第 25 卷第 4 期
2008 年 8 月

控制理论与应用
Control Theory & Applications

Vol. 25 No. 4
Aug. 2008

文章编号: 1000−8152(2008)04−0619−04

具反应扩散混合时滞Cohen-Grossberg神经网络的指数耗散性

楼旭阳, 崔宝同

(江南大学 通信与控制工程学院, 江苏 无锡 214122)

摘要: 利用扩散算子特性、M–矩阵性质和不等式分析技巧, 在不要求神经网络激励函数的有界性、单调性、可微性以及平均时滞有界性的弱保守条件下, 研究了一类具有反应扩散混合时滞的非自治Cohen-Grossberg神经网络的实不变集、全局指数稳定性和指数耗散性, 并给出了相关的充分性条件. 文中所使用的方法摒弃了常规构造适当的Lyapunov泛函的方法, 克服了Lyapunov泛函难构造的困难, 且得到的结果扩展和改进了其他文献结果. 最后给出了一个数值例子来说明所得结果的有效性.

关键词: 神经网络; 反应扩散; 混合时滞; 耗散性; M–矩阵

中图分类号: TP13　　**文献标识码**: A

Exponential dissipativity of Cohen-Grossberg neural networks with mixed delays and reaction-diffusion terms

LOU Xu-yang, CUI Bao-tong

(College of Communication and Control Engineering, Jiangnan University, Wuxi Jiangsu 214122, China)

Abstract: Without assuming the boundedness, monotonicity and differentiability of the activation functions and the boundedness of average time delays, the invariant set, global exponential stability and exponential dissipativity of a class of Cohen-Grossberg neural networks with mixed delays and reaction-diffusion terms are studied by employing the properties of diffusion operator, M–matrix and inequality technique. Some correlative sufficient conditions are then derived. The method used in this paper ignores the common requirement of constructing proper Lyapunov functionals, thus eliminating the difficulty in building proper Lyapunov functionals. Moreover, the results extend and improve the prior results in publications. Finally, a numerical example is given to illustrate the effectiveness of the results.

Key words: neural networks; reaction-diffusion terms; mixed delays; dissipativity; M–matrix

1 引言(Introduction)

近年来, 许多学者已深入研究了Cohen-Grossberg神经网络(CGNNs)的动力学行为, 并且得到了许多关于自治的时滞CGNNs系统稳定性等动力学的研究成果[1~4]. 然而, 由于各种并行通道的存在, 使网络具有空间特征, 这使得人们试图通过分布时滞来模拟网络的时间滞后[5~8]. 事实上, 一个实际的神经网络应该是离散时滞(或时变时滞)与分布时滞的混合体.

另外, 在研究神经网络的动力学渐近行为时, 不仅要考虑它对时间的依赖和时间的延迟, 还要考虑空间随时间的涨落, 因而对具有反应扩散的时滞神经网络动力行为的研究是十分必要的. 关于具有反应扩散的神经网络的稳定性问题在文献[11 $\sim$ 16]中已经做了较深入的研究. 同时, 正如Liao[15], Arik[16]所指出, 动态神经网络的耗散性是一个很重要的属性, 并且在稳定性理论、混沌同步理论、系统范数估计和鲁棒控制领域有着广泛应用价值[17,18]. 文献[16]获得了一些离散时滞自治神经网络全局耗散性的充分性判据. Cao[19]等利用Lyapunov方法和LMI技巧研究了一类混合时滞神经网络的全局点耗散问题. 在文献[20]中, 作者研究了一类含离散时滞和无限时滞自治神经网络耗散性, 得到了一些改进型的充分准则. 但以上结果都是基于Lyapunov方法. 据笔者所知, 关于含混合时滞的反应扩散Cohen-Grossberg神经网络的指数耗散性的研究报道尚未见报道.

因此, 本文采用扩散算子特性结合M–矩阵性质以及Hölder不等式, 在去掉激励函数的有界性、单调性、可微性和平均时滞$\int_0^\infty sK_{ij}(s)\mathrm{d}s$有界等限制条

收稿日期: 2007−03−06; 收修改稿日期: 2007−08−25.
基金项目: 教育部科学技术研究重点项目(107058); 江苏省自然科学基金资助项目(BK2007016); 江苏省2007年研究生科研创新计划.

