

# 退火递归神经网络极值搜索算法及其在无人机 紧密编队飞行控制中的应用

胡云安<sup>1</sup>, 左 斌<sup>1</sup>, 李 静<sup>2</sup>

(1. 海军航空工程学院 控制工程系, 山东 烟台 264001; 2. 海军航空工程学院 七系, 山东 烟台 264001)

**摘要:** 针对无人机紧密编队飞行问题, 以气动干扰引起的僚机俯仰角 $\vartheta_w$ 作为极值搜索变量, 利用退火递归神经网络极值搜索算法, 使僚机干扰俯仰角 $\vartheta_w$ 收敛至其极值, 从而解决了无人机紧密编队飞行中僚机所需动力最小化的问题. 将退火递归神经网络与极值搜索算法相结合, 消除了传统极值搜索算法中控制量的来回切换问题和输出“颤动”现象, 改善了系统的动态性能, 同时简化了系统的稳定性分析. 通过对无人机紧密飞行编队的仿真, 验证了该算法的有效性.

**关键词:** 紧密编队飞行; 极值搜索算法; 退火; 递归神经网络; 无人机

**中图分类号:** V249      **文献标识码:** A

## An annealing recurrent neural network for extremum seeking algorithm and its application to unmanned aerial vehicle tight formation flight

HU Yun-an<sup>1</sup>, ZUO Bin<sup>1</sup>, LI Jing<sup>2</sup>

(1. Department of Control Engineering, Naval Aeronautical and Astronautical University, Yantai Shandong 264001, China;

2. The Seventh Department, Naval Aeronautical and Astronautical University, Yantai Shandong 264001, China)

**Abstract:** In the unmanned aerial vehicle (UAV) tight formation flight, a novel annealing recurrent neural network combined with the extremum seeking algorithm (ESA) is used to search the extremum of the wingman pitch angle produced by the vortices, for minimizing the required power of the wingman. This combination eliminates the back-and-forth switching between control variables in the conventional ESA and suppresses the “chattering” in the output, greatly improving the dynamic performance of the system and simplifying the stability analysis of the controlled system. This algorithm is validated by a simulation of UAV tight formation.

**Key words:** tight formation flight; extremum seeking algorithm; annealing; recurrent neural networks; unmanned aerial vehicle

### 1 引言(Introduction)

无人机紧密编队飞行是一种新的飞行模式, 它将多架无人机按照一定的队形进行排列, 要求长机与僚机的横轴间距小于单架无人机的翼展, 并保持飞行过程中的队形不变. 紧密编队飞行模式, 可以极大地节省僚机的动力需求, 提高巡航距离、飞行速度和负载重量等能力. 因而, 引起了许多学者对此问题的深入研究. Schumacher. C. J. 等人<sup>[1]</sup>利用自适应神经网络设计紧密编队飞行的控制器, 然而此设计很难实现, 并且不能自动地搜寻僚机飞行所需的动力最小值; Hummel. D.<sup>[2]</sup>利用离散极值搜索算法, 通过

搜索僚机的最大副翼偏转角来解决飞行动力最小化的问题, 在仿真实验中僚机的动力需求较单飞时仅节约了20%; Chichka. D. 等人<sup>[3]</sup>运用峰值控制, 通过搜寻编队飞行中最大的诱导升力来解决此问题. 然而, 这些研究都缺少一套系统的设计方法. 为此, 根据作者先前的研究成果<sup>[4]</sup>, 以气动干扰所引起的僚机干扰俯仰角 $\vartheta_w$ 为极值搜索变量, 利用退火递归神经网络极值搜索算法解算出最优的紧密编队飞行结构, 从而使得僚机飞行所需的动力最小化.

