

文章编号: 1005-8152(2008)05-0845-08

自校正多传感器观测融合Kalman估值器及其收敛性分析

邓自立, 郝 钢

(黑龙江大学 自动化系, 黑龙江 哈尔滨 150080)

摘要: 对于带未知噪声方差的多传感器系统, 应用加权最小二乘(WLS)法得到了一个加权融合观测方程, 且它与状态方程构成一个等价的观测融合系统. 应用现代时间序列分析方法, 基于观测融合系统的滑动平均(MA)新息模型参数的在线辨识, 可在线估计未知噪声方差, 进而提出了一种加权观测融合自校正Kalman估值器, 可统一处理自校正融合滤波、预报和平滑问题, 并用动态误差系统分析方法证明了它的收敛性, 即若MA新息模型参数估计是一致的, 则它按实现或按概率1收敛到全局最优加权观测融合Kalman估值器, 因而具有渐近全局最优性. 一个带3传感器跟踪系统的仿真例子说明了其有效性.

关键词: 多传感器信息融合; 加权观测融合; 自校正Kalman估值器; 噪声方差估计; 收敛性分析; 现代时间序列分析方法

中图分类号: O211.64 文献标识码: A

Self-tuning multisensor measurement fusion Kalman estimator and its convergence analysis

DENG Zi-li, HAO Gang

(Department of Automation, Heilongjiang University, Heilongjiang Harbin 150080, China)

Abstract: For the multisensor system with unknown noise variances, by the weighted least squares (WLS) method, a weighted fused measurement equation is obtained. Together with the state equation, it thus constitutes an equivalent measurement fusion system. Using the modern time series analysis method, based on on-line identification of the moving average (MA) innovation model parameters for the measurement fusion system, the online estimators of noise variances can be obtained, and a self-tuning weighted measurement fusion Kalman estimator is presented, which can handle the self-tuning fused filtering, prediction, and smoothing problems in a unified framework. Its convergence is also proved by using the dynamic error system analysis method, i.e. if the parameter estimation of the MA innovation model is consistent, then it will converge to a globally optimally weighted measurement Kalman estimator, in a realization or with probability one. Consequently it has asymptotic global optimality. A simulation example for a tracking system with 3 sensors shows its effectiveness.

Key words: multisensor information fusion; weighted measurement fusion; self-tuning Kalman estimator; noise variance estimation; convergence analysis; modern time series analysis method

1 引言(Introduction)

随着通讯技术、电子技术以及计算机技术的飞速发展, 多传感器信息融合技术已经深入到了军事、国防、通信、信号处理、目标跟踪、GPS定位等诸多领域, 目前已成为倍受人们关注的热门领域. 对于基于Kalman滤波的多传感器观测数据融合, 有两种观测融合方法. 一种是集中式观测融合方法, 它用扩维方法合并多传感器的观测方程为一个观测方程, 其优点是可获得全局最优状态估计. 但由于观测维数增加, 引起计算负担增大, 不便于实时应用. 另一种是加权观测融合方法^[1]. 它采用加权方式将

各个观测方程融合成一个维数不高的观测方程. 目前有基于加权最小二乘算法(WLS)的加权观测融合算法^[1], 文献[1]证明了它的全局最优性. 它与集中式观测融合算法相比, 具有数值上相同的Kalman估值器(滤波器、预报器和平滑器), 因而具有全局最优性, 并且明显地降低了计算负担, 便于实时应用. 文献[2, 3]采用加权状态融合方法, 只能得到次优融合Kalman滤波器. 在实际应用中, 模型的噪声方差一般是未知的. 处理含未知模型参数和未知噪声方差系统的具有渐近最优性的滤波问题叫自校正滤波^[4], 它是最优滤波与系统辨识之间的边缘领域, 具

有重要的理论意义和工程应用意义,例如动态船舶定位^[5]、目标跟踪^[6]。用经典Kalman滤波方法不能解决这类问题,因为它要求模型参数和噪声方差精确已知^[7]。提高自校正状态估计精度和可靠性的一种途径是采用多传感器信息融合方法^[2,3]。目前关于信息融合自校正滤波的研究和报道甚少^[8]。文献[8]提出了自校正状态融合滤波器按实现收敛性新概念,并用动态误差系统新方法^[4]证明了自校正融合器收敛性。但文献[8]的自校正融合器只能得到次优状态估值器,不具有渐近全局最优性。本文针对这种情形,对含未知噪声方差的多传感器系统,用现代时间序列分析方法^[4,9],基于局部MA新息模型的在线辨识^[10],可在线获得未知噪声方差估计,进而由最优加权观测融合Kalman估值器提出了一种自校正加权观测融合Kalman估值器,并用动态误差系统分析方法证明了它的按实现收敛性和渐近全局最优性。

2 问题阐述(Problem formulation)

考虑多传感器定常离散线性随机系统

$$x(t+1) = \Phi x(t) + \Gamma w(t), \quad (1)$$

$$y_i(t) = H_i x(t) + v_i(t), \quad i = 1, \dots, L. \quad (2)$$

其中: t 为离散时间, $x(t) \in \mathbb{R}^n$ 为状态, $y_i(t) \in \mathbb{R}^{m_i}$ 为第 i 传感器的观测, $v_i(t)$ 为观测噪声, $w(t)$ 为输入噪声, Φ, Γ, H_i 为已知的适当维常阵。

假设 1 $w(t) \in \mathbb{R}^r$ 和 $v_i(t) \in \mathbb{R}^{m_i}$ 是零均值、方差阵各为 Q_w 和 R_i 的相互独立的白噪声:

$$E \left\{ \begin{bmatrix} w(t) \\ v_i(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w^T(k), v_i^T(t) \end{bmatrix} \right\} = \begin{bmatrix} Q_w & 0 \\ 0 & R_i \end{bmatrix} \delta_{tk}, \quad (3)$$

$$R_{ij} = E \left[v_i(t) v_j^T(k) \right] = 0, \quad i \neq j, \forall t, k. \quad (4)$$