件下, 讨论同时具有离散时滞和分布时滞的反应扩散Cohen-Grossberg神经网络的指数耗散性的判别方法, 并给出不变集和吸引集的空间位置. 由于给出的代数判据易于检验, 故具有广泛的适用性, 并且改进和推广了目前此类模型的最新结果. 由于Cohen-Grossberg神经网络具有一定的代表性, 其研究意义与应用前景不言而喻.

2 系统描述与准备工作(System description and preliminaries)

考虑如下具有混合时滞的反应扩散Cohen-Grossberg神经网络模型:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u_i(t,x)}{\partial t} = \sum\limits_{k=1}^{l} \dfrac{\partial}{\partial x_k}\left(D_{ik}\dfrac{\partial u_i(t,x)}{\partial x_k}\right) - \\ \qquad a_i(u_i(t,x))[b_i(u_i(t,x)) - \\ \qquad \sum\limits_{j=1}^{n} c_{ij}(t) f_j(u_j(t-\tau_{ij}(t),x)) - \\ \qquad \sum\limits_{j=1}^{n} d_{ij}(t)\displaystyle\int_{-\infty}^{t} K_{ij}(t-s)\times \\ \qquad g_j(u_j(s,x))\mathrm{d}s + J_i(t)], \\ \dfrac{\partial u_i(t,x)}{\partial \widetilde{n}} = 0,\ t \geqslant t_0,\ x \in \partial\Omega, \\ u_i(t_0+s,x) = \phi_i(s,x),\ -\infty < s \leqslant 0. \end{cases} \tag{1}$$

其中:

$$\frac{\partial u_i}{\partial \widetilde{n}} := \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_1}, \frac{\partial u_i}{\partial x_2}, \cdots, \frac{\partial u_i}{\partial x_l}\right)^{\mathrm{T}} = 0, \tag{2}$$

$i = 1,2,\cdots,n,\ x \in \Omega$. 光滑函数$D_{ik} = D_{ik}(t,x,u) \geqslant 0$ 表示轴突信号传输过程中的扩散算子, s表示轴突信号传输过程中的延迟, n是网络中神经元的个数, u_i, x_k分别表示状态变量和空间变量, $J_i(t)$是对第i个神经元在t时刻的偏置, $f_j(\cdot), g_j(\cdot)$是激励函数, $a_i(\cdot) > 0$表示放大函数, $b_i(\cdot)$表示行为函数, 时滞$\tau_{ij}(t)$满足$0 \leqslant \tau_{ij}(t) \leqslant \tau$, τ为常数, $c_{ij}(t), d_{ij}(t)$分别表示神经元之间的时滞联接权和分布时滞联接权. $\dfrac{\partial u_i}{\partial \widetilde{n}} = 0\ (t \geqslant t_0, x \in \partial\Omega)$, $\phi_i(s,x)$分别表示边值和初值. Ω是$\mathbb{R}^p$中具有光滑边界$\partial\Omega$的紧集, 并在$\mathbb{R}^m$中的测度$\mathrm{mes}\,\Omega > 0$. 假定: $c_{ij}(t), d_{ij}(t), J_i(t)$均为连续函数; 同时假定$\phi_i(s,x) \in \mathcal{C}((-\infty,t_0],\mathbb{R})$, 时滞内核$K_{ij}(\cdot)$具有下列属性:

i) K_{ij}是定义在$[0,-\infty)$上的实值非负连续函数;

ii) $\int_0^{\infty} K_{ij}(s)\mathrm{d}s = 1$.

定义如下记号: 令$\mathcal{C} = \mathcal{C}((-\infty,0]\times\Omega,\mathbb{R}^n)$. 对于$\phi(s,x) \in \mathcal{C}$, 定义

$$[\phi]_s^+ \triangleq (\|\phi_1\|_{2s}, \|\phi_2\|_{2s}, \cdots, \|\phi_n\|_{2s})^{\mathrm{T}}.$$

其中:

$$\|\phi_i\|_{2s} \triangleq \max_{-\infty<s\leqslant 0} \|\phi_i(s,x)\|_2,$$

$$\|\phi_i(s,x)\| \triangleq \left[\int_\Omega |u_i(t,x)|^2 \mathrm{d}x\right]^{1/2}.$$

对任意实矩阵$A = (a_{ij})_{n\times m}$和$B = (b_{ij})_{n\times m}$, 如果$a_{ij} \geqslant b_{ij}, \forall i \in \{1,2,\cdots,n\}, j \in \{1,2,\cdots,m\}$, 则$A \geqslant B$. $\mathbb{N}$表示自然数集. $\mathbb{R}$表示实数集. $|\cdot|$表示Euclidean范数.