极值搜索算法是一种实用的自适应控制方法, 在被控对象的某些信息不知晓或者不确定的情况

下,利用合适的激励信号和滤波环节,取得期望的控制效果.虽然,极值搜索算法理论取得了较大的发展<sup>[5~7]</sup>,然而这些方法中都存在系统输出有“颤动”现象和控制量的来回切换问题.为了解决上述问题,本文提出了基于对偶性构造而成的递归神经网络极值搜索算法,可以迅速使搜索变量收敛于其极值,这种方法摒弃了传统极值搜索算法所使用的正弦激励信号,不再需要利用激励信号的变化与高、低通滤波器相结合,才能近似估计出系统输出量的梯度的过程,因而能够较好地解决极值搜索算法中存在的问题,极大地改善系统的动态性能,简化了稳定性的分析,拓宽了极值搜索算法的应用范围.

## 2 退火递归神经网络极值搜索算法设计(Designing an annealing recurrent neural network for ESA)

### 2.1 设计方案(Designing scheme)

针对一般非线性系统

$$\begin{cases} \dot{\zeta}(t) = f(\zeta(t), u(t)), \\ \kappa(t) = F(\zeta(t)), \end{cases} \quad (1)$$

其中:  $\zeta \in \mathbb{R}^q$ ,  $u \in \mathbb{R}^m$ 和 $\kappa \in \mathbb{R}$ 分别表示系统状态量、控制量和输出量,  $f$ 是系统的状态方程,  $\kappa(t) = F(\zeta(t))$ 是系统的输出方程,也称为代价函数,且都是光滑函数.极值搜索系统满足下列假设.

**假设 1** 采用控制律 $u(t) = \alpha(\zeta(t), \theta)$ 时,其中 $\theta = (\theta_1 \theta_2 \cdots \theta_n)^T$ ,  $\theta_i \in \mathbb{R}$ ,  $i \in (1 \ 2 \ \cdots \ n)$ 表示搜索向量组,那么存在光滑函数 $\zeta_e: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^q$ ,使得

$$f(\zeta, \alpha(\zeta, \theta)) = 0 \leftrightarrow \zeta = \zeta_e(\theta). \quad (2)$$

**注 1** 在无人机紧密编队飞行中,搜索向量组 $\theta$ 表示长机与僚机之间的侧向、垂直方向上的相对距离 $y$ 和 $z$ ,文献[4]的控制方法满足假设1的条件.

从而,代价函数可以表示为

$$\kappa = F(\zeta_e(\theta)) = F(\theta). \quad (3)$$

**假设 2** 对于任意的 $\theta \in \mathbb{R}^n$ ,闭环系统方程 $\zeta = \zeta_e(\theta)$ 局部渐近稳定.

**假设 3** 存在 $\theta^* = (\theta_1^* \theta_2^* \cdots \theta_n^*)^T \in \mathbb{R}^n$ ,使得 $\frac{\partial F(\theta^*)}{\partial \theta_i} = 0$ ,而且 $\frac{\partial^2 F(\theta^*)}{\partial \theta_i^2} < 0$ 或者 $\frac{\partial^2 F(\theta^*)}{\partial \theta_i^2} > 0$ 成立,其中 $i \in (1 \ 2 \ \cdots \ n)$ .

首先,将代价函数(3)对时间微分后,可得

$$J^T(\theta(t))\dot{\theta}(t) = \dot{\kappa}(t), \quad (4)$$

其中:

$$J(\theta(t)) = \left( \frac{\partial F(\theta)}{\partial \theta_1} \quad \frac{\partial F(\theta)}{\partial \theta_2} \quad \cdots \quad \frac{\partial F(\theta)}{\partial \theta_n} \right)^T,$$

$$\dot{\theta}(t) = (\dot{\theta}_1 \ \dot{\theta}_2 \ \cdots \ \dot{\theta}_n)^T.$$

