

文章编号: 1000-8152(2008)05-0887-04

# 利用凸包和SVD技术降低模糊系统复杂性

刘 斌<sup>1,2</sup>, 曹卉宇<sup>1</sup>, 何建敏<sup>1</sup>

(1. 东南大学 经济管理学院, 江苏 南京 210096; 2. 南京工业大学 信息科学与工程学院, 江苏 南京 210009)

**摘要:** 对模糊规则库后件矩阵 $\Omega$ 进行奇异值分解, 根据给定的阈值适当舍弃奇异值, 得到矩阵 $\Omega$ 的近似表示 $U^{(k)}\Sigma^{(k)}(V^{(k)})^T$ , 对 $U^{(k)}$ 和 $V^{(k)}$ 进行标准和(SN)处理, 并利用凸包技术进行非负性(NN)和正态性(NO)处理, 利用处理后的 $U^{(k)}$ ,  $\Sigma^{(k)}$ 和 $V^{(k)}$ 生成新规则库的前件隶属函数和后件矩阵, 重新构造规则库, 新规则库的功能与原规则库近似, 但规则总数显著减少. 仿真结果表明该方法能够有效降低模糊系统的复杂性.

**关键词:** 模糊规则库; 奇异值分解(SVD); 凸包; 约简  
**中图分类号:** TP273      **文献标识码:** A

## Complexity reduction of fuzzy system using SVD and convex hull

LIU Bin<sup>1,2</sup>, CAO Hui-yu<sup>1</sup>, HE Jian-min<sup>1</sup>

(1. Institute of Economic Management, Southeast University, Nanjing Jiangsu 210096, China;  
2. Institute of Information Science and Engineering, Nanjing University of Technology, Nanjing Jiangsu 210009, China)

**Abstract:** The singular value decomposition of the matrix  $\Omega$  composed by the consequence rule is addressed. An approximate expression  $U^{(k)}\Sigma^{(k)}(V^{(k)})^T$  of  $\Omega$  is derived by discarding some singular values based on the given threshold. By applying the technology of convex hull to  $U^{(k)}$  and  $V^{(k)}$  for processing the sum normalization (SN), the non-negativeness (NN) and the normality (NO), we rebuild the rule set from the changed singular-value matrix and the corresponding eigenvectors, producing the consequence matrix and the antecedent membership functions for the new rule set. Generally, the function of the new rule set is similar to that of the old one, but the total number of rules is reduced. Finally, the simulation result indicates that the presented method can reduce the complexity of fuzzy system effectively.

**Key words:** fuzzy rule set; SVD(singular value decomposition); convex hull; reduction

### 1 引言(Introduction)

模糊系统通常面临规则数的组合爆炸问题<sup>[1]</sup>, 另一方面, 由于受人为的和不确定因素的影响, 在模糊规则库中存在冗余规则, 影响模糊系统的泛化能力. 模糊推理应该基于有效的规则集, 而不是所有可能的规则, 因此, 需要对模糊系统的规则库进行约简以实现操作可行性和系统的优化. 有两类简化模糊系统的方法<sup>[2]</sup>: 基于语义模型的约简和基于数据模型的约简. 本文在参考文献[3]的研究基础上, 引入凸包技术并结合SVD约简模糊系统, 属于第2种类型.

### 2 基本概念(Basic conception)

#### 2.1 PSG模糊模型(PSG fuzzy model)

PSG模糊模型<sup>[4]</sup>采用代数乘作为and算子, 代数作为or算子, 并采用重心去模糊器. 假设模糊系统的输入为 $x = (x_1, x_2)$ , 输出为 $u$ ,  $x_j(j=1,2)$ 的模糊集为 $\{A_{k_j}^j, \dots, A_{m_j}^j\}$  ( $k_1=M, k_2=N$ ),  $u$ 为模糊单值集 $B=\{B_1, \dots, B_m\}$ , 定义如下模糊规则:

$$\text{If } x_1 \text{ is } A_{\theta_1}^1 \text{ and } x_2 \text{ is } A_{\theta_2}^2 \text{ then } u = r_{\theta_1, \theta_2}, \quad (1)$$