其中: E 为均值号, T 为转置号, $\delta_{tt} = 1, \delta_{tk} = 0, t \neq k$ 。

假设 2 矩阵 $\sum_{i=1}^L H_i^T R_i^{-1} H_i$ 是可逆的。

假设 3 观测数据 $y_i(t)$ ($i = 1, \dots, L$) (观测随机过程的一个实现)是有界的。

应用加权最小二乘法(WLS)^[7],等价于观测方程组式(2)的加权观测融合方程为^[1]

$$y(t) = x(t) + v(t), \quad (5)$$

其中 $y(t)$ 为 $n \times 1$ 加权融合观测向量, $v(t)$ 为 $n \times 1$ 加权融合观测噪声,

$$y(t) = \left[\sum_{i=1}^L H_i^T R_i^{-1} H_i \right]^{-1} \sum_{i=1}^L H_i^T R_i^{-1} y_i(t), \quad (6)$$

$$v(t) = \left[\sum_{i=1}^L H_i^T R_i^{-1} H_i \right]^{-1} \sum_{i=1}^L H_i^T R_i^{-1} v_i(t). \quad (7)$$

由式(7)和假设2,显然白噪声 $v(t)$ 有方差阵 R 为

$$R = \left[\sum_{i=1}^L H_i^T R_i^{-1} H_i \right]^{-1}. \quad (8)$$

文献[1]证明了系统式(1)(2)的集中式融合全局最优Kalman估值器(滤波器,预报器或平滑器)等价于加权观测融合系统式(1)(5)的最优Kalman估值器。问题是:当噪声方差阵 Q_w 和 R_i ($i = 1, \dots, L$)未知时,对加权观测融合系统式(1)(5)求自校正加权观测融合Kalman估值器。

3 全局最优加权观测融合Kalman估值器(Globally optimal weighted measurement fusion Kalman estimators)

由式(1)(5)有

$$y(t) = (I_n - q^{-1}\Phi)^{-1} \Gamma w(t-1) + v(t). \quad (9)$$

其中: I_n 为 $n \times n$ 单位阵, q^{-1} 为单位滞后算子, $q^{-1}x(t) = x(t-1)$ 。这引出一阶ARMA新息模型

$$A(q^{-1})y(t) = D(q^{-1})\varepsilon(t). \quad (10)$$

其中多项式矩阵 $A(q^{-1})$ 和 $D(q^{-1})$ 为

$$\begin{aligned} A(q^{-1}) &= I_n - q^{-1}\Phi, \\ D(q^{-1}) &= I_n + D_1 q^{-1}. \end{aligned} \quad (11)$$

且 $D(q^{-1})$ 是稳定的, $\det D(x)$ 的所有零点位于单位圆外,新息 $\varepsilon(t) \in \mathbb{R}^n$ 是零均值、方差阵为 Q_ε 的白噪声,且有关系

$$D(q^{-1})\varepsilon(t) = B(q^{-1})w(t) + A(q^{-1})v(t). \quad (12)$$

其中 $B(q^{-1}) = \Gamma q^{-1}$ 。 $D(q^{-1})$ 和 Q_ε 可用Gevers-Wouters算法^[9]求得。

定理 1 等价系统式(1)(5)有全局最优加权观测融合稳态Kalman滤波器为

$$\hat{x}(t|t) = \Psi_f \hat{x}(t-1|t-1) + K_f y(t), \quad (13)$$

$$\Psi_f = [I_n - K_f] \Phi, \quad (14)$$

$$K_f = I_n - R Q_\varepsilon^{-1}. \quad (15)$$

且稳态最优Kalman预报器 $\hat{x}(t+1|t)$ 为

$$\hat{x}(t+1|t) = \Psi_p \hat{x}(t|t-1) + K_p y(t), \quad (16)$$

$$\Psi_p = \Phi [I_n - K_f], \quad (17)$$

$$K_p = \Phi K_f. \quad (18)$$

进而有稳态最优Kalman平滑器 $\hat{x}(t-N|t)$ ($N > 0$)为

$$\hat{x}(t-N|t) =$$

$$\hat{x}(t-N|t-N) + \sum_{k=1}^N K_k \varepsilon(t-N+k), \quad (19)$$

$$K_k = -R G_k^T Q_\varepsilon^{-1}. \quad (20)$$

其中 G_k 可递推算为

$$G_k = -D_1 G_{k-1} + A_k. \quad (21)$$

其中: $A_0 = I_n, A_1 = -\Phi, A_i = 0 (i > 1), G_0 = I_n$.

证 应用文献[9]的节5.10和节5.11有关的公式得式(13)~(21). 由文献[1]引出上述Kalman估值器的全局最优性.

4 自校正加权观测融合Kalman估值器(Self-tuning weighted measurement fusion Kalman estimator)

当噪声方差 R_i 和 Q_w 未知时, 式(6)(8)及式(13)~(21)看到, 为了实现稳态Kalman滤波器, 要求辨识 $R_i, D_i, Q_{\varepsilon}$. 为此由式(1)和式(2)有第 i 传感器子系统的观测为

$$y_i(t) = H_i(I_n - q^{-1}\Phi)^{-1}\Gamma w(t-1) + v_i(t), \quad i = 1, \dots, L. \quad (22)$$

引入左素分解

$$H_i(I_n - q^{-1}\Phi)^{-1}\Gamma q^{-1} = A_i^{-1}(q^{-1})B_i^{-1}(q^{-1}). \quad (23)$$

其中多项式矩阵 $A_i^{-1}(q^{-1})$ 和 $B_i^{-1}(q^{-1})$ 有形式

$$X_i(q^{-1}) = X_{i0} + X_{i1}q^{-1} + \dots + X_{in_{xi}}q^{-n_{xi}}. \quad (24)$$

且 $A_{i0} = I_{m_i}, B_{i0} = 0$. 将式(23)代入式(22)引出第 i 子系统的ARMA新息模型

$$A_i(q^{-1})y_i(t) = D_i(q^{-1})\varepsilon_i(t), \quad i = 1, \dots, L, \quad (25)$$

其中第 i 子系统新息 $\varepsilon_i(t) \in \mathbb{R}^{m_i}$ 是零均值、方差阵为 $Q_{\varepsilon i}$ 的白噪声, $D_i(q^{-1})$ 是稳定的, $D_{i0} = I_{m_i}$, 且有关系

$$D_i(q^{-1})\varepsilon_i(t) = B_i(q^{-1})w(t) + A_i(q^{-1})v_i(t). \quad (26)$$

其中

$$D_i(q^{-1}) = D_{i0} + D_{i1}q^{-1} + \dots + D_{in_{di}}q^{-n_{di}}$$

和 $Q_{\varepsilon i}$ 可用Gevers-Wouters^[9]算法求得.

