文章编号:1000-8152(2008)05-0823-04

# 基于神经网络的迟滞逆模型

马连伟<sup>1,2</sup>, 谭永红<sup>2,3</sup>, 邹 涛<sup>4</sup>

(1. 浙江科技学院自动化系, 浙江杭州 310023; 2. 上海交通大学自动化系, 上海 200240;

3. 上海师范大学 机械与电子工程学院, 上海 201814; 4. 浙江工业大学 信息与控制研究所, 浙江 杭州 310014)

摘要:一个新的基于神经网络的迟滞逆模型被提出.采用连续坐标变换的方法,建立基本迟滞逆算子(EIHO), EIHO为神经网络提供了基本的迟滞逆信息,并与迟滞逆的输入一起作为神经网络的输入,使迟滞逆由多值映射关 系转化为一对一映射关系,从而达到用神经网络逼近迟滞逆的目的.一组实测数据被用来检验模型有效性,实验结 果表明,这种建模方法是有效的.

关键词:迟滞逆模型;基本迟滞逆算子;神经网络;拓展空间法 中图分类号:TP391.9 文献标识码: A

# A neural-network-based inverse hysteresis model

MA Lian-wei $^{1,2}$ , TAN Yong-hong $^{2,3}$ , ZOU Tao $^4$ 

(1. Department of automation, Zhejiang University of Science and Technology, Hangzhou Zhejiang 310023, China;

2. Department of automation, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China;

3. College of Mechanical and Electronic Engineering, Shanghai Normal University, Shanghai 201814, China;

4. Institute of Information and Control, Zhejiang University of Technology, Hangzhou Zhejiang 310014, China)

**Abstract:** A new neural-network-based inverse hysteresis model is proposed in this paper. The continuous transformation technique is used to construct an elementary inverse hysteresis operator (EIHO), which extracts the elementary information of inverse hysteresis. The output of the EIHO is then used as one of the input signals of the neural network (NN) so that the multi-valued mapping of inverse hysteresis is transformed into a one-to-one mapping. In this way, neural networks can be used to model inverse hysteresis. A set of real data is also used to validate the effectiveness of the proposed approach. Finally, simulation results indicate that the proposed approach is successful.

Key words: inverse hysteresis model; elementary inverse hysteresis operator (EIHO); neural network; expanding-space method

### 1 引言(Introduction)

压电陶瓷应用于传感器和执行器具有许多的优 点,如位移分辨率高、机电耦合效率高、响应快、功 耗小等,所以被广泛应用于微机械、微电子、精密加 工、生物医学、机器人、航空航天等领域<sup>[1]</sup>.但是,它 同时也存在着明显的不足–具有严重的迟滞特性.众 所周知迟滞是一类不可微的复杂非线性,它的存在 会降低系统控制精度,引起系统振荡,甚至失稳<sup>[2]</sup>.

压电陶瓷执行器中迟滞的产生,在宏观上被认 为是电致伸缩效应和铁电效应共同作用的结果,在 微观上被认为是内摩擦所引起的粘滞造成的<sup>[3]</sup>.它 具有两个特性:1)多映射.迟滞非线性在相同的输 入下,可能产生不同的输出或在相同输出下,可以 有不同的输入;2)记忆性.迟滞非线性的输出不仅 与输入信号瞬时值有关,而且还与输入信号的历史 特征、信号的变化情况有关.迟滞非线性的这两个 特性使得人们无法用简单的数学表达式来准确描述 它.

目前, 对非线性系统主要采用基于逆模型的控制. 然而, 这种控制方法要求精确的逆模型. 因此, 建立精确的迟滞逆模型对迟滞系统的控制就显得 格外重要. 但到目前为止, 关于迟滞逆模型的学术 论文还很少. TAO等<sup>[4]</sup>建立了线性迟滞逆模型, 但 是这种线性迟滞逆模型与实际迟滞逆的误差较大. WEBB等<sup>[5]</sup>通过离散化KP模型来得到其逆模型, 这 种模型能够进一步减小误差, 但是求得精确的逆模 型的过程比较复杂. HU等<sup>[6]</sup>提出递归形式的离散 化Preisach模型并得到其逆模型, 但是需要通过试验

收稿日期: 2007-03-21; 收修改稿日期: 2007-10-30. 基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60572055, 60604017).

