M 是一个正常数, $\|\cdot\|$ 表示任意适当的向量或矩阵范数. 假设 $\|A_1\| = V$, $\|\phi(t_f)\| = E$. 由式(18)可得

$$\begin{aligned} \|g^{(1)}(t) - g^{(0)}(t)\| &\leq \int_{t_f}^t M^2VE dr \leq \\ M^2VE(t_f - t_0), t_0 \leq t \leq t_f. \end{aligned} \quad (19)$$

进一步有

$$\|g^{(2)}(t) - g^{(1)}(t)\| \leq$$

$$\begin{aligned} MV \int_{t_f}^t \|g^{(1)}(r) - g^{(0)}(r)\| dr &\leq \\ M^3V^2E \int_{t_f}^t r dr &\leq \\ M^3V^2E \frac{1}{2!}(t_f - t_0)^2, t_0 \leq t \leq t_f. \end{aligned} \quad (20)$$

由数学归纳法可得

$$\begin{aligned} \|g^{(k)}(t) - g^{(k-1)}(t)\| &\leq M^{k+1}V^kE \frac{(t_f - t_0)^k}{k!}, \\ t_0 \leq t \leq t_f, k = 1, 2, \dots, \end{aligned} \quad (21)$$

根据三角不等式, 对任意的正整数 j 和 k , 有

$$\begin{aligned} \|g^{(k+j)}(t) - g^{(k)}(t)\| &\leq \\ E \sum_{i=k}^{k+j-1} \frac{M^{i+2}V^{i+1}(t_f - t_0)^{i+1}}{(i+1)!} &\leq \\ \frac{EM^{k+2}V^{k+1}(t_f - t_0)^{k+1}}{(k+1)!} \exp[MV(t_f - t_0)], \\ t_0 \leq t \leq t_f. \end{aligned} \quad (22)$$

由不等式(22)可得

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \|g^{(k+j)}(t) - g^{(k)}(t)\| = 0, t_0 \leq t \leq t_f, \quad (23)$$

因此 $\{g^{(k)}(t)\}$ 是一个柯西序列, 该序列一致收敛.

在第 k 次迭代中, 注意到(15)中的 $x^{(k-1)}(t)$ 和 $g^{(k-1)}(t + \tau)$ 为已知函数, 因此式(15)是一个非齐次线性向量微分方程, $g^{(k)}(t)$ 可以通过反向积分求得. 将 $g^{(k)}(t)$ 代入(14), 式(14)也是一个非齐次线性向量微分方程, $x^{(k)}(t)$ 可以容易地解出.

由于序列 $\{x^{(k)}(t)\}$ 和 $\{g^{(k)}(t)\}$ 一致收敛于原问题的最优解, 而由式(13)所确定的控制序列 $\{u^{(k)}(t)\}$ 是与 $\{x^{(k)}(t)\}$ 和 $\{g^{(k)}(t)\}$ 相关的, 因此也是一致收敛的. 当 $k \rightarrow \infty$ 时, 状态向量序列 $\{x^{(k)}(t)\}$ 的极限 $x^*(t)$ 即为最优状态轨线, 控制向量序列 $\{u^{(k)}(t)\}$ 的极限 $u^*(t)$ 即为最优输出跟踪控制律(7), 定理证毕.

在实际系统最优输出跟踪控制律的设计中, 伴随向量序列 $\{g^{(k)}(t)\}$ 的极限 $g^{(\infty)}(t)$ 一般是不可能精确求出的. 通常可通过伴随向量序列的第 k 次迭代值来近似其精确解, 从而得到第 k 阶近似最优输出跟踪控制律:

$$u_k(t) = -R^{-1}B^T[P(t)x(t) + P_1(t)z(t) + g^{(k)}(t)]. \quad (24)$$

注 1 式(24)中的第1项的 $x(t)$ 是状态向量的精确测量值, 所以式(24)中的近似最优输出跟踪控制律 $u_k(t)$ 要优于式(13)定义的第 k 阶近似最优输出跟踪控制律.

对于具体系统而言, k 的选取可以根据一定的误差标准确定, 下面我们给出一个求解第 k 阶近似最优输出跟踪控制律的算法.