在极值搜索控制中,被控系统要求收敛至代价函数的最优值后稳定,也即是搜索向量 $\theta$ 必须收敛至其最优向量 $\theta^*$ ,从而使得 $\|J(\theta(t))\| = \left( \left\| \frac{\partial F(\theta)}{\partial \theta_1} \right\| \left\| \frac{\partial F(\theta)}{\partial \theta_2} \right\| \cdots \left\| \frac{\partial F(\theta)}{\partial \theta_n} \right\| \right)^T$ 中各元素也收敛到各自的最小值.将退火递归神经网络与极值搜索算法相结合设计的目的就是使 $\|J(\theta(t))\|$ 值在尽量短的时间内收敛至其最小值,同时被控系统必须受到式(4)的约束.那么,一般的极值搜索算法问题可以转化为如下的求解过程:

$$\begin{cases} \text{最小化: } c^T \xi, \\ \text{约束条件: } A_E \xi = b, \end{cases} \quad (5)$$

其中:

$$\xi = (J(\theta) \ \|J(\theta)\| \ \dot{\theta}(t))^T, \quad c = (0_{1 \times n} \ 1_{1 \times n} \ 0_{1 \times n})^T, \\ A_E = \begin{pmatrix} 1_{1 \times n} & -\text{sign}(J^T(\theta)) & 0_{1 \times n} \\ \dot{\theta}^T(t) & 0_{1 \times n} & 0_{1 \times n} \\ 0_{1 \times n} & 0_{1 \times n} & J^T(\theta) \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 0 \\ \dot{\kappa}(t) \\ \dot{\kappa}(t) \end{pmatrix}.$$

根据对偶原理<sup>[10]</sup>,以上问题可以得到如下相应的对偶形式

$$\begin{cases} \text{最大化: } b^T \tau, \\ \text{约束条件: } A_E^T \tau = c. \end{cases} \quad (6)$$

其中 $\tau^T = (\tau_1 \ \tau_2 \ \tau_3)_{1 \times 3}$ .

从而,将解决一个极值搜索问题,转化为利用递归神经网络解决在满足式(5)(6)的约束条件的情况下,使 $c^T \xi$ 和 $b^T \tau$ 最优化的问题.

### 2.2 退火递归神经网络结构设计与分析(Architecture and analysis of annealing recurrent neural network)

根据极值搜索问题的转化结果,定义能量函数如式(7)所示,它是可微的凸函数:

$$E(\xi, \tau) = (c^T \xi - b^T \tau)/2 + \|T(t)(A_E \xi - b)\|^2/2 + \|T(t)(A_E^T \tau - c)\|^2/2, \quad (7)$$

其中:第1项是式(5)(6)的对偶差平方,第2项和第3项分别是式(5)(6)的约束条件.  $T(t) = \text{diag}\{\eta_1 e^{-\beta_1 t} \eta_2 e^{-\beta_2 t} \eta_3 e^{-\beta_3 t}\}$ 是时变的退火矩阵.

退火递归神经网络的动态方程定义为沿能量函数梯度的负方向变化,如(8)所示:

$$\frac{dv}{dt} = -\mu \nabla E(v), \quad (8)$$

其中 $v = (\xi^T \ \tau^T)^T$ ,  $\nabla E(v)$ 表示函数 $E(v)$ 的梯度,  $\mu$ 是可调的正参数.带入状态变量 $(\xi \ \tau)$ ,可得

$$\begin{cases} \frac{d\xi}{dt} = -\mu(c^T\xi - b^T\tau) + A_E^T T^T T (A_E\xi - b), \\ \frac{d\tau}{dt} = -\mu(b(b^T\tau - c^T\xi) + T^T T A_E^T (A_E\tau - c)), \end{cases} \quad (9)$$

**定理 1**<sup>[9]</sup> 如(9)所式的神经网络必定渐近收敛至式(5)(6)的最优解。

### 3 无人机紧密编队飞行仿真分析 (Simulation analysis for UAV tight formation flight)

采用作者先前研究<sup>[4]</sup>中的自动驾驶仪设计, 将滑模控制取代其中的PD控制, 其目的是增强系统的鲁棒性. 极值搜索算法的应用要求搜索目标与控制量之间存在明确的函数关系. 根据文[4]中的编队飞行中僚机的状态方程, 经过简要的步骤转化, 得到僚机与长机之间的垂直、侧向相对距离与干扰俯仰角 $\vartheta_w$ 之间的函数关系如下:

$$\begin{cases} \dot{e}_{lon} = (A_{lon} - B_{lon}K_{lon})e_{lon} + F_W \bar{W}_{wake}(y, z), \\ \vartheta_w = C_{\vartheta}e_{lon}, \end{cases} \quad (10)$$