定理 2 第 i 子系统的观测噪声方差 R_i 和 Q_w 可通过解如下矩阵方程组求得

$$\begin{aligned} \sum_{j=k}^{n_{di}} D_{ij} Q_{\varepsilon i} D_{i,j-k}^T &= \\ \sum_{j=k}^{n_{bi}} B_{ij} Q_w B_{i,j-k}^T + \sum_{j=k}^{n_{ai}} A_{ij} R_i A_{i,j-k}^T, \quad k=0, \dots, n_{di}. \end{aligned} \quad (27)$$

其中规定 $B_{ij} = 0 (j > n_{bi}), A_{ij} = 0 (j > n_{ai})$. 特别在 $n_{di} = n_{ai} = n_{bi}$ 且 $A_{n_{ai}}$ 非异时, R_i 可简单地计算为

$$R_i = A_{n_{ai}}^{-1} D_{n_{di}} Q_{\varepsilon i}. \quad (28)$$

证 在式(26)中, 记MA过程

$$r_i(t) = D_i(q^{-1})\varepsilon_i(t) = B_i(q^{-1})w(t) + A_i(q^{-1})v_i(t),$$

计算式(26)两边MA过程的相关函数 $R_{r_i}(k) = E[r_i(t)r_i^T(t-k)]$ 立刻得式(27). 在 $n_{di} = n_{ai} = n_{bi}$, 注意 $B_{i0} = 0, D_{i0} = I_{m_i}, A_{i0} = I_{m_i}$, 在式(27)中置 $k = n_{di}$, 即计算式(26)的相关函数 $R_{r_i}(k)$ 在 $k = n_{di}$ 处的值 $R_{r_i}(n_{di})$, 有关系

$$D_{n_{di}} Q_{\varepsilon i} = A_{in_{di}} R_i. \quad (29)$$

这引出式(28).

证毕.

注意, 在式(27)中 A_{ij}, B_{ij} 是已知的, 而 $D_{ij}, Q_{\varepsilon i}$ 可通过辨识ARMA新息模型式(25)得到. 对固定的 i , 式(27)可按矩阵分量改写成以 R_i 和 Q_w 的未知分量为未知元素的线性方程组. 通常线性方程组个数要比 Q_w 和 R_i 的未知元素个数多, 但该线性方程组是相容的. 设 Q_w 和 R_i 中所有未知元素组成 $n_i \times 1$ 的列向量为 θ_i , 按矩阵元素展开式(27)可得线性方程组

$$\Omega_i \theta_i = \omega_i. \quad (30)$$

其中矩阵 Ω_i 是已知的, 而列向量 ω_i 的元素由 $D_{i1}, \dots, D_{in_{di}}$ 和 $Q_{\varepsilon i}$ 的元素的四则运算生成, 因而是 $D_{i1}, \dots, D_{in_{di}}$ 和 $Q_{\varepsilon i}$ 的元素的连续函数. 设 Ω_i 列满秩, $\text{rank} \Omega_i = n_i$, 则它的行秩也是 n_i , 故从中可选出 n_i 个线性独立方程构成新的方程组

$$\Omega_{i0} \theta_i = \omega_{i0}. \quad (31)$$

其中 Ω_{i0} 是非异方阵, 于是有

$$\theta_i = \Omega_{i0}^{-1} \omega_{i0}. \quad (32)$$

即可解出 Q_w 和

$$R_i = f_i(Q_{\varepsilon i}, D_{i1}, \dots, D_{in_{di}}). \quad (33)$$

其中 f_i 表示 $Q_{\varepsilon i}, D_{i1}, \dots, D_{in_{di}}$ 的元素的非线性连续函数, 这表明: 只要获得估值 $\hat{Q}_{\varepsilon i}$ 和 $\hat{D}_{i1}, \dots, \hat{D}_{in_{di}}$, 则可获得 R_i 的估值 \hat{R}_i , 即 $\hat{R}_i = f(\hat{Q}_{\varepsilon i}, \hat{D}_{i1}, \dots, \hat{D}_{in_{di}})$.

自校正加权观测融合Kalman估值器可分如下3步实现:

第1步 引入观测过程 $z_i(t) = A_i(q^{-1})y_i(t)$, 则局部ARMA新息模型式(25)成为MA新息模型

$$z_i(t) = D_i(q^{-1})\varepsilon_i(t). \quad (34)$$

用递推辨识器(例如递推推广最小二乘法(RELS)^[10], 二段递推最小二乘法^[9]等)可得在时刻 t 处 D_{ij} 和 $Q_{\varepsilon i}$ 的估值 \hat{D}_{ij} 和 $\hat{Q}_{\varepsilon i}$, 将它们代入式(33)可得 R_i 的估值 \hat{R}_i . 为简单记, 省略估值的时标.

第2步 计算式(10)两边随机过程的相关函数

$$R_r(\tau) = E[r(t)r^T(t-\tau)], \quad \tau = 0, 1,$$

其中定义 $r(t) = A(q^{-1})y(t)$, 则有 $r(t) = D(q^{-1})\varepsilon(t)$, 因 $r(t)$ 为一阶滑动平均过程, 故仅在 $\tau = 0, 1$ 时 $R_r(\tau) \neq 0$. 定义 $r(t)$ 的估值为 $\hat{r}(t) = A(q^{-1})\hat{y}(t)$, $\hat{y}(t)$ 可由式(6)计算为

$$\hat{y}(t) = \left[\sum_{i=1}^L H_i^T \hat{R}_i^{-1} H_i \right]^{-1} \sum_{i=1}^L H_i^T \hat{R}_i^{-1} y_i(t). \quad (35)$$

其中 \hat{R}_i 为在 t 时刻 R_i 的估值, 进而可得 t 时刻的 $R_r(\tau)$ 的采样估值 $\hat{R}_r^t(\tau)$

$$\hat{R}_r^t(\tau) = \frac{1}{t} \sum_{j=1}^t \hat{r}(j) \hat{r}^T(j - \tau), \quad \tau = 0, 1. \quad (36)$$

写成递推公式有

$$\hat{R}_r^t(\tau) = \hat{R}_r^{t-1}(\tau) + \frac{1}{t} [\hat{r}(t) \hat{r}^T(t - \tau) - \hat{R}_r^{t-1}(\tau)]. \quad (37)$$