算法 1

① 由式(2)求出期望输出 $\bar{y}(t)$; 分别由(8)和(9)求出 $P(t)$ 和 $P_1(t)$; 令 $k := 1$; 给定一常量 $\sigma > 0$ 和一个充分大的正数 J_0 .

② 由式(15)求出 $g^{(k)}(t)$; 由式(24)可得 $u_k(t)$, 代入系统(1)得到闭环系统, 并由式(4)求出 $e(t)$.

③ 由下式计算 J_k

$$J_k = \frac{1}{2} e^T(t_f) Q_f e(t_f) + \frac{1}{2} \int_0^{t_f} [e^T(t) Q e(t) + u_k^T(t) R u_k(t)] dt. \quad (25)$$

④ 若 $|(J_k - J_{k-1})/J_k| < \sigma$, 则输出 $u_k(t)$, 结束.

⑤ 否则, 将 $g^{(k)}(t)$ 代入式(14)求出 $x^{(k)}(t)$.

⑥ 令 $k := k + 1$, 转至②.

4 参考输入观测器的构造(Construction of reference input observers)

最优输出跟踪控制律(7)中的前馈项含有外系统(2)的状态向量 $z(t)$. 实际上外系统(2)是不存在的, 所以其状态向量 $z(t)$ 是不存在的, 即是物理不可实现的. 在实际工程应用中, 可通过设计降维的参考输入观测器来解决前馈项的物理可实现问题.

显然, 对于外系统(2)中的行满秩矩阵 H , 存在一个常量矩阵 $L \in \mathbb{R}^{(p-m) \times p}$ 使得矩阵 $[H^T \ L^T]^T \in \mathbb{R}^{p \times p}$ 非奇异. 令

$$T = \begin{bmatrix} H \\ L \end{bmatrix}^{-1} = [T_1 \ T_2], T^{-1}FT = \begin{bmatrix} F_1 & F_{12} \\ F_{21} & F_2 \end{bmatrix}. \quad (26)$$

其中: $T_1 \in \mathbb{R}^{p \times m}, T_2 \in \mathbb{R}^{p \times (p-m)}, F_1 \in \mathbb{R}^{m \times m}, F_2 \in \mathbb{R}^{(p-m) \times (p-m)}$, F_{12} 和 F_{21} 是适当维数的矩阵. 引入满秩变换 $z = T\bar{z}$, 记 $\bar{z}^T = [\bar{z}_1^T \ \bar{z}_2^T]$, 其中 $\bar{z}_1 \in \mathbb{R}^m, \bar{z}_2 \in \mathbb{R}^{p-m}$. 这样得到外系统(2)的一个等价系统

$$\begin{cases} \dot{\bar{z}}_1(t) = F_1 \bar{z}_1(t) + F_{12} \bar{z}_2(t), \\ \dot{\bar{z}}_2(t) = F_{21} \bar{z}_1(t) + F_2 \bar{z}_2(t), \\ \bar{y}(t) = \bar{z}_1(t), \end{cases} \quad (27)$$

在式(27)中, $\bar{z}_1(t)$ 就是参考输入 $\bar{y}(t)$, 因此只需构造关于 $\bar{z}_2(t)$ 的降维观测器. 注意到 $HT = [I_m \ 0]$ 并且 (F, H) 是完全可观测的, 由此可知 (F_2, F_{12}) 也是完全可观测的. 构造降维观测器如下:

$$\begin{cases} \dot{w}(t) = \hat{F}w(t) + \hat{H}\bar{y}(t), \\ \hat{z}_2(t) = w(t) + K\bar{y}(t), \end{cases} \quad (28)$$

其中: $w \in \mathbb{R}^{p-m}$ 是观测器的状态向量; $\hat{z}_2(t)$ 是 $\bar{z}_2(t)$ 的观测值; $\hat{F} = F_2 - KF_{12}, \hat{H} = F_2K - KF_{12}K + F_{21} - KF_1$; 系数矩阵 K 待定. 由式(2)(26)和(28)可得 $z(t)$ 的观测值

$$\hat{z}(t) = T_2w(t) + (T_1 + T_2K)\bar{y}(t), \quad (29)$$

通过以上对 $z(t)$ 的重构, 我们得到一个物理可实现的动态输出跟踪控制律

$$\begin{cases} \dot{w}(t) = \hat{F}w(t) + \hat{H}\bar{y}(t), \\ u(t) = -R^{-1}B^T[P(t)x(t) + P_1(t)T_2w(t) + P_1(t)(T_1 + T_2K)\bar{y}(t) + g(t)]. \end{cases} \quad (30)$$