其中:  $1 \leq \theta_1 \leq M, 1 \leq \theta_2 \leq N, r_{\theta_1, \theta_2} \in B, A_{\theta_j}^j$  的隶属函数为 $\mu_{j, \theta_j}(x)$ . PSG模糊系统的输出为:

$$u^* = \frac{\sum_{\theta_1, \theta_2} r_{\theta_1, \theta_2} \int U_{\theta_1, \theta_2}^* du}{\sum_{\theta_1, \theta_2} \int U_{\theta_1, \theta_2}^* du}, \quad (2)$$

其中

$$U_{\theta_1, \theta_2}^* = \begin{cases} \prod_{j=1}^2 \mu_{j, \theta_j}(x_j^*), & u = r_{\theta_1, \theta_2}, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases} \quad (3)$$

**定理 1** 设(1)的后件矩阵为 $\Omega = (r_{i,j})_{M \times N}$ , 利用非奇异矩阵 $U_{M \times N}$ 和 $V_{N \times M}$ 对规则(1)作如下处理:

$$1) \hat{\Omega} = U\Omega V^T, \quad (4)$$

$$2) \bar{\mu}_{\bar{\theta}_1}^1(x_1) = \sum_{\theta_1=1}^M \mu_{1, \theta_1}(x_1) U_{\theta_1, \bar{\theta}_1}^{-1}, \bar{\theta}_1 = 1, \dots, M, \quad (5)$$

$$\bar{\mu}_{\bar{\theta}_2}^2(x_2) = \sum_{\theta_2=1}^N \mu_{2, \theta_2}(x_2) V_{\theta_2, \bar{\theta}_2}^{-1}, \bar{\theta}_2 = 1, \dots, N, \quad (6)$$

其中 $U_{\theta_1, \bar{\theta}_1}^{-1}$ 为矩阵 $U^{-1}$ 的 $\theta_1$ 行 $\bar{\theta}_1$ 列元素. 则分别以 $\bar{\mu}_{\theta_1}^1(x_1)$ 和 $\bar{\mu}_{\theta_2}^2(x_2)$ 作为 $x_1$ 和 $x_2$ 的隶属函数, 以矩阵 $\hat{\Omega}$ 作为后件矩阵得到的PSG模糊系统与(1)等价.

该定理是模糊规则库约简的理论基础.

**定义 1** 模糊集 $\{A_1, A_2, \dots, A_n\}$ 称为Ruspini划分<sup>[5]</sup>, 如果对论域中的任意 $x$ , 有 $\sum_{i=1}^n \mu_i(x) = 1$ , 其中 $\mu_i(x)$ 为 $A_i$ 的隶属函数.

如果(1)的前件模糊集都为Ruspini划分, 则

$$\sum_{\theta_1, \theta_2} \int U_{\theta_1, \theta_2}^* du = \sum_{\theta_1, \theta_2} \prod_{j=1}^2 \mu_{j, \theta_j}(x_j^*) = 1,$$

此时, 系统输出(2)变为

$$u^* = \sum_{\theta_1, \theta_2} r_{\theta_1, \theta_2} \prod_{j=1}^2 \mu_{j, \theta_j}(x_j^*). \quad (7)$$

## 2.2 凸包(Convex hull)

$n$ 维空间中点集 $S$ 的凸包是包含 $S$ 的最小凸集, 点集 $S$ 的凸包边界由若干个 $n-1$ 维超平面组成, 这些超平面的交点称为凸包顶点<sup>[6]</sup>.

**定理 2** 矩阵 $A_{m \times n}$ 的 $m$ 行对应 $n$ 维空间中的 $m$ 个点(点集 $S$ ), 若 $S$ 中的点都在 $n-1$ 维超平面 $\mathcal{P}$ 上, 则在 $\mathcal{P}$ 上存在 $n$ 个点, 它们的凸组合<sup>[6]</sup>所形成的闭包包含 $S$ 中所有点. 设由这 $n$ 个点构成的矩阵为 $B_{n \times n}$ , 如果 $B$ 可逆, 则 $AB^{-1}$ 的所有元素都属于区间 $[0, 1]$ .