进而基于 $\hat{R}_r^t(\tau)$, ($\tau = 0, 1$)应用带死区的Gevers-Wouters算法^[10]可得在时刻 t 处的 \hat{D}_1 和 \hat{Q}_ε , 由式(10)(11)可得在时刻 t 处新息 $\varepsilon(t)$ 的估值为

$$\hat{\varepsilon}(t) = (I_n - q^{-1}\Phi)\hat{y}(t) - \hat{D}_1\hat{\varepsilon}(t-1). \quad (38)$$

第3步 将估值 \hat{R} , \hat{D}_1 , \hat{Q}_ε , $\hat{\varepsilon}(t)$, $\hat{y}(t)$ 代入式(13)~(21)可得估值 \hat{G}_k , \hat{K}_f , \hat{K}_p , \hat{K}_k , $\hat{\Psi}_f$, $\hat{\Psi}_p$, 进而可得自校正加权观测融合Kalman滤波器 $\hat{x}^s(t|t)$, 预报器 $\hat{x}^s(t+1|t)$, 平滑器 $\hat{x}^s(t|t+N)$ 分别为

$$\hat{x}^s(t|t) = \hat{\Psi}_f \hat{x}^s(t-1|t-1) + \hat{K}_f \hat{y}(t), \quad (39)$$

$$\hat{x}^s(t+1|t) = \hat{\Psi}_p \hat{x}^s(t|t-1) + \hat{K}_p \hat{y}(t), \quad (40)$$

$$\hat{x}^s(t-N|t) = \hat{x}^s(t-N|t-N) + \sum_{k=1}^N \hat{K}_k \hat{\varepsilon}(t-N+k), \quad N > 0. \quad (41)$$

上述3步在每时刻 t 重复进行.

注意, 因Gevers-Wouters算法要求一定计算负担, 故第2步不必在每时刻求估值 \hat{D}_1 和 \hat{Q}_ε . 可设置一个死区 T_d , 在一个周期 T_d 内估值 \hat{D}_1 和 \hat{Q}_ε 保持不变, 只在时刻 $t = T_d, 2T_d, \dots$ 用Gevers-Wouters算法求估值 \hat{D}_1 和 \hat{Q}_ε . 因而可减小计算负担. 这叫做带死区的Gevers-Wouters算法.

注1 解矩阵方程组式(27)归结为求解线性方程组(31), 最后归结为矩阵求逆. 在许多跟踪系统中, 通常只要求低维矩阵求逆, 容易在线求解.

注2 在应用中应根据相关函数估值 $\hat{R}_r^t(\tau)$ 收敛快慢来决定带死区 T_d 的Gevers-Wouters算法中死区 T_d 的选取. 若 $\hat{R}_r^t(\tau)$ 随 t 变化收敛很慢, 则应取较大 T_d . 例如在仿真例子中取 $T_d = 200$.

注3 可证明Gevers-Wouters算法按指数律收敛^[12]. 但对自校正融合器的收敛速度问题目前尚未解决.

引理1^[4,8] 考虑时变动态系统

$$\delta(t) = \Psi(t)\delta(t-1) + u(t). \quad (42)$$

其中 $\delta(t) \in \mathbb{R}^n$, $u(t) \in \mathbb{R}^n$. 若 $\Psi(t) \rightarrow \Psi$, Ψ 是一个稳定矩阵, 且 $u(t)$ 有界, 则 $\delta(t)$ 有界.

考虑定常系统

$$\delta(t) = \Psi\delta(t-1) + u(t). \quad (43)$$

若 Ψ 是一个稳定矩阵, 且 $u(t) \rightarrow 0$, 则 $\delta(t) \rightarrow 0$.

引理2^[4,8] 考虑带时变系数阵的非齐差分方程

$$\hat{D}(q^{-1})\delta(t) = u(t), \quad (44)$$

其中:

$$\delta(t) \in \mathbb{R}^n, \quad u(t) \in \mathbb{R}^n,$$

$$\hat{D}(q^{-1}) = I_n + \hat{D}_1 q^{-1} + \dots + \hat{D}_{n_d} q^{-n_d},$$

系数阵 $\hat{D}_i = \hat{D}_i(t)$ 是时变的. 若当 $t \rightarrow \infty$ 时,

$$\hat{D}(q^{-1}) \rightarrow D(q^{-1}),$$

$$D(q^{-1}) = I_n + D_1 q^{-1} + \dots + D_{n_d} q^{-n_d},$$

且 $D(q^{-1})$ 是稳定的, 设 $u(t)$ 是有界的, 则 $\delta(t)$ 是有界的.

考虑非齐差分方程

$$D(q^{-1})\delta(t) = u(t), \quad (45)$$

若 $D(q^{-1})$ 是稳定的, 且 $u(t) \rightarrow 0$, 则 $\delta(t) \rightarrow 0$.

定理3 多传感器系统式(1)和式(2)在假设1~3下, 且设噪声统计 Q_w 和 R_i 未知, 假如基于已知观测数据(观测过程的一个实现)MA新息模型式(34)的参数估计是一致的, 即当 $t \rightarrow \infty$ 时按观测过程的一个实现(简称按实现)有

$$\hat{D}_{ij} \rightarrow D_{ij}, \quad i = 1, \dots, L; \quad j = 1, \dots, n_{di}. \quad (46)$$

则有按实现收敛性

$$\hat{R}_i \rightarrow R_i, \quad \hat{R} \rightarrow R, \quad (47)$$

$$(\hat{y}(t) - y(t)) \rightarrow 0, \quad (48)$$

$$\hat{R}_r^t(\tau) \rightarrow R_r(\tau), \quad \tau = 0, 1, \quad (49)$$

$$\hat{D}_1 \rightarrow D_1, \quad \hat{Q}_\varepsilon \rightarrow Q_\varepsilon, \quad (\hat{\varepsilon}(t) - \varepsilon(t)) \rightarrow 0. \quad (50)$$

证 由式(46)文献[4]证明了 $\hat{Q}_{\varepsilon i} \rightarrow Q_{\varepsilon i}$. 因由式(33) R_i 的元素是 $Q_{\varepsilon i}, D_{i1}, \dots, D_{in_{di}}$ 的元素的连续函数, 故由式(46)引出 $\hat{R}_i \rightarrow R_i$, 从而由式(8)引出 $\hat{R} \rightarrow R$. 由式(35)减式(6), 应用假设3及式(47)引出式(48). 注意 $r(t) = D(q^{-1})\varepsilon(t)$, 由平稳随机过程 $r(t)$ 的遍历性^[10], 当 $t \rightarrow \infty$ 时以概率1有

$$\frac{1}{t} \sum_{j=1}^t r(j)r^T(j-\tau) \rightarrow R_r(\tau), \quad \text{W.P.1.} \quad (51)$$

由统计推理原理, 式(51)按已知的观测过程的一个

实现收敛也成立^[8].