5 仿真实例(Simulation examples)

考虑一个工业电加热炉的最优输出跟踪控制应用实例^[13]. 该炉共有两个工作区, 其中分别装有热电偶用以实时测量温度变化. 该实例的控制问题是要调节炉温来满足特定的加热需要, 使炉温在跟随参考输入信号变化的同时不消耗过多的能量. 该问题的状态空间模型以及二次型性能指标分别由(1)~(3)给出, 其中 x 和 u 分别代表炉温和加热电流, z 代表期望的温度. 具体参数如下:

$$\begin{cases} A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}, A_1 = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0.8 & -1.5 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix}, \\ C = [2 \ 0], \phi(t) = [2 \ 0]^T, F = \begin{bmatrix} 0 & 0.1 \\ -0.2 & -0.1 \end{bmatrix}, \\ H = [1 \ 0], Q_f = 8, Q = 4, R = 1. \end{cases} \quad (31)$$

假设 $z(0) = [0.3 \ 0]^T$. 选取控制精度 $\sigma = 0.05$. 当 $|(J_k - J_{k-1})/J_k| < \sigma$ 时, 就认为已获得满足精度要求的次优输出跟踪控制律.

情形 1 当 $\tau = 1$ 时, 系统的跟踪误差 $e(t)$ 和控制输入 $u(t)$ 的仿真曲线如图1和图2所示.

性能指标如表1所示. 由表1可看出 $J_1 > J_2 > J_3 > J_4$, 即性能指标值随迭代次数增加而减小, 并趋于一个稳定的最优性能指标 J^* . 从表1也可看出随着迭代次数增加, 性能指标相对误差逐渐减小. 当 $k = 4$ 时, 满足控制精度要求. 因此可以认为 $u_4(t)$ 为近似最优输出跟踪控制律.

情形 2 当时滞变化时要达到要求的控制精度, 迭代次数 k 和对应的性能指标 J^* 如表2所示.

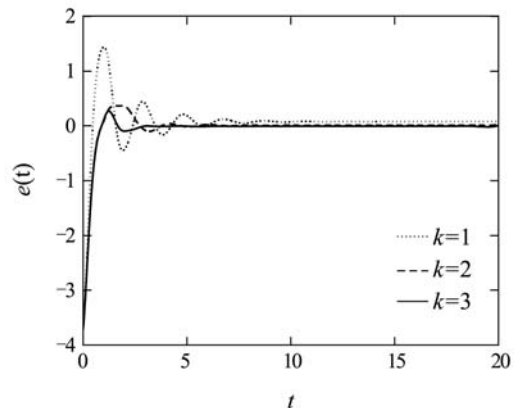


图 1 跟踪误差的仿真曲线
Fig. 1 Simulation curves of the tracking error

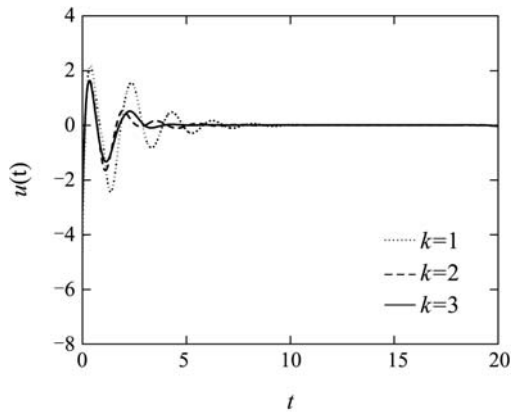


图2 控制输入的仿真曲线

Fig. 2 Simulation curves of the control input

表1 性能指标值及控制精度

Table 1 Performance index values and precision

k	1	2	3	4
J_k	21.623	12.446	10.098	9.7625
$ (J_k - J_{k-1})/J_k $	—	0.7373	0.2325	0.0344

表2 不同时滞下的性能指标值

Table 2 Performance index values at different time-delays

τ	1	5	10	15	30	50
k	4	5	7	8	10	10
J^*	9.763	12.478	15.596	18.703	27.902	30.306

由表2可以看出,随着时滞的增加,求解最优输出跟踪控制的迭代次数增大,控制质量变差.但当时滞增加到一定数值后,迭代次数不再变化.