**证** 以 $n=3$ 为例证明.  $AB^{-1}$ 的几何意义是对 $S$ 中的点进行线性变换, 显然, 在经过该变换后,  $B$ 的各行所对应的点分别影射为:  $p_1(1, 0, 0)$ ,  $p_2(0, 1, 0)$ ,  $p_3(0, 0, 1)$ , 假设 $S$ 中的点经过变换后形成点集 $S_1$ , 根据线性变换和凸包的性质,  $S_1$ 中的所有点都在平面 $x+y+z=1$ 上由 $p_1, p_2, p_3$ 三点所确定的三角形内部, 因此,  $AB^{-1}$ 中的元素都属于区间 $[0, 1]$ .

**证毕.**

## 2.3 矩阵的NN、SS和NO条件(The NN, SS and NO condition of matrix)

**定义 2** 矩阵 $A_{m \times n}$ 满足SN(标准和)条件是指矩阵 $A$ 的每一行元素之和都为1<sup>[7]</sup>, 即 $\text{sum}(A) = \mathbf{1}_{m \times 1}$ , 这里 $\text{sum}(A)$ 表示由 $A$ 的每一行元素之和构成的列向量.

**定义 3** 矩阵 $A$ 满足NN(非负性)条件是指矩阵 $A$ 的所有元素都不小于零<sup>[7]</sup>.

矩阵的SN和NN条件可以推广到隶属函数, 则当模糊集为Ruspini划分时, 相应的隶属函数满足SN和NN条件.

**定义 4** 矩阵 $A$ 满足NO(正态性)条件是指 $A$ 的每一列中都存在一个元素的值为1<sup>[7]</sup>.

**定理 3** 设 $U$ 为正交矩阵, 将 $U$ 按列划分为两个矩阵: $U = [U_{m \times k}^1 \quad U_{m \times (n-k)}^2]$ . 选取非奇异矩阵 $B_{k \times k}$ 满

足 $\text{sum}(B) = \text{sum}((U^1)^T)$ , 则

1) 当 $\text{sum}((U^2)^T) = \mathbf{0}_{(n-k) \times 1}$ 时, 取

$$S_{m \times k} = U^1 B. \quad (8)$$

2) 当 $\text{sum}((U^2)^T) \neq \mathbf{0}_{(n-k) \times 1}$ 时, 取

$$S_{m \times (k+1)} = [U^1 | U^2 \text{sum}((U^2)^T)] \begin{bmatrix} B & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (9)$$

这样得到的 $S$ 都满足SN条件.

**证** 根据正交矩阵和 $\text{sum}$ 的性质很容易得到该结论. **证毕.**

**定理 4** 设 $U_{m \times k}$  ( $m > k$ ) 满足SN条件, 则 $U$ 的各行形成 $k-1$ 维超平面 $\mathcal{P}$ 上的点集 $S$ , 从而有:

1) 在 $\mathcal{P}$ 上求点集 $S$ 的凸包, 如果凸包顶点数为 $k$ , 且由这 $k$ 个点构成方阵 $C$ 可逆, 令 $U_1 = UC^{-1}$ , 则 $U_1$ 满足NO和NN条件, 同时满足SN条件.

2) 如果1)中的凸包顶点数超过 $k$ 或 $C$ 不可逆, 则在 $\mathcal{P}$ 上存在 $k$ 个点( $S_1$ ), 它们的凸组合包含 $S$ 的凸包, 且这 $k$ 个点构成可逆矩阵 $C$ , 令 $U_1 = UC^{-1}$ , 则 $U_1$ 满足SN和NN条件, 但不完全满足NO条件: 若 $C$ 的第 $l$ 行为 $S$ 中的点, 则 $U_1$ 的第 $l$ 列存在值为1的元素.