作如下假设:

H_1) 函数$a_i(u)\ (i = 1,2,\cdots,n)$是正的、有界函数, 且对所有$u \in \mathbb{R}, i = 1,2,\cdots,n$, 满足

$$0 < \underline{\alpha}_i \leqslant a_i(u) \leqslant \overline{\alpha}_i < +\infty.$$

H_2) 函数$b_i(u): \mathbb{R} \to \mathbb{R}$是一个连续函数, 存在连续函数$h_i(t) > 0$和常数$\beta_i > 0$, $c_{ij}^* \geqslant 0$, $d_{ij}^* \geqslant 0$, $J_i^* \geqslant 0, i,j \in \mathbb{N}$,使得

$$b_i'(u) \geqslant \beta_i h_i(t),\ |c_{ij}(t)| \leqslant c_{ij}^* h_i(t),$$
$$|d_{ij}(t)| \leqslant d_{ij}^* h_i(t),\ |J_i(t)| \leqslant J_i^* h_i(t).$$

H_3) 函数$f_j(\cdot)$和$g_j(\cdot)$满足Lipschitz条件, 即: 存在两个正对角矩阵$F = \mathrm{diag}\{F_1,\ F_2,\cdots,F_n\}$和$G = \mathrm{diag}\{G_1, G_2,\cdots,G_n\}$满足

$$|f_j(u) - f_j(v)| \leqslant F_j|u-v|,$$
$$|g_j(u) - g_j(v)| \leqslant G_j|u-v|,$$

对所有$u,v \in \mathbb{R}, j = 1,2,\cdots,n$.

定义 1 对于集合$\mathcal{S} \subset \mathcal{C}$, 若对任意的初始条件$\phi \in \mathcal{S}$, 当$t \geqslant t_0$时, 系统(1)满足初始条件$\phi$的解$u_t(t_0,\phi) \in \mathcal{S}$, 其中$u_t(t_0,\phi) = u(t+s;t_0,\phi)$ $(s \in (-\infty,0])$, 则称$\mathcal{S}$为系统(1)的正不变集.

定义 2 对系统(1)的任意两个解$u(t;t_0,\phi)$和$u(t;t_0,\psi)$, 初始条件分别为$\phi,\psi \in \mathcal{C}$, 如果存在常数$\delta > 0$和$M \geqslant 1$使得对$\forall t \geqslant t_0$

$$\|u(t;t_0,\phi) - u(t;t_0,\psi)\| \leqslant M\|\phi-\psi\|_s \mathrm{e}^{-\delta(t-t_0)} \tag{3}$$

成立, 其中:

$$\|u\| \triangleq \Big(\sum_{i=1}^{n} \|u_i(t,x)\|_2^2\Big)^{\frac{1}{2}},$$

$$\|\phi\|_s \triangleq \Big(\sum_{i=1}^{n} \|\phi_i(s,x)\|_{2s}^2\Big)^{\frac{1}{2}},$$

则称系统(1)是全局指数稳定的.

定义 3 如果存在正常数M_1, M_2和δ满足

$$\|u(t;t_0,\phi)\| \leqslant M_1\|\phi\|_s \mathrm{e}^{-\delta(t-t_0)} + M_2, \tag{4}$$

对所有$\forall\phi \in \mathcal{C},\ t \geqslant t_0$, 则称系统(1)是指数耗散的.

定义 4 实数矩阵$A = (a_{ij})_{n\times n}$为M–矩阵, 如

果下列条件满足

1) $a_{ii} > 0, a_{ij} \leqslant 0\ (i \neq j;\ i, j = 1, 2, \cdots, n)$;

2) 矩阵A所有顺序主子式$\det A_i > 0$.

3 主要结果(Main results)

这一部分, 笔者研究非自治Cohen-Grossberg 神经网络系统(1)的实不变集、全局指数稳定性和指数耗散性.