由式(48)和 $\hat{r}(t)$ 的定义, $\hat{r}(t) = A(q^{-1})\hat{y}(t)$, 当 $t \rightarrow \infty$ 按实现有

$$(\hat{r}(t) - r(t)) \rightarrow 0. \quad (52)$$

记 $\hat{r}(t) = r(t) + \Delta r(t)$, 则有 $\Delta r(t) \rightarrow 0$. 注意

$$\begin{aligned} \hat{R}_r^t(\tau) - R_r(\tau) &= \\ \frac{1}{t} \sum_{j=1}^t [\hat{r}(j)\hat{r}^T(j-\tau) - & \\ r(j)r^T(j-\tau)] + \left[\frac{1}{t} \sum_{j=1}^t [r(j)r^T(j-\tau) - R_r(\tau)] \right] = & \\ \frac{1}{t} \sum_{j=1}^t [r(j)\Delta r^T(j-\tau) + \Delta r(j)r^T(j-\tau) + \Delta r(j) \cdot & \\ \Delta r^T(j-\tau)] + \left[\frac{1}{t} \sum_{j=1}^t [r(j)r^T(j-\tau) - R_r(\tau)] \right]. \quad (53) \end{aligned}$$

由假设3引出 $r(t)$ 按实现有界. 由 $\Delta r(i) \rightarrow 0$ 、式(51)(52)引出上式右端项趋于零, 即式(49)成立. 由式(10)(11)和 $r(t)$ 的定义有MA新息模型

$$r(t) = D(q^{-1})\varepsilon(t) = (I_n - D_1q^{-1})\varepsilon(t). \quad (54)$$

这引出

$$\begin{cases} R_r(0) = Q_\varepsilon + D_1Q_\varepsilon D_1^T, \\ R_r(1) = -D_1Q_\varepsilon. \end{cases} \quad (55)$$

由隐函数存在定理^[11]和式(55)引出在 $R_r(0)$ 和 $R_r(1)$ 的元素的充分小的区域内, D_1 和 Q_ε 的元素是 $R_r(0)$ 和 $R_r(1)$ 的元素的连续函数, 于是由式(49)引出式(50)的前两式成立. 置 $\hat{D}_1 = D_1 + \Delta D_1$, 则有 $\Delta D_1 \rightarrow 0$. 置 $\hat{D}(q^{-1}) = D(q^{-1}) + \Delta D(q^{-1})$, 则有 $\Delta D(q^{-1}) = \Delta D_1q^{-1}$, 且 $\Delta D(q^{-1}) \rightarrow 0$. 定义 $\delta(t) = \hat{\varepsilon}(t) - \varepsilon(t)$, 由式(38)减式(10)有差分方程

$$D(q^{-1})\delta(t) = -\Delta D(q^{-1})\hat{\varepsilon}(t) + A(q^{-1})(\hat{y}(t) - y(t)). \quad (56)$$

由式(38)有差分方程

$$\hat{D}(q^{-1})\hat{\varepsilon}(t) = A(q^{-1})\hat{y}(t). \quad (57)$$

由式(47)引出 \hat{R}_i 有界, 进而由式(35)和 $y_i(t)$ 的有界性引出 $\hat{y}(t)$ 有界, 从而有 $A(q^{-1})\hat{y}(t)$ 有界. 注意在上式中 $\hat{D}(q^{-1}) \rightarrow D(q^{-1})$, 且 $D(q^{-1})$ 是稳定的, 于是由引理2引出 $\hat{\varepsilon}(t)$ 是有界的. 最后由式(56)(48)及 $\Delta D(q^{-1}) \rightarrow 0$ 引出式(56)右端非齐项趋于零, 从而由 $D(q^{-1})$ 的稳定性和引理2引出 $\delta(t) \rightarrow 0$, 因而式(50)的第3个极限关系成立.

证毕.

注意, 对于用递推推广最小二乘法(RELS)估计MA新息模型式(34)参数时, 对于单变量情形, 参数估计是一致的一个充分条件是满足正实性条

件^[10].

定理 4 多传感器系统式(1)(2)在假设1~3下, 且设噪声统计 Q_w 和 R_i 未知, 当 $t \rightarrow \infty$ 时, 若按实现有 $\hat{D}_{ij} \rightarrow D_{ij}$, 则自校正加权观测融合Kalman估值器式(39)~(41)分别渐近于当 Q_w 和 R_i 已知的全局最优加权观测融合Kalman估值器式(13)(16)(19), 即对相应于已知观测数据的估值器的一个实现而言, 当 $t \rightarrow \infty$ 有

$$\begin{aligned} (\hat{x}^s(t|t) - \hat{x}(t|t)) &\rightarrow 0, \\ (\hat{x}^s(t+1|t) - \hat{x}(t+1|t)) &\rightarrow 0, \\ (\hat{x}^s(t-N|t) - \hat{x}(t-N|t)) &\rightarrow 0, \quad N > 0. \quad (58) \end{aligned}$$

即它们具有渐近全局最优性.