6 结论(Conclusion)

本文对于线性时滞系统的最优输出跟踪控制问题,提出了一种近似算法.通过构造参考输入观测器,解决了最优输出跟踪控制器中前馈项的物理可实现问题,从而得到物理可实现的动态输出跟踪控制器.针对一工业电加热炉温度跟踪控制的仿真结果表明该算法迭代精度高,收敛速度快,且计算量较小,容易实现实时在线控制.

参考文献(References):

- [1] MICHAEL B, JESUS R G. A closed-form optimal control for linear systems with equal state and input delays[J]. *Automatica*, 2005, 41(5): 915 – 920.
- [2] YUE D, HAN Q L, LAM J. Network-based robust H_∞ control of systems with uncertainty[J]. *Automatica*, 2005, 41(6): 999 – 1007.
- [3] FRIDMAN E, Shaked U. H_∞ state-feedback control of linear systems with small state-delay[J]. *Systems & Control Letters*, 1998, 33(3): 141 – 150.
- [4] CIMEN T, BANKS S P. Nonlinear optimal tracking control with application to super-tankers for autopilot design[J]. *Automatica*, 2004, 40(11): 1845 – 1863.
- [5] SHARMA R, TEWARI A. Optimal nonlinear tracking of spacecraft attitude maneuvers[J]. *IEEE Trans on Control Systems Technology*, 2004, 12(5): 677 – 682.
- [6] LIANG Y W, et al. Nonlinear reliable output tracking control with application to bank-to-turn missile systems[C] // *Proc of the World Congress on Intelligent Control and Automation*. Hangzhou, China: IEEE Press, 2004, 2: 1187 – 1191.
- [7] FU S H, CHENG C C, YIN C Y. Nonlinear adaptive tracking control for underway replenishment process[C] // *Proc of IEEE Int Conf on Networking, Sensing and Control*. Taipei, Taiwan: IEEE Press, 2004, 2: 707 – 712.
- [8] CHANANE B. Optimal control of nonlinear systems: a recursive approach[J]. *Computers and Mathematics with Applications*, 1998, 35(3): 29 – 33.
- [9] AGANOVIC Z, GAJIC Z. Successive approximation procedure for finite-time optimal control of bilinear systems[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1994, 39(9): 1932 – 1935.
- [10] BEARD R W, SARIDIS G N, WEN J T. Galerkin approximations of the generalized Hamilton-Jacobi-Bellman equation[J]. *Automatica*, 1997, 33(12): 2159 – 2177.
- [11] WERNLI A, COOK G. Suboptimal control for the nonlinear quadratic regulator problem[J]. *Automatica*, 1975, 11(1): 75 – 84.
- [12] TANG G Y. Suboptimal control for nonlinear systems: a successive approximation approach[J]. *Systems & Control Letters*, 2005, 54(5): 429 – 434.
- [13] CHU J, SU H Y, HU X H. A time-delay control algorithm for an industrial electrical heater[J]. *J of Process Control*, 1993, 3(4): 219 – 224.

作者简介:

唐功友 (1953—),男,中国海洋大学教授,博士生导师,1991年毕业于华南理工大学自动化系,获博士学位,主要研究领域为时滞与非线性系统的分析与控制、网络控制、故障诊断与容错控制、大系统理论与应用等, E-mail: gtang@ouc.edu.cn;

李超 (1980—),男,中国海洋大学博士研究生,研究领域为时滞与非线性系统的分析与控制, E-mail: lichao@ouc.edu.cn;

高洪伟 (1979—),女,中国海洋大学博士研究生,研究领域为时滞与非线性系统的分析与控制, E-mail: gaohongwei@ouc.edu.cn.