得到大量的一阶反转函数. ZHAO等<sup>[7]</sup>采用其构造的 迟滞逆算子建立了迟滞逆模型, 但该模型对某些迟 滞逆的辨识误差较大.

神经网络具有自学习、联想存储和高速寻找优 化解等优点,在过去10年中已经被成功应用于很多 领域.其中,三层前向神经网络是一种多重复合非线 性映射,随着权值的改变,这类网络可以实现各种复 杂的非线性映射,将其引入到辨识模型中似乎是对 非线性系统进行辨识的最有效的途径之一.但理论 和实践都已经证明神经网络只能逼近一对一映射或 多对一映射关系,而对多值映射非线性无能为力<sup>[8]</sup>. 而迟滞逆恰恰是一种典型的多值映射非线性,这使 得神经网络在迟滞及其逆模型上的应用遭遇到了瓶 颈.因此,如果能找到一种方法使神经网络的输入 与输出之间形成一种一对一映射关系,将使神经网 络在建立迟滞及其逆模型上的应用具有更广阔的前 景.

# 2 基本迟滞逆算子(The elementary inverse hysteresis operator)

迟滞逆的输入空间与输出空间之间是一种多值 映射关系,既然把它们直接作为神经网络的输入与 输出是行不通的,那么引入一个辅助输入就成为一 种选择. 而迟滞逆曲线的一个特点使这种想法成为 可能,那就是曲线的动点总是沿着某个规则曲线移 动,当输入达到一个极值时,动点又沿着另一条类 似的规则曲线移动,这样不停变换,最后形成了它的 主环以及次环.根据迟滞逆的这一特点,可以用形状 相似但易于用数学描述的简单曲线来代替它的主环 与次环的每个半环,来形成迟滞逆的基本框架,称之 为基本迟滞逆算子.基本思想就是建立一个主坐标 系x-y(见图1), 让动点沿着某个规则曲线移动. 当一 个输入极值出现的时候,以这个极值的坐标为原点, 建立一个次坐标系x'-y'(见图1),动点在新的坐标系 下沿着另一条规则曲线移动,直到另一个输入极值 的出现,这样就产生了次环的一个半环.如此不停地 变换,就可以得到整个迟滞逆曲线的基本框架.



Fig. 1 Transformation

1.111-7.1.111-7.1.	
王坐标糸与次坐标糸乙	间的坐标受换万程为:

$$\begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i \\ \sin \theta_i & \cos \theta_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x'(t) \\ y'(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_i(t) \\ y_i(t) \end{bmatrix}, (1)$$

这里:  $x_i(t)$ 和 $y_i(t)$ 分别是第i个输入极值和对应的计 算输出,也就是第i个次坐标系的原点. x'(t)和y'(t)分别是在第i个次坐标系下的输入与计算输出. x(t)和y(t)分别是在主坐标系下的实际输入与计算 输出.  $\theta_i$ 是第i个次坐标系与主坐标系之间的变换角 度.

本文中采用的基本迟滞逆算子f[u(t)]为:

$$f[u(t)] = \begin{cases} f(u_{\rm e}) + [u(t) - u_{\rm e}]^{1/2}, & \dot{u} > 0, \\ f(u_{\rm e}) - [u_{\rm e} - u(t)]^{1/2}, & \dot{u} < 0. \end{cases}$$
(2)

这里: u是当前输入, f(u)是基本迟滞逆算子的当前 输出, u<sub>e</sub>是位于u之前的最近的一个输入极值, 称为 主导极值, f(u<sub>e</sub>) 是输入为u<sub>e</sub>时的基本迟滞逆算子的 输出.