证 由假设式(46), 定理1和定理3, 当 $t \rightarrow \infty$ 时有

$$\hat{K}_f \rightarrow K_f, \hat{K}_k \rightarrow K_k, \hat{\Psi}_f \rightarrow \Psi_f, \hat{\Psi}_p \rightarrow \Psi_p. \quad (59)$$

首先证明自校正加权观测融合Kalman滤波器的收敛性. 置

$$\hat{\Psi}_f = \Psi_f + \Delta\Psi_f, \hat{K}_f = K_f + \Delta K_f. \quad (60)$$

由式(59), 当 $t \rightarrow \infty$ 按实现有

$$\Delta\Psi_f \rightarrow 0, \Delta K_f \rightarrow 0. \quad (61)$$

置

$$\delta(t) = \hat{x}^s(t|t) - \hat{x}(t|t). \quad (62)$$

由式(39)减式(13)并利用式(60)有动态系统

$$\delta(t) = \Psi_f\delta(t-1) + u(t), \quad (63)$$

$$\begin{aligned} u(t) &= \Delta\Psi_f\hat{x}^s(t-1|t-1) + \\ &K_f(\hat{y}(t) - y(t)) + \Delta K_f\hat{y}(t). \quad (64) \end{aligned}$$

由式(59)引出 \hat{K}_f 有界, 注意 $\hat{y}(t)$ 有界, 故 $\hat{K}_f\hat{y}(t)$ 有界. 又 $\hat{\Psi}_f \rightarrow \Psi_f$, Ψ_f 是一个稳定矩阵^[4], 于是由式(39)和引理1引出 $\hat{x}^s(t|t)$ 有界. 由式(48)(61)和式(64)引出 $u(t) \rightarrow 0$, 又在式(63)中 Ψ_f 是一个稳定矩阵, 于是应用引理1有 $\delta(t) \rightarrow 0$, 即式(58)的第1式成立. 因 $\hat{x}(t|t)$ 是全局最优估计^[1], 故 $\hat{x}^s(t|t)$ 具有渐近全局最优性. 同理可证 $\hat{x}^s(t+1|t)$ 的收敛性. 最后证 $\hat{x}^s(t-N|t)$ 的收敛性. 由式(59)中, 置 $\hat{K}_k = K_k + \Delta K_k$. 则有 $\Delta K_k \rightarrow 0$. 由式(41)减式(19)有

$$\begin{aligned} \hat{x}^s(t-N|t) - \hat{x}(t-N|t) &= \\ (\hat{x}^s(t-N|t-N) - \hat{x}(t-N|t-N)) &+ \\ \sum_{k=1}^N K_k(\hat{\varepsilon}(t-N+k) - \varepsilon(t-N+k)) &+ \\ \sum_{k=1}^N \Delta K_k\hat{\varepsilon}(t-N+k). \quad (65) \end{aligned}$$

由式(50)的第3式、式(58)的第1式, $\hat{\varepsilon}(t)$ 的有界性, 以及 $\Delta K_k \rightarrow 0$, 有式(65)右端项趋于零, 即式(58)的第3式成立.

证毕.

定理 5 多传感器系统式(1)和式(2)在假设1,2下, 若观测过程 $y_i(t)$, $i = 1, \dots, L$ 以概率1有界, 且MA新息模型参数估值以概率1收敛于真实值, 则以概率1有

$$\begin{cases} (\hat{x}^s(t|t) - \hat{x}(t|t)) \rightarrow 0, t \rightarrow \infty, \text{W.P.1} \\ (\hat{x}^s(t+1|t) - \hat{x}(t+1|t)) \rightarrow 0, t \rightarrow \infty, \text{W.P.1} \\ (\hat{x}^s(t-N|t) - \hat{x}(t-N|t)) \rightarrow 0, t \rightarrow \infty, \text{W.P.1.} \end{cases} \quad (66)$$

证 由本定理假设条件引出: 除了一个带零概率的观测过程的实现子集合外, 对观测过程的实现集合的其余的每个实现都有界, 且有

$$\hat{D}_{ij} \rightarrow D_{ij}, t \rightarrow \infty. \quad (67)$$

于是由定理4引出按实现收敛性式(58)成立. 因使式(67)成立的观测过程的实现的子集合的概率为1, 故有以概率1收敛性式(66)成立.

证毕.

注 4 引入按实现收敛性概念^[8]将自校正局部和融合估值器收敛性问题转化为由引理1和引理2给出的非齐次差分方程的稳定性问题, 转化为一个确定性、非随机的普通极限问题. 这就是文献[4, 8]提出的动态系统误差分析方法的基本原理. 定理5表明引入按实现收敛又为证明按概率1收敛性提出了新的途径.

5 仿真例子(Simulation example)

考虑三传感器雷达跟踪系统

$$x(t+1) = \Phi x(t) + \Gamma w(t), \quad (68)$$

$$y_i(t) = H_i x(t) + v_i(t), i = 1, 2, 3, \quad (69)$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1 & T_0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \Gamma = \begin{bmatrix} 0.5T_0^2 \\ T_0 \end{bmatrix},$$

$$H_1 = [1 \ 0], H_2 = [1 \ 0], H_3 = [0 \ 1]. \quad (70)$$

其中 T_0 为采样周期, $x(t) = [x_1(t) \ x_2(t)]^T$, $x_1(t)$ 和 $x_2(t)$ 各为在时刻 tT_0 处运动目标的位置和速度, 假设 $w(t)$ 和 $v_i(t)$ 是零均值、方差分别为 Q_w 和 R_i 的相互独立的白噪声, 且 $Q_w = \sigma_w^2, R_1 =$

$\sigma_{v1}^2, R_2 = \sigma_{v2}^2, R_3 = \sigma_{v3}^2$, 是未知的.

以一步平滑器 $\hat{x}^s(t-1|t)$ 为例. 仿真中取 $T_0 = 1, \sigma_{v1}^2 = 0.04, \sigma_{v2}^2 = 0.06, \sigma_{v3}^2 = 0.08$. 用两段最小二乘法^[9]辨识各个子系统, 可得在 t 时刻的估值 $\hat{\sigma}_{vi}^2$, 辨识结果如图1所示, 其中直线为真实值, 曲线为估值. 应用带死区的阶段性Gevers-Wouters迭代算法, 其中令死区时间为 $T_d = 200$, 迭代次数为50次, 得到的估值 $\hat{D}_1(t), \hat{Q}_\varepsilon(t)$ 如图2, 3所示, 其中直线为真实值, 阶梯曲线为估值. 位置及速度跟踪曲线仿真图如图4, 5所示. 其中实线为真实值, 虚线为估值. 自校正加权观测融合Kalman平滑器与最优平滑器的误差曲线如图6, 7所示, 可看到它具有渐近全局最优性. 自校正加权观测融合Kalman估值器 $\hat{x}^s(t+1|t), \hat{x}^s(t|t)$ 和 $\hat{x}^s(t-1|t)$ 的累计误差平方曲线如图8, 9所示, 可看到平滑器精度高于滤波器精度, 而滤波器精度则高于预报器精度.