定理 1 假设系统(1)满足条件$\mathrm{H}_1) \sim \mathrm{H}_3)$, 如果

$$W = L - C^* F - D^* G \tag{5}$$

是一个M–矩阵, 则$\mathcal{S} = \{\phi \in \mathcal{C} \big| [\phi]_s^+ \leqslant N \triangleq W^{-1} I^* \mu\}$是系统(1)的正不变集, 其中:

$$\mu = \text{mes}\, \Omega,\ J^* = (J_1^*, J_2^*, \cdots, J_n^*)^{\mathrm{T}},$$

$$f^* = (|f_1(0)|, |f_2(0)|, \cdots, |f_n(0)|)^{\mathrm{T}},$$
$$g^* = (|g_1(0)|, |g_2(0)|, \cdots, |g_n(0)|)^{\mathrm{T}},$$
$$I^* = C^* f^* + D^* g^* + J^*,$$
$$L = \text{diag}\{\frac{\underline{\alpha}_1 \beta_1}{\overline{\alpha}_1}, \frac{\underline{\alpha}_2 \beta_2}{\overline{\alpha}_2}, \cdots, \frac{\underline{\alpha}_n \beta_n}{\overline{\alpha}_n}\},$$
$$C^* = (c_{ij}^*)_{n \times n},\ D^* = (d_{ij}^*)_{n \times n}.$$

证 由Green公式和边界条件(2)得利用$\mathrm{H}_1) \sim \mathrm{H}_3)$结合Hölder不等式、Green公式以及分析技巧可得结果成立, 由于篇幅限制省略. 证毕.

定理 2 如果定理1条件都成立, 且存在一正常数λ使得连续函数$h_i(t)$满足

$$\int_s^t \underline{\alpha}_i \beta_i h_i(\xi) \mathrm{d}\xi \geqslant \lambda(t - s),\ t \geqslant s \geqslant t_0,\ i \in \mathbb{N}, \tag{6}$$

则系统(1)是全局指数稳定的且指数收敛率$\delta \leqslant \lambda$, 并由下式

$$Lr - (C^* F \mathrm{e}^{\tau\delta} + D^* G) r (1 + \frac{\delta}{\lambda - \delta}) r > 0 \tag{7}$$

决定, 其中$r = (r_1, r_2, \cdots, r_n)^{\mathrm{T}} > 0$为一正向量.

结合定理1和定理2, 容易得到下面的定理.

定理 3 假设定理2的所有条件都成立, 则系统(1)是指数耗散的.

注 1 从形式上看, 非自治系统(1)具有很一般性的特点, 包含了许多神经网络模型. 在假设激励函数在有界性、单调性、可微性等人为性较强的条件下, 许多学者给出了不同神经网络系统平衡点存在性的某些充分条件[2~6,9,11~12]. 然而, 要求激励函数有界或单调有时会显著改变网络系统的一些特性[21]. 另外, 文献[10]通过构造Lyapunov泛函、M–矩阵理论和分析技巧得到了一类反应扩散分布时滞递归神经网络周期解的存在性和全局指数稳定性, 但是对时滞核函数做了$\int_0^\infty sK_{ij}(s)\mathrm{d}s < \infty$和$\int_0^\infty s\mathrm{e}^{\varepsilon s} K_{ij}(s)\mathrm{d}s < \infty$的限制. Arik[16]提出了针对一般定常时滞自治神经网络全局耗散性的充分性判据, 而对混合时滞神经网络不适用; Cao[19]等利用Lyapunov方法和LMI技巧研究了一类混合时滞自治神经网络的全局点耗散问题, 但是要求变时滞可微且有界. Song[20]等利用Lyapunov方法和分析技巧得到了含离散时滞和无限时滞自治神经网络耗散性的改进型结果, 但仍然要变时滞可微且有界, 而且对时滞核函数做了较多的限制. 而本文所研究的含混合时滞和反应扩散的Cohen-Grossberg神经网络比以上自治神经网络更具一般性, 并且不用构造Lyapunov泛函得到结果, 同时去掉了对时滞核函数平均时滞有界的限制条件, 从而推广和改进了前人的相关结论.