## 3 基于EIHO的迟滞逆模型(EIHO-based inverse hysteresis model)

一个三层前向神经网络被采纳,模型的基本结构 如图2所示.模型中采用两输入单输出的网络,基本 迟滞逆算子作为辅助输入与迟滞逆的输入一起组成 神经网络的输入空间,这样神经网络的输入空间就 由一维上升为二维,称之为拓展的输入空间,这种方 法称为拓展空间法.由于神经网络只能逼近连续的 一对一或多对一映射关系,下面就证明神经网络的 输入空间(u(t),f(t))与输出空间IH(t)之间的映射 关系.



#### 图 2 基于EIHO的迟滞逆模型

#### Fig. 2 EIHO-based inverse hysteresis model

**引理1** 设 $u(t) \in C(R)$ ,这里 $R = \{t | -\infty < t < +\infty\}$ ,而C(R)表示关于R的连续函数集.对于两个不同的时间点 $t_1$ 和 $t_2$ ,有 $u(t_1) = u(t_2)$ , 但 $f[u(t_1)] \neq f[u(t_2)]$ .

证 当
$$\dot{u} > 0$$
时,式(2)变为  
 $f(u) = f_{\rm in}(u) = f(u_{\rm e}) + [u - u_{\rm e}]^{1/2},$  (3)

这里u<sub>e</sub>是极小值.

$$f(u) = f_{\rm de}(u) = f(u_{\rm e}) - [u_{\rm e} - u]^{1/2},$$
 (4)

这里u<sub>e</sub>是极大值.

由于
$$\frac{\mathrm{d}f_{\mathrm{in}}(u)}{\mathrm{d}u} = \frac{1}{2\sqrt{u-u_{\mathrm{e}}}} > 0, \ \frac{\mathrm{d}f_{\mathrm{in}}(u)}{\mathrm{d}u} = \frac{1}{2\sqrt{u-u_{\mathrm{e}}}} > 0, \ \mathrm{因此}, f_{\mathrm{in}}(u) \mathcal{H}f_{\mathrm{de}}(u)$$
是单调的.



图 3(a) 输入信号u(t) (b) 对应的EIHO输入-输出曲线 Fig. 3(a) Input signal u(t) (b) Input-output curve of EIHO

图3中,图(a)为一输入信号u(t),图(b)为其对应的 EIHO输出.在 $t_1$ 和 $t_2$ 点, $u(t_1) = u(t_2)$ ,而 $u_{e1}$ 和 $u_{e2}$ 分 別为它们的主导极值.按照式(3),

$$f[u(t_1)] = f(u_{e1}) - [u_{e1} - u(t_1)]^{1/2}, \quad (5)$$

$$f(u_{e2}) = f(u_{e1}) - (u_{e1} - u_{e2})^{1/2};$$
(6)

按照式(4),

$$f[u(t_2)] = f(u_{e1}) - [u_{e1} - u(t_1)]^{1/2} + [u(t_2) - u_{e2}]^{1/2}, \quad (7)$$

$$f[u(t_1)] - f[u(t_2)] =$$

$$(u_{\rm e1} - u_{\rm e2})^{1/2} - [u_{\rm e1} - u(t_1)]^{1/2} - [u(t_2) - u_{\rm e2}]^{1/2}.$$
 (8)

田士
$$u(t_1) = u(t_2)$$
, 武(8)受为  
 $f[u(t_1)] - f[u(t_2)] =$   
 $(u_{e1} - u_{e2})^{1/2} - [u_{e1} - u(t_1)]^{1/2} - [u(t_1) - u_{e2}]^{1/2} \neq 0.$ 
(9)

因此,对于任意两个时间点 $t_1$ 和 $t_2$  ( $t_1 \neq t_2$ ), 即使 $u(t_1) = u(t_2)$ ,由于它们的主导极值不同,导 致 $f[u(t_1)] \neq f[u(t_2)]$ .