其中 $e_{lon} = x_{lon} - \hat{x}_{lon}$ , 各物理量的具体含义参见文[4]. 应用退火递归神经网络极值搜索算法优化无人机紧密编队飞行结构图如图1所示. 图中 $F_0(s) = C_{\vartheta}[sI - (A_{lon} - B_{lon}K_{lon})]^{-1}F_W$ .

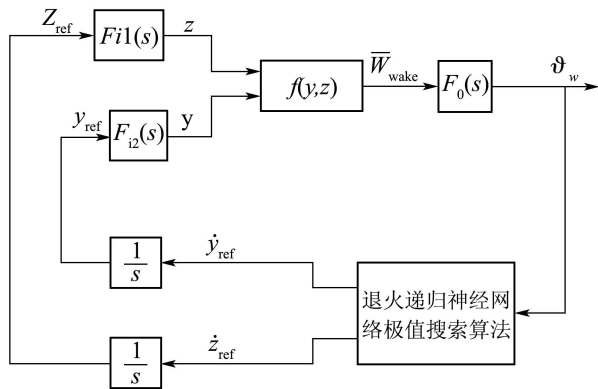


图1 退火递归神经网络极值搜索算法优化无人机紧密编队飞行结构图

Fig. 1 The structure figure of UAV tight formation optimized by annealing recurrent neural network

以两架某型无人机组成的紧密飞行编队为仿真实例. 初始时, 僚机与长机在纵向上相距为 $x = 50$  m, 高度上相距为 $z = -5$  m, 长机的右机翼与僚机的左机翼重合为 $y = -0.14$  m. 侧向退火递归神经网络的参数为:  $\eta_{y1} = \eta_{y2} = 0, \eta_{y3} = 0.11, \beta_{y1} = \beta_{y2} = 0, \beta_{y3} = -0.02, \mu_1 = 0.05$ , 垂直退火递归神经网络的参数为:  $\eta_{z1} = \eta_{z2} = 0, \eta_{z3} = 0.02, \beta_{z1} = \beta_{z2} = 0, \beta_{z3} = -0.01, \mu_1 = 0.30$ .

退火递归神经网络的比例系数 $\mu$ 是影响神经网络收敛速度的主要因素, 取值过大将造成输出误差, 过小则使得系统收敛缓慢. 参数 $\beta$ 的取值过大将造

成系统失稳. 总之, 参数初值的选取必须与实际仿真对象相结合. 当没有干扰的情况下, 僚机收敛到最优紧密飞行编队结构的仿真结果如图2~7所示.