**证** 由定理2可知,  $U_1$ 的元素属于区间 $[0, 1]$ , 因此 $U_1$ 满足NN条件.

由于 $C$ 的每一行都在超平面 $\mathcal{P}$ 上, 则 $\text{sum}(C) = \mathbf{1}$ , 从而 $\text{sum}(U_1) = \mathbf{1}$ , 因此 $U_1$ 满足SN条件.

根据定理2的证明过程得到1)中 $U_1$ 满足NO条件, 而2)中 $U_1$ 的部分列包含元素1. **证毕.**

## 3 奇异值分解(SVD)

矩阵 $A_{m \times n}$ 的SVD是指将其分解为如下乘积形式:

$$A = U \Sigma V^T, \quad (10)$$

其中 $\Sigma_{m \times n}$ 为对角阵, 其主对角线的元素称为矩阵 $A$ 的奇异值, 设非零奇异值的个数为 $r$ , 则

$$\Sigma = \begin{bmatrix} (\Sigma_r)_{r \times r} & 0_{r \times (m-r)} \\ 0_{(n-r) \times r} & 0_{(n-r) \times (m-r)} \end{bmatrix}, \quad (11)$$

这里 $\Sigma_r$ 为对角方阵, 不失一般性, 设

$$\Sigma_r = \text{diag}\{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_r\}, \text{ 且 } \lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_r > 0.$$

$U_{m \times m}$ 和 $V_{n \times n}$ 分别为正交矩阵, 它们的列向量分别为矩阵 $AA^T$ 和 $A^T A$ 的标准正交特征向量.

$A$ 奇异值的大小表明矩阵 $U$ 和 $V$ 相应列对 $A$ 的重要程度, 因此, 舍去0或相对较小的奇异值可得到矩阵 $A$ 的近似表示. 设保留 $k$ 个奇异值( $k \leq r$ ), 则:

$$A \approx U^{(k)} \Sigma^{(k)} (V^{(k)})^T, \quad (12)$$

其中 $(\Sigma^{(k)})_{k \times k} = \text{diag}\{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k\}$ ,  $(U^{(k)})_{m \times k}$ 和 $(V^{(k)})_{n \times k}$ 分别由下式确定:

$$U = [U^{(k)}|U^{(n-k)}], V = [V^{(k)}|V^{(n-k)}]. \quad (13)$$

矩阵的奇异值分解可利用Jacobi-QR算法<sup>[8]</sup>得到.

#### 4 约简模糊规则库(Fuzzy rule set reduction)

Yam于1997年首先提出将SVD技术应用于模糊规则约简<sup>[9]</sup>, 在其后有许多这方面的研究<sup>[8,10]</sup>.

##### 4.1 规则库的约简(Reduction of rule set)

假设PSG模糊模型的规则库由形如(1)的规则构成, 且设输入变量 $x_1$ 和 $x_2$ 的模糊集为Ruspini划分.

对后件矩阵 $\Omega = (r_{i,j})_{M \times N}$ 进行奇异值分解. 选取适当的整数 $k$ , 得到形如(12)的 $\Omega$ 的近似表示, 并对 $U^{(k)}$ 和 $V^{(k)}$ 进行SN、NN和NO处理, 得到:

$$\hat{\Omega} = \bar{U}_{M \times k_1} \bar{\Sigma}_{k_1 \times k_2} (\bar{V}_{k_2 \times N})^T. \quad (14)$$

这里: 当 $\text{sum}((U^{(M-k)})^T) = \mathbf{0}$ 时,  $k_1 = k$ , 否则 $k_1 = k+1$ , 类似地,  $k_2$ 可为 $k$ 或 $k+1$ , 且矩阵 $\bar{U}$ 和 $\bar{V}$ 满足NN和SN条件, 并满足或近似满足NO条件.

在对 $\bar{U}$ 和 $\bar{V}$ 进行NO处理时, 对于定理4的第2种情形, 为了使矩阵 $\bar{U}$ 和 $\bar{V}$ 尽量满足NO条件,  $S_1$ 中必须尽可能多的包含 $S$ 中的元素.