**注1** 定义*IH*(*t*)为迟滞逆输出,当输入*u*(*t*)相同的时候,基本迟滞逆算子的输出曲线*f*[*u*(*t*)]与迟滞逆输出曲线*IH*[*u*(*t*)]曲线具有相似性.

**引理 2** 如果存在两个时间点 $t_1$ 和 $t_2(t_1 \neq t_2)$ , 而 $f[u(t_1)] - f[u(t_2)] \rightarrow 0$ , 那么 $u(t_1) - u(t_2) \rightarrow 0$ .

$$\underbrace{ \, \overset{}{\text{iE}} \quad \\ \stackrel{}{=} \dot{u} > 0 时, \\ \frac{f_{\text{in}}[u(t_1)] - f_{\text{in}}[u(t_2)]}{u(t_1) - u(t_2)} = k, \ k \in (0, +\infty), \quad (10)$$

那么

$$u(t_1) - u(t_2) = \frac{f_{\rm in}[u(t_1)] - f_{\rm in}[u(t_2)]}{k}, \quad (11)$$

显然, 如果 $f_{in}[u(t_1)] - f_{in}[u(t_2)] \rightarrow 0$ , 那么 $u(t_1) - u(t_2) \rightarrow 0$ . 同理可证, 如果 $f_{de}[u(t_1)] - f_{de}[u(t_2)] \rightarrow$ 

0, 那么 $u(t_1) - u(t_2) \to 0$ .

**定理1** 对于任意的迟滞逆非线性,存在着 一个连续的一对一映射关系 $\Gamma$  :  $\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ ,使 得 $IH[u(t)] = \Gamma(u(t), f[u(t)])成立.$ 

证 首先证明Γ是一对一映射:

根据引理1,如果有两个时间点 $t_1$ 和 $t_2$ ,即使 $u(t_1)$ =  $u(t_2)$ ,  $f[u(t_1)]$ 也不等于 $f[u(t_2)]$ . 也就是说  $(u(t_1), f[u(t_1)]) \neq (u(t_2), f[u(t_2)])$ ,那么(u(t),f[u(t)])与IH[u(t)]之间就是一对一映射关系.

下面证明Γ是连续映射:

根据文献[9]可得

$$u(t_1) - u(t_2) \to 0 \Rightarrow f[u(t_1)] - f[u(t_2)] \to 0,$$
 (12)

再根据引理2,

$$f[u(t_1)] - f[u(t_2)] \to 0 \Rightarrow$$
$$u(t_1) - u(t_2) \to 0 \Rightarrow$$
$$IH[u(t_1)] - IH[u(t_2)] \to 0,$$
(13)

可见,Γ是连续映射.

由以上证明可以得出结论:输入(u(t), f[u(t)])与 输出IH[u(t)]之间是一种连续的一对一映射关系. 而神经网络可以准确逼近连续的一对一映射关 系<sup>[10~12]</sup>,说明这种方法在理论上是可行的.

# 4 模型的有效性验证(Implementation of EIHO-based inverse hysteresis model)

一组实测数据被用来检验模型的有效性,这组数 据采集于PI公司生产的型号为PZT-753.21C的压电 陶瓷执行器.这个执行器的输入电压为0~100 V,它 的磁致伸缩范围为0~25 μm. 采样频率为1000 Hz, 1200个实测数据对被采集,其中600个数据对用来训 练神经网络,另外600个数据对用来检验模型效果. 实验采用多层前向神经网络,隐层采用sigmoid函数 作为激活函数,输出层采用线性激活函数,网络训练 采用Powell-Beale算法.

实验中,采用基于EIHO的方法用神经网络对实测迟滞逆数据进行逼近.神经网络采用三层前向神经网络,实验中发现当隐层神经元数为116时,效果最好,因此网络包括2个输入节点、121个隐层节点和1个输出节点.966步之后,达到最小步长,训练结束.仿真结果如图4所示,图中虚线为实测数据,实线为模型输出结果.模型验证均方差MSE=9.542522894100000e-005.可以看到拓展空间法建立迟滞逆模型是非常有效的,它有效地解决了迟滞逆的多值映射问题,使神经网络的输入空间与输出空间之间形成一对一映射关系,从而达到采用神经网络建立迟滞逆模型的目的.