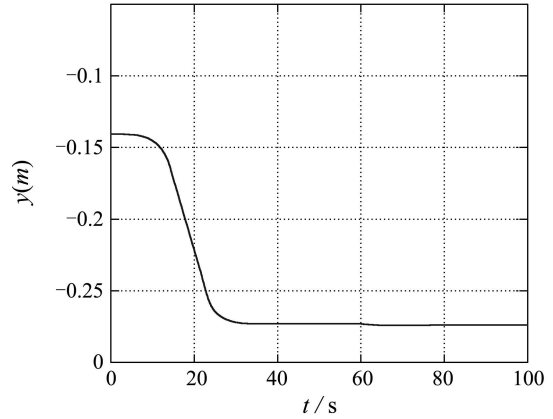


图2 侧向相距距离 $y$ 结果

Fig. 2 Result of lateral relative separation  $y$

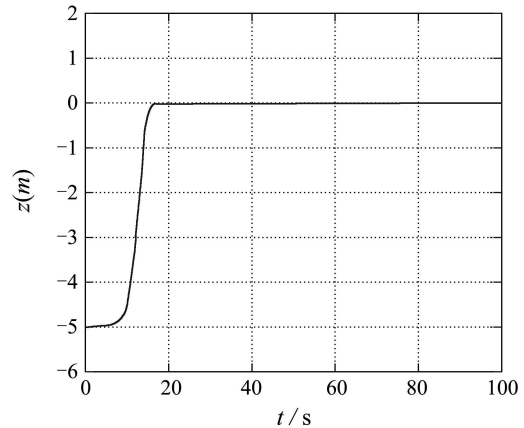


图3 垂直相距距离 $z$ 结果

Fig. 3 Result of vertical relative separation  $z$

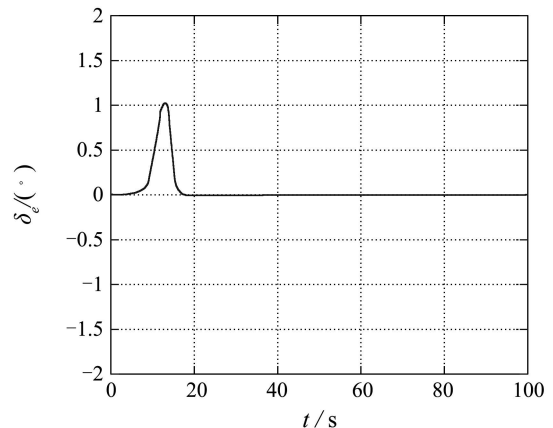


图4 升降舵 $\delta_e$ 仿真结果

Fig. 4 Result of elevator deflection  $\delta_e$

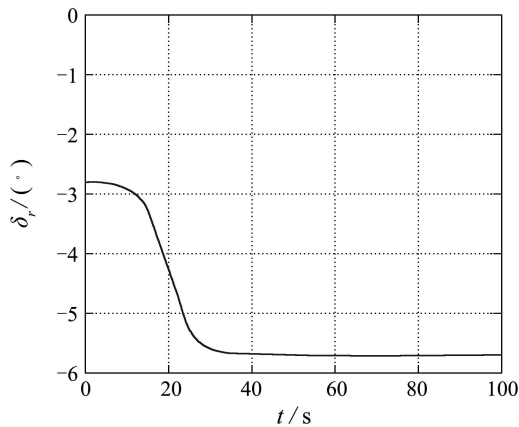
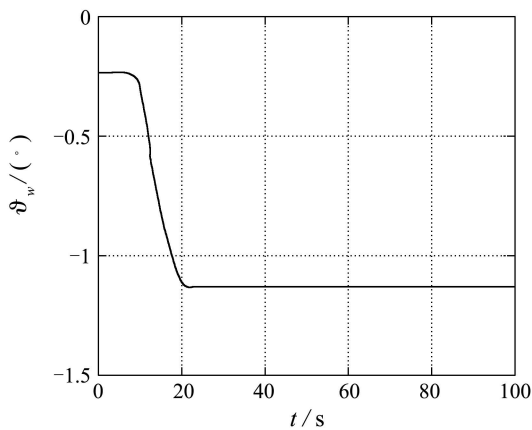
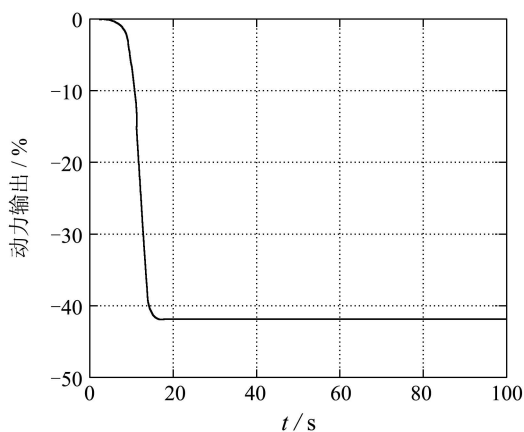
图5 偏航舵 $\delta_r$ 仿真结果Fig. 5 Result of rudder deflection  $\delta_r$ 图6 搜索目标 $\vartheta_w$ 角结果Fig. 6 Result of the seeking object  $\vartheta_w$ 