利用(14)可得到约简后的规则库:

$$\text{If } x_1 \text{ is } \bar{A}_{\bar{\theta}_1}^1 \text{ and } x_2 \text{ is } \bar{A}_{\bar{\theta}_2}^2 \text{ then } u = \bar{r}_{\bar{\theta}_1, \bar{\theta}_2}, \quad (15)$$

其中:  $\bar{r}_{\bar{\theta}_1, \bar{\theta}_2} = \bar{\Sigma}_{\bar{\theta}_1, \bar{\theta}_2}$ , 前件模糊集 $\bar{A}_{\bar{\theta}_1}^1$ 和 $\bar{A}_{\bar{\theta}_2}^2$ 的隶属函数分别为由(5)和(6)确定.

$$\Omega = \begin{bmatrix} -5.00 & -5.00 & -5.00 & -5.00 & -5.00 & -3.75 & -2.50 & -1.25 & 0 & \\ -5.00 & -5.00 & -5.00 & -5.00 & -3.75 & -2.50 & -1.25 & 0 & 1.25 & 2.50 \\ -5.00 & -5.00 & -5.00 & -3.75 & -2.50 & -1.25 & 0 & 1.25 & 2.50 & 3.75 \\ -5.00 & -5.00 & -3.75 & -2.50 & -1.25 & 0 & 1.25 & 2.50 & 3.75 & 5.00 \\ -5.00 & -3.75 & -2.50 & -1.25 & 0 & 1.25 & 2.50 & 3.75 & 5.00 & 5.00 \\ -3.75 & -2.50 & -1.25 & 0 & 1.25 & 2.50 & 3.75 & 5.00 & 5.00 & 5.00 \\ -2.50 & -1.25 & 0 & 1.25 & 2.50 & 3.75 & 5.00 & 5.00 & 5.00 & 5.00 \\ -1.25 & 0 & 1.25 & 2.50 & 3.75 & 5.00 & 5.00 & 5.00 & 5.00 & 5.00 \\ 0 & 1.25 & 2.50 & 3.75 & 5.00 & 5.00 & 5.00 & 5.00 & 5.00 & 5.00 \end{bmatrix}.$$

对 $\Omega$ 进行奇异值分解, 得到 $\Sigma = \text{diag}\{22.677, 22.677, 0.984, 0.984, 0.552, 0.552, 0.343, 0.343, 0\}$ . 假设 $\varepsilon=0.1$ , 根据式(17)可得 $k$ 为2. 在经过SN处理后, 式(14)中的 $k_1$ 和 $k_2$ 的值都为3, 在进行NO和NN处理后得到约简后规则库的后件矩阵为:

$$\hat{\Omega} = \begin{bmatrix} -4.7322 & 0 & -6.6487 \\ 0 & 4.7322 & 6.6493 \\ -6.6493 & 6.6487 & 0 \end{bmatrix}.$$

约简后输入变量的隶属函数如图2所示(该例满足定理4的第2种情形, 即只有两个隶属函数达

由于模糊集 $A_{\theta_1}^1 (\theta_1 = 1, \dots, M)$ 和 $A_{\theta_2}^2 (\theta_2 = 1, \dots, N)$ 为Ruspini划分, 且矩阵 $\bar{U}$ 和 $\bar{V}$ 满足NN和SN条件, 由(5)和(6)可得,  $\bar{A}_{\bar{\theta}_1}^1$ 和 $\bar{A}_{\bar{\theta}_2}^2$ 也分别为Ruspini划分<sup>[9]</sup>.

根据定理1, 系统(15)与(1)近似等价.