4 数值例子(Numerical example)

考虑下面2阶反应扩散混合时滞的Cohen-Grossberg神经网络(1), 参数选择如下:

$$\Omega = \{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 | x_1^2 + x_2^2 = 1\},$$
$$f_1(u) = f_2(u) = g_1(u) = g_2(u) = \tanh u,$$
$$\tau_{11}(t) = \tau_{21}(t) = \frac{1 + \cos t}{2},$$
$$\tau_{12}(t) = \tau_{22}(t) = \frac{1 + \sin t}{2},$$
$$D_{11}(t, x, u) = t^6 x^2,\ D_{12}(t, x, u) = 0,$$
$$D_{21}(t, x, u) = 0,\ D_{22}(t, x, u) = t^4 x^4,$$
$$a_1(u_1(t, x)) = 4 + \cos(u_1(t, x)),$$
$$a_2(u_2(t, x)) = 3 + \sin(u_2(t, x)),$$
$$b_1(u_1(t, x)) = 6.2 u_1(t, x),$$
$$b_2(u_2(t, x)) = 7.3 u_2(t, x),$$
$$c_{11}(t) = 0.2 \sin t,\ c_{12}(t) = 0.5(1 - \cos t),$$
$$c_{21}(t) = -0.6(1 + \sin t),\ c_{22}(t) = 0.4 \cos t,$$
$$d_{11}(t) = -0.5 \cos t,\ d_{12}(t) = 0.3(1 + 0.5 \sin t),$$
$$d_{21}(t) = 0.7(1 + \cos t),\ d_{22}(t) = 0.2 \sin t,$$
$$J_1(t) = \frac{1}{2\pi},\ J_2(t) = -\frac{1}{2\pi},$$
$$h_1(t) = h_2(t) = 1,\ K_{ij}(s) = \mathrm{e}^{-s},\ i, j = 1, 2.$$

显然, 假设$\mathrm{H}_1) \sim \mathrm{H}_3)$成立, 时滞核函数满足条件i)~ii), 且有$F_1 = F_2 = G_1 = G_2 = 1$, $\underline{\alpha}_1 = 3$, $\overline{\alpha}_1 = 5$, $\underline{\alpha}_2 = 2$, $\overline{\alpha}_1 = 4$, $\beta_1 = 1.2$, $\beta_2 = 1.3$. 同时, $\mu = \text{mes}\, \Omega = \pi$. 所以

$$L = \begin{bmatrix} 3.72 & 0 \\ 0 & 3.65 \end{bmatrix},\ C^* = \begin{bmatrix} 0.2 & 1.0 \\ 1.2 & 0.4 \end{bmatrix},$$

$$D^* = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.45 \\ 1.4 & 0.2 \end{bmatrix},\ J^* = \begin{bmatrix} \frac{1}{2\pi} \\ \frac{1}{2\pi} \end{bmatrix}.$$

容易计算

$$W = L - C^* F - D^* G = \begin{bmatrix} 3.02 & -1.45 \\ -2.60 & 3.05 \end{bmatrix} \tag{8}$$

是M–矩阵.

$$I^* = C^* f^* + D^* g^* + J^* = J^* = \begin{bmatrix} \frac{1}{2\pi} \\ \frac{1}{2\pi} \end{bmatrix},$$

$$N = (L - C^* F - D^* G)^{-1} I^* \mu = \begin{bmatrix} 0.4135 \\ 0.5164 \end{bmatrix}.$$

由本文定理1和定理2知, 系统(1)的正不变集为

$$\mathcal{S} = \Big\{ \phi \in \mathcal{C} \Big| [\phi_1]_s^+ \leqslant 0.4135,\ [\phi_2]_s^+ \leqslant 0.5164 \Big\},$$

且系统是全局指数稳定的.

5 结束语(Conclusions)

本文研究了一类具有反应扩散混合时滞的非自治Cohen-Grossberg 神经网络的实不变集、全局指数稳定性和指数耗散性, 利用扩散算子特性、M–矩阵性质和不等式分析技巧, 获得了一些充分准则, 所提出的结果不要求神经网络激励函数的有界性、单调性、可微性以及平均时滞$\int_0^\infty sK_{ij}(s)\mathrm{d}s$有界性, 只需验证仅由网络参数构成的矩阵是M–矩阵即可, 给网络设计带来方便, 从而改进和扩展了文献中的结果. 仿真例子说明了所得结果的有效性和优越性.

参考文献(References):

[1] COHEN M, GROSSBERG S. Absolute stability and global pattern formation and parallel memory storage by competitive neural networks[J]. *IEEE Transations on Systems, Man and Cybernetics*, 1983, 13(1): 815 – 825.

[2] YE H, MICHEL A N, WANG K N. Qualitative analysis of Cohen-Grossberg neural networks with multiple delays[J]. *Physics Review E*, 1995, 51(3): 2611 – 2618.