图7 动力输出结果

Fig. 7 Result of the engine output

显然,应用退火递归神经网络极值搜索算法可以很快地搜寻到最优的干扰俯仰角 $\vartheta_w^* = -1.17^\circ$ ,保持最优的紧密编队结构,此时僚机飞行所需的动力减少了大约40%,从而验证了此方法可以控制UAV紧密飞行编队实现文献[8]所提出的最优结构和最低能耗。而且,此方法可以确保在具有不确定性的尾流诱导场中,跟踪较大的距离信号,并防止僚机进入长机的尾流下洗区。对比文献[7],僚机的俯

仰舵和偏航舵已不存在“颤动”现象,并且搜索效率也得到提高。

#### 4 结论(Conclusion)

利用退火递归神经网络极值搜索算法,实现了无人机最优紧密编队飞行结构,使得僚机所需的动力最小;同时消除了传统极值搜索算法中系统输出量“颤动”现象和控制量的来回切换问题,拓宽了极值搜索算法的应用范围。对于多机组成的紧密飞行编队和模型具有不确定性等情况处于进一步地研究。

#### 参考文献(References):

- [1] COREY J S, RAJEEVA K. Adaptive control of UAVs in close-coupled formation flight[C] // *Proceedings of the American Control Conference*. Chicago, USA: IEEE Press, 2000: 849 – 853.
- [2] HUMMEL D. The use of aircraft wakes to achieve power reduction in formation flight[C] // *Proceedings of the Fluid Dynamics Panel Symposium*. Aix-en-Provence, France: AGARD, 1996: 1777 – 1794.
- [3] CHICHKA D F, SPEYER J, PARK C G. Peak-seeking control with application to formation flight[C] // *Proceedings of the 38th IEEE Conference on Decision and Control*. Piscataway, NJ, USA: IEEE Press, 1999: 2463 – 2470.
- [4] ZUO B, HU Y A. UAV tight formation flight modeling and autopilot designing[C] // *Proceedings of the Fifth World Congress on Intelligent Control and Automation*. Hangzhou, China: IEEE Press, 2004: 181 – 184.
- [5] KRSTIC M. Toward faster adaptation in extremum seeking control[C] // *Proceeding of the 39th IEEE Conference on Decision and Control*. Phoenix, USA: IEEE Press, 1999: 4766 – 4771.
- [6] ROTEVA M A. Analysis of multivariable extremum seeking algorithms[C] // *Proceedings of the American Control Conference*. Chicago, USA: IEEE Press, 2000: 437 – 443.
- [7] PAN Y D, UMIT O, TANKUT A. Stability and performance improvement of extremum seeking control with sliding mode[J]. *International Journal of Control*, 2003, 76(9/10): 968 – 985.
- [8] PATHER M, D'AZZO J J, PROUD A W. Tight formation flight control[J]. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 2001, 24(2): 246 – 254.
- [9] 左斌. 极值搜索算法研究与应用[D]. 烟台: 海军航空工程学院控制工程系, 2005.  
(ZUO Bin. *Research on extremum seeking algorithm and its application*[D]. Yantai, China: Department of Control Engineering, Naval Aeronautical Engineering Institute, 2005.)
- [10] 郑大钟. 线性系统理论[M]. 北京: 清华大学出版社, 1990.  
(ZHENG Dazhong. *Linear System Theory*[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1990.)

#### 作者简介:

胡云安 (1966—),男,博士生导师,教授,2000年至2001年在美国UNIVERSITY OF CALIFORNIA, SANDIEGO访问学习,主要研究方向为飞行器导航与控制系统设计、智能控制与变结构控制、系统故障诊断等方面, E-mail: hya507@yahoo.com;

左斌 (1979—),男,博士研究生,主要研究方向为神经网络控制、自适应控制和飞行器控制系统设计等方面, E-mail: zuobin97117@163.com;

李静 (1977—),女,博士研究生,主要研究方向为网络控制系统、智能系统和飞行器导航等方面。