##### 4.2 误差边界(Error boundary)

约简后规则总数为 $k_1 \times k_2 \leq (k+1)^2$ , 显然,  $k$ 越小, 约简的效率越高, 但若 $k$ 太小, 则会带来过约简问题. 约简后系统与原系统输出之间的误差为<sup>[8]</sup>:

$$\Delta(k) = |u^* - \bar{u}^*| \leq \sum_{i=(k+1)}^r \lambda_i. \quad (16)$$

对于 $\varepsilon > 0$ , 可按如下方式确定 $k$ 的值:

$$\hat{k} = \min\{k \mid \sum_{i=(k+1)}^r \lambda_i / \sum_{i=1}^r \lambda_i \leq \varepsilon, \varepsilon > 0\}. \quad (17)$$

##### 4.3 步骤(Steps)

约简模糊规则库的步骤如下: 第1步, 生成后件矩阵 $\Omega$ , 并给定 $\varepsilon$ ; 第2步, 对 $\Omega$ 进行奇异值分解; 第3步, 根据式(17)确定 $k$ 的值, 得到形如式(12)的 $\Omega$ 的近似表示; 第4步, 对在第3步中得到的 $U^{(k)}$ 和 $V^{(k)}$ 进行SN、NN和NO处理, 得到形如式(14)的 $\Omega$ 的近似表示; 第5步, 根据式(5)(6)确定约简后的前件隶属函数, 得到形如式(15)的规则库.

##### 5 仿真(Simulation)

假设输入变量 $x_1$ 和 $x_2$ 的隶属函数为如图1所示的三角隶属函数, 且规则库的后件矩阵为:

到1). 约简后规则数为9, 与原规则库相比有显著的减少.

为了检验约简效果, 考虑如下的倒立摆系统:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 32.827 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -14.954 \end{bmatrix} u,$$

其中:  $x_1$ 为倒立摆的偏移角度,  $x_2$ 为角速度,  $u$ 为控制量. 将前述原规则库和约简规则库分别应用于倒立摆系统, 得到 $x_1$ 和 $x_2$ 的变化比较如图3所示, 其中 $(x_1, x_2)$ 的初始值分别取(0.12, -0.4)和(0.06, 0) (在图3中,  $x_2$ 的值都缩小10倍), 控制量 $u$ 的变化比较如

图4所示. 从图3、4可以看出, 将原规则库和约简规则库应用于倒立摆系统所得到的结果几乎相同, 说明本文的约简方法是可行的.