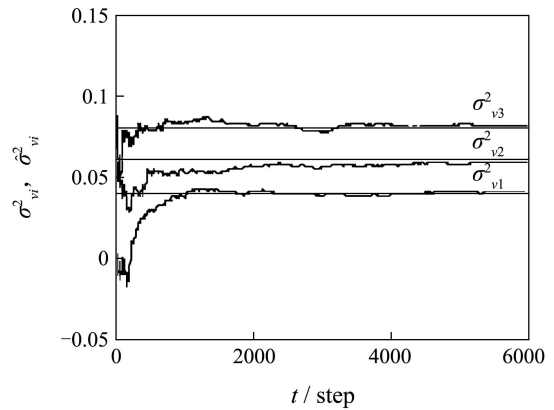


图1 方差 σ_{vi}^2 和估值 $\hat{\sigma}_{vi}^2(t)$ 的收敛性

Fig. 1 The variances σ_{vi}^2 and convergence of estimates $\hat{\sigma}_{vi}^2(t)$

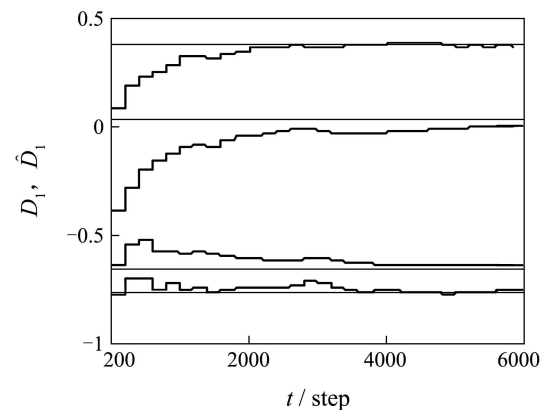


图2 D_1 和估值 $\hat{D}_1(t)$ 的收敛性

Fig. 2 D_1 and convergence of estimates $\hat{D}_1(t)$

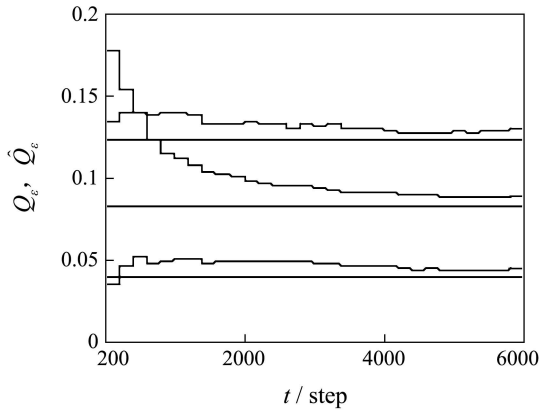


图 3 Q_ε 和估值 $\hat{Q}_\varepsilon(t)$ 的收敛性
 Fig. 3 Q_ε and convergence of estimates $\hat{Q}_\varepsilon(t)$

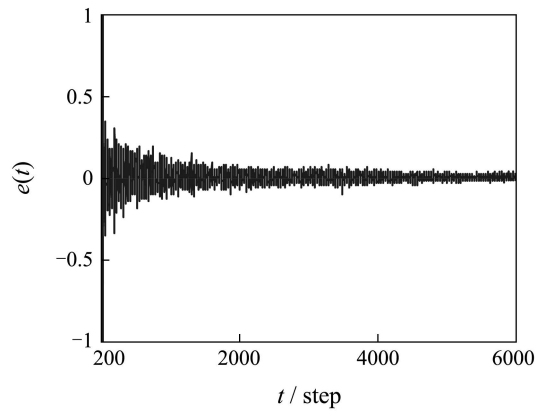


图 6 自校正与全局最优Kalman融合平滑器的位置误差 $e(t)$ 曲线
 Fig. 6 The error $e(t)$ curve between self-tuning and globally optimal Kalman fused smoother for position

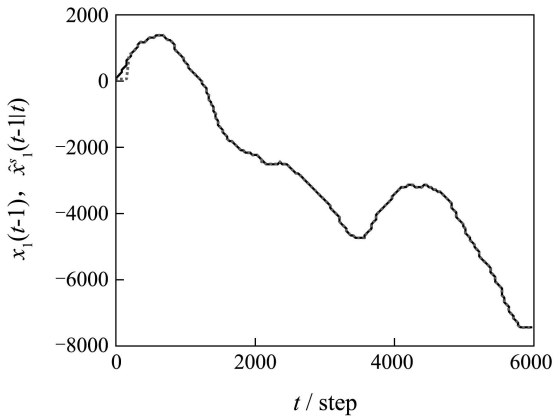


图 4 位置 $x_1(t-1)$ 和自校正Kalman融合平滑器 $\hat{x}_1^s(t-1|t)$
 Fig. 4 The position $x_1(t-1)$ and self-tuning fused Kalman smoother $\hat{x}_1^s(t-1|t)$

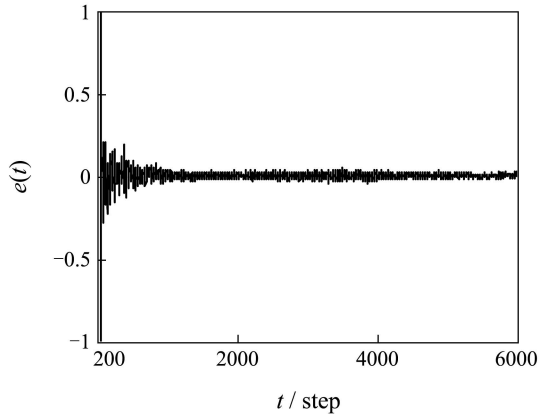


图 7 自校正与全局最优Kalman融合平滑器的速度误差 $e(t)$ 曲线
 Fig. 7 The error $e(t)$ curve between self-tuning and globally optimal Kalman fused smoother for velocity