[3] CHEN T P, RONG L B. Delay-independent stability analysis of Cohen-Grossberg neural networks[J]. *Physics Letters A*, 2003, 317(5/6): 436 – 449.

[4] CAO J D, LI X L. Stability in delayed Cohen-Grossberg neural networks: LMI optimization approach[J]. *Physica D*, 2005, 212(1/2): 54 – 65.

[5] WANG L. Stability of Cohen-Grossberg neural networks with distributed delays[J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2005, 160(1): 93 – 110.

[6] LIAO X F, LI C G, WONG K W. Criteria for exponential stability of Cohen-Grossberg neural networks[J]. *Neural Networks*, 2004, 17(10): 1401 – 1414.

[7] ZHANG Q, WEI X P, XU J. Global exponential stability of Hopfield neural networks with continuously distributed delays[J]. *Physics Letters A*, 2003, 315(6): 431 – 436.

[8] ZHAO H Y. Global asymptotic stability of Hopfield neural network involving distributed delays[J]. *Neural Networks*, 2004, 17(1): 47 – 53.

[9] LIANG J, CAO J. Global exponential stability of reaction-diffusion recurrent neural networks with time-varying delays[J]. *Physics Letters A*, 2003, 314(5/6): 434 – 442.

[10] SONG Q K, CAO J D, ZHAO Z J. Periodic solutions and its exponential stability of reaction-diffusion recurrent neural networks with continuously distributed delays[J]. *Nonlinear Analysis: Real-World Applications*, 2006, 7(1): 65 – 80.

[11] LOU X Y, CUI B T. Boundedness and exponential stability for nonautonomous cellular neural networks with reaction-diffusion terms[J]. *Chaos, Solitons and Fractals*, 2007, 33(2): 653 – 662.

[12] LOU X Y, CUI B T. Robust exponential stabilization of a class of delayed neural networks with reaction-diffusion terms[J]. *International Journal of Neural Systems*, 2006, 16(6): 435 – 443.

[13] 王林山, 徐道义. 变时滞反应扩散Hopfield神经网络的全局指数稳定性[J]. 中国科学E辑, 2003, 33(6): 488 – 495.
(WANG Linshan, XU Daoyi. Global exponential stability of Hopfield reaction-diffusion neural networks with variable delays[J]. *Science in China: Series E*, 2003, 33(6): 488 – 495.)

[14] 邓飞其, 赵碧蓉, 罗琦. 具分布参数的随机Hopfield神经网络的指数稳定[J]. 控制理论与应用, 2005, 22(2): 196 – 200.
(DENG Feiqi, ZHAO Birong, LUO Qi. Exponential stability of stochastic Hopfield neural networks with distributed parameters[J]. *Control Theory & Applications*, 2005, 22(2): 196 – 200.)

[15] LIAO X X, WANG J. Global dissipativity of continuous-time recurrent neural networks with time delay[J]. *Physics Review E*, 2003, 68(016118): 1 – 7.

[16] ARIK S. On the global dissipativity of dynamical neural networks with time delays[J]. *Physics Letters A*, 2004, 326(4): 126 – 132.

[17] LIAO X, FU Y, GUO Y. Partial dissipative property for a class of nonlinear systems with separated variables[J]. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 1993, 173(1): 103 – 115.

[18] KONG Q K, LIAO X X. Dissipation boundedness and persistence of general ecological systems[J]. *Nonlinear Analysis Theory, Methods and Application*, 1995, 25(11): 1237 – 1250.

[19] CAO J D, YUAN K, HO D W C, et al. Global point dissipativity of neural networks with mixed time-varying delays[J]. *Chaos*, 2006, 16(013105): 1 – 9.

[20] SONG Q K, ZHAO Z J. Global dissipativity of neural networks with both variable and unbounded delays[J]. *Chaos, Solitons and Fractals*, 2005, 25(2): 393 – 401.

[21] GILLI M. Stability of cellular neural network and delayed cellular neural networks with non-positive templates and non-monotonic output functions[J]. *IEEE Transaction on Circuits and Systems-I*, 1994, 41(8): 518 – 528.

作者简介:

楼旭阳 (1982—), 男, 博士研究生, 研究方向为时滞神经网络动态性, E-mail: Louxuyang28945@163.com;

崔宝同 (1960—), 男, 博士, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为时滞系统的优化与控制, E-mail: btcui@vip.sohu.com.