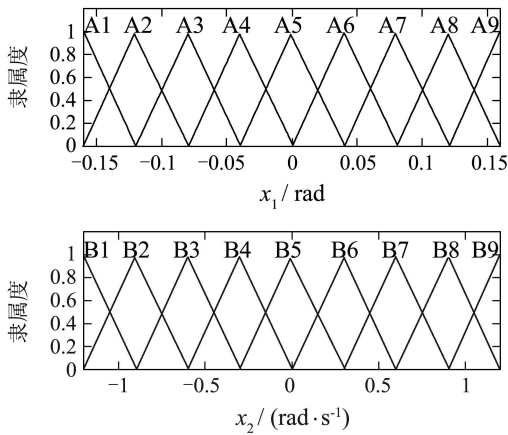


图1 约简前模糊系统输入变量的隶属函数

Fig. 1 Membership function of input variable before reduction

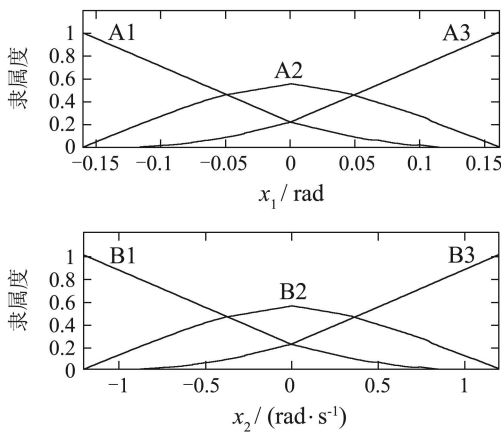


图2 约简后模糊系统输入变量的隶属函数

Fig. 2 Membership function of input variable after reduction

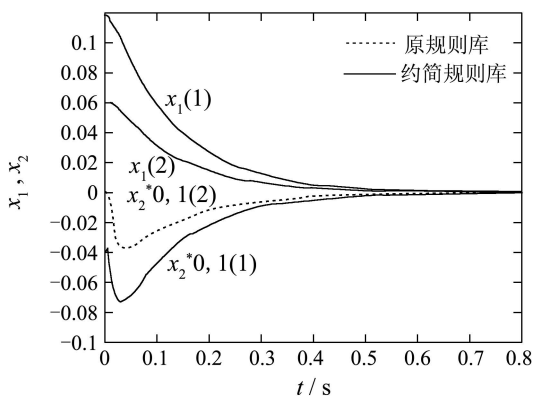


图3 约简前与约简后规则库作用于倒立摆的结果比较

Fig. 3 Compare the result of inverted pendulum using reduced and unreduced rule base respectively

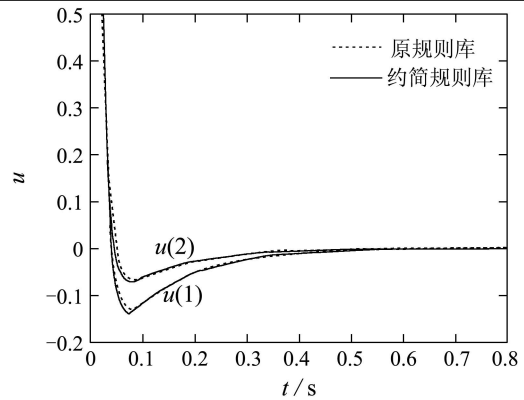


图4 约简前与约简后规则库作用于倒立摆的输入比较  
Fig. 4 Compare the input of inverted pendulum using reduced and unreduced rule base respectively

## 6 结论(Conclusion)

本文利用凸包技术和奇异值分解方法降低前件模糊集的维数, 达到去除冗余规则或次要规则的目的. SVD技术的作用是过滤冗余规则和作用较小的规则, 而凸包技术可以实现约简后模糊规则的非负性和正态性, 从仿真效果可以看出, 这种约简技术是可行的. 与笔者先前工作以及其他相关文献相比, 本文引入凸包技术使约简后的前件隶属函数尽量规范化. 本文考虑输入空间为二维的情形, 所得到的结论可以利用参考文献[7]中的方法推广到高维情形.

## 参考文献(References):

- [1] KAYNAK O, JEZERNIK K. Complexity reduction of rule based models: a survey[C]// *IEEE Internet Fuzzy Systems Conference Proceedings*. Hawaii: IEEE Press, 2002: 1216 – 1221.
- [2] KOCZY L T, HIROTA K. Size reduction by interpolation in fuzzy rule bases[J]. *IEEE Transactions on SMC-PART B: Cyber*, 1997, 27(1): 14 – 25.
- [3] 刘斌, 何建敏, 曹卉宇. 奇异值分解在重构模糊决策系统规则库中的应用[J]. *中国管理科学*, 2005, 13(3): 103 – 107. (LIU Bin, HE Jianmin, CAO Huiyu. Rebuilding PSG Fuzzy Decision-making System Using SVD Method[J]. *Chinese Journal of Management Science*, 2005, 13(3): 103 – 107.)
- [4] MIZUMOTO M. Fuzzy controls by product-sum-gravity method[M] // *Advancement of Fuzzy Theory and Systems in China and Japan*, Beijing, China: International Academic, 1990.
- [5] ORSOLYA T, ANNÁMARIA R. AVD-based complexity reduction of rule-base with nonlinear antecedent fuzzy sets[J]. *IEEE Transactions on Industry Measure*, 2002, 51(2): 217 – 221.
- [6] 周培德. 计算几何-算法设计与分析(第2版)[M], 北京: 清华大学出版社, 2005.
- [7] YAM Y, BARANYI P, YANG C T. Reduction of fuzzy rule base via singular value decomposition[J]. *IEEE Transactions on Fuzzy and Systems*, 1999, 7(2): 120 – 132.