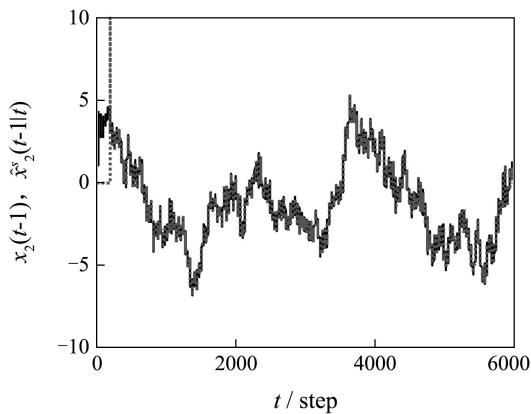


图 5 速度 $x_2(t-1)$ 和自校正Kalman融合平滑器 $\hat{x}_2^s(t-1|t)$
 Fig. 5 The velocity $x_2(t-1)$ and self-tuning fused Kalman smoother $\hat{x}_2^s(t-1|t)$

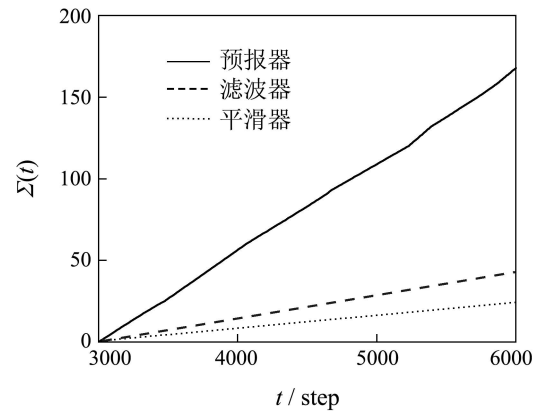


图 8 自校正加权观测融合位置Kalman估值器累计误差平方 $\Sigma(t)$ 曲线
 Fig. 8 The accumulated error square $\Sigma(t)$ curves of self-tuning weighted measurement fusion Kalman estimators for the position

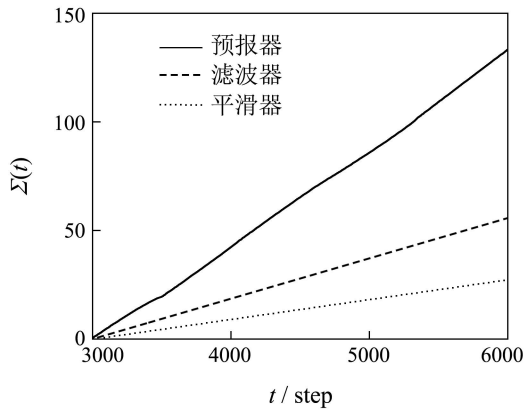


图9 自校正加权观测融合速度Kalman估值器
累计误差平方 $\Sigma(t)$ 曲线

Fig. 9 The accumulated error square $\Sigma(t)$ curves of
self-tuning weighted measurement fusion
Kalman estimators for the velocity

6 结论(Conclusion)

对带未知噪声方差的多传感器系统,允许各传感器带不同观测阵,应用现代时间序列分析方法,基于MA新息模型参数的在线辨识可在线估计噪声方差,进而提出了一种自校正加权观测融合Kalman估值器.用动态误差系统分析方法证明了它的收敛性和渐近全局最优性.在MA新息模型参数估计是一致的假设下,若已知观测数据有界,则它按实现收敛于最优融合Kalman估值器;当观测过程以概率1有界,则它以概率1收敛于最优融合Kalman估值器.同分布式自校正Kalman滤波器相比,它具有计算负担小,且具有渐近全局最优性优点.

参考文献(References):

- [1] 邓自立, 郝钢, 吴孝慧. 两种加权观测融合方法的全局最优性和完全功能等价性[J]. 科学技术与工程, 2005, 5(13): 860 – 865. (DENG ZiLi, HAO Gang, WU Xiaohui. Global optimality and completely functional equivalence of two weighted measurement fusion algorithms[J]. *Science Techniques and Engineering*, 2005, 5(13): 860 – 865.)
- [2] SUN S L, DENG Z L. Multi-sensor optimal information fusion Kalman filter[J]. *Automatica*, 2004, 40(6): 1017 – 1023.
- [3] DENG Z L, GAO Y, MAO L, et al. New approach to information fusion steady-state Kalman filtering[J]. *Automatica*, 2005, 41(10): 1695 – 1707.
- [4] 邓自立. 自校正滤波理论及其应用—现代时间序列分析方法[M]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 2003. (DENG Zili. *Self-tuning Filtering Theory with Applications-Modern Time Series Analysis Method*[M]. Harbin: Harbin Institute of Technology Press, 2003.)
- [5] FUNG P T K, GRIMBLE M J. Dynamic ship positioning using a self-tuning Kalman filter[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1983, 28(3): 339 – 350.
- [6] 邓自立, 李北新. 自校正 α - β 跟踪滤波器[J]. 自动化学报, 1992, 18(6): 720 – 723. (DENG Zili, LI Beixin. A self-tuning tracking filter[J]. *Acta Automatica Sinica*, 1992, 18(6): 720 – 723.)
- [7] KAILATH T, SAYED A H, HASSIBI B. *Linear Estimation*[M]. Upper Saddle River, New Jersey: Prentice-Hall, 2000.
- [8] DENG Z L, LI C B. Self-tuning information fusion Kalman predictor weighted by diagonal matrices and its convergence analysis[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2007, 33(2): 156 – 163.
- [9] 邓自立. 最优估计理论—建模、滤波、信息融合估计[M]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 2005. (DENG Zili. *Optimal Estimation Theory with Applications-Modeling, Filtering, and Information Fusion*[M]. Harbin: Harbin Institute of Technology Press, 2005.)
- [10] LJUNG L. *System Identification, Theory for the User*[M]. Second Edition. Prentice Hall PTR, 1999.
- [11] 陈传璋. 数学分析[M]. 上海: 上海科学技术出版社, 1962. (CHEN Chuanzhang. *Mathematical Analysis*[M]. Shanghai: Shanghai Science Technology Press, 1962.)
- [12] 邓自立. 滑动平均模型参数估计的Gevers-Wouters算法的指数收敛性[J]. 科学技术与工程, 2005, 5(20): 1473 – 1478. (DENG Zili. Exponential convergence of Gevers-Wouters algorithm for moving average model parameter estimation[J]. *Science Technology and Engineering*, 2005, 5(20): 1473 – 1478.)

作者简介:

邓自立 (1938—), 男, 教授, 博士生导师, 研究方向为状态估计、多传感器信息融合等, E-mail: dzl@hlju.edu.cn;

郝钢 (1980—), 男, 助教, 硕士, 研究方向为信息融合状态估计, E-mail: hg_1980@sohu.com.