图 4 基于EIHO迟滞逆模型辨识结果(实线)

Fig. 4 Prediction of the EIHO-based NN model(solid)

ZHAO等在文献[7]中也使用神经网络建立了迟 滞逆模型,为了对比,下面采用该模型对这组实测数 据进行辨识.仍采用三层前向神经网络,实验中发现 当隐层节点数为83时,效果最佳,因此网络包括2个 输入节点、83个隐层节点和1个输出节点.772步之 后,达到最小步长,训练结束.仿真结果如图5所示, 图中虚线为实测数据,实线为模型输出结果.模型验 证均方差MSE=1.627505670756940e-004.



Fig. 5 Prediction of ZHAO's model(solid)

本文所提出的迟滞逆模型与之相比,误差更小, 能够更精确地辨识迟滞逆.由此可见,本文提出的基 于神经网络的迟滞逆模型是有效的.

### 5 结论(Conclusion)

在这篇文章中,一个新的基于神经网络的迟滞逆 模型被提出.利用基本迟滞逆算子使迟滞逆的多值 映射关系变成一对一映射关系,解决了神经网络无 法逼近多值映射非线性的问题.实验验证结果表明, 这种方法是可行的.

#### 参考文献(References):

- ARIMOTO S, KAWAMURA S, MIYAZAKI F. Bettering operation of robotics by learning[J]. *Journal of Robotic System*, 1984, 12(2): 123 – 140.
- [2] HWANG C L, JAN C. Piezomechanic using intelligent variablestructure control[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronic*, 2001, 48(1): 47 – 59.
- [3] DECLAN H, JOHN T W, Preisach modeling of piezoceramic and shape memory alloy hysteresis[J]. Smart Material Struct, 1997, 97(6): 287 – 300.
- [4] 崔玉国, 孙宝元, 董维杰. 压电陶瓷执行器迟滞与非线性成因分析[J]. 光学精密工程, 2003, 11(3): 270 275.
  (CUI Yuguo, SUN Baoyuan, DONG Weijie. Causes for hysteresis and nonlinearity of piezoelectric ceramic actuators[J]. Optics and Precision Engineering, 2003, 11(3): 270 275.)
- [5] TAO G, KOLOTOVIC P V. Adaptive control of plants with unknown hysteresis[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1995, 40(2): 200 – 212.
- [6] WEBB G, LAGOUDAS D. Hysteresis modeling of SMA actuator for control application[J]. Journal of Intelligent Material systems and Structures, 1998, 9(3): 432 – 448.
- [7] HU H, MRAD R B. A discrete-time compensation algorithm for hysteresis in piezoceramic actuators[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2004, 18(1): 169 – 185.
- [8] ZHAO X L, TAN Y H, DONG J P. Modeling inverse hysteresis using neural networks[J]. *Journal of ShangHai Jiao Tong University*, 2007, 41(1): 104 – 107.
- [9] WEI J D, SUN C T. Constructing hysteresis memory in neural networks[J]. System, Man and Cybernetics, 2000, 30(4): 601 – 609.
- [10] GORBERT R B. Control of hysteretic system with Preisach representation[D]. Ontario, Canada: University of Waterloo, 1997.
- [11] DEMUTH H, BEALS M. Neural Networks Toolbox for Use with Matlab[M]. Natick, MA: Mathworks, 1999.
- [12] CYBENKO G. Approximation by superpositions of a sigmoidal function[J]. *Mathematics Control System*, 1989, 2(4): 303 – 314.
- [13] FUNAHASHI K. On the approximate realization of continuous mappings by neural networks[J]. *Neural Networks*, 1989, 2(3): 183 – 192.

#### 作者简介:

**马连伟** (1976—), 男, 博士, 主要研究方向是非线性系统的建模 与控制、工业过程控制、化学传感器等, E-mail: chris5257@163.com;

**谭永红** (1958—),教授,博士生导师,主要研究方向是非线性 系统的建模与智能控制、故障诊断、信息融合等, E-mail: tanyongh@ yahoo.com.cn;

**邹 涛** (1975—), 男, 博士, 副教授, 主要研究方向是复杂工业过 程的建模、优化与控制、模型预测控制等, E-mail: tzou@zjut.edu.cn.

826