- [2] ZACK B. Distributed planning and control for modular robots with unit-compressible modules[J]. *The International Journal of Robotics Research*, 2003, 22(9): 699 – 715.
- [3] SU H H, LI C F. A fully adaptive decentralized control of robot manipulators[J]. *Automatica*, 2006, 42: 1761 – 1767.
- [4] LIU G J, ABDUL Sajan, GOLDENBERG A A. Distributed modular and reconfigurable robot control with torque sensing[C] // *Proceedings of the 2006 IEEE International Conference on Mechatronics and Automation*. Piscataway, NJ, USA: Institute of Electrical and Electronics Engineers Computer Society. 2006: 384 – 389.
- [5] CHEN W H, CHEN I M, LIM W K, et al. Cartesian coordinate control for redundant modular robots[C] // *Proceedings of the IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics*. Piscataway, NJ, USA: Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc, 2000, 5: 3253 – 3258.
- [6] ESBEN H Q, HENRIK H L. Evolving control for modular robotic units[C] // *Proceedings 2003 IEEE International Symposium on Computational Intelligence in Robotics and Automation*. New York, USA: IEEE Press, 2003: 886 – 892.
- [7] MELEK W W, GOLDENBERG A A. Neurofuzzy control of modular and reconfigurable robots[J]. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2003, 8(3): 381 – 389.
- [8] PLOEN S R. A skew-symmetric form of the recursive Newton-Euler algorithm for the control for multibody systems[C] // *Proceedings of the American Control Conference*. Piscataway, NJ, USA: Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc, 1999: 3770 – 3773.
- [9] SONG Z S, YI J Q, ZHAO D B, et al. A computed torque controller for uncertain robotic manipulator system: Fuzzy approach[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2005, 154: 208 – 226.
- [10] 白萍, 方廷健, 葛运建. 基于计算转矩控制结构的机械手鲁棒神经网络补偿控制[J]. *控制理论与应用*, 2001, 18(6): 897 – 901. (BAI Ping, FANG Tingjian, GE Yunjian. Robust neural-network compensating control for robot manipulator based on computed torque control[J]. *Control Theory & Applications*, 2001, 18(6): 897 – 901.

### 作者简介:

**李英** (1978—), 男, 博士, 2004年和2007年吉林大学控制理论与控制工程专业获工学硕士和博士学位, 主要研究方向为机器人控制、智能控制, E-mail: liyingsmart2004@yahoo.com.cn;

**朱明超** (1980—), 男, 博士研究生, 2006年吉林大学控制理论与控制工程专业获工学硕士, 主要研究方向为机器人控制, E-mail: zhumingchao@email.jlu.edu.cn;

**李元春** (1962—), 男, 教授, 博士生导师, 1990年哈尔滨工业大学获工学博士学位, 研究方向为机器人控制, 复杂系统建模与优化、智能控制等, E-mail: liyc@email.jlu.edu.cn.

### (上接第890页)

- [8] YEM J, WANG L. An SVD-based fuzzy model reduction strategy[C] // *Proceedings of the IEEE International Fuzzy Systems Conference*. New Orleans, Louisiana: IEEE Press, 1996: 835 – 841.
- [9] YAM Y. Fuzzy approximation via grid point sampling and singular value decomposition[J]. *IEEE Transactions on System, Man, Cybern B*, 1997, 27(6): 933 – 915.
- [10] BARANYI P, YAM Y, et al. SVD-based complexity reduction to TS fuzzy models[J]. *IEEE Transactions on Industry Electric*, 2002, 49(2): 433 – 443.

### 作者简介:

**刘斌** (1966—), 男, 副教授, 在职博士研究生, 研究方向为模糊系统与人工智能、模糊控制等, E-mail: nj.liubin@163.com;

**曹卉宇** (1973—), 女, 在职博士研究生, 研究方向为金融工程等, E-mail: nj.hyc@163.com;

**何建敏** (1958—), 男, 教授, 博士生导师, 研究方向为应急管理、金融工程等, E-mail: nj.jian@public1.pu.js.cn.