文章编号: 1000−8152(2008)06−1110−03

采样数据系统传感器故障的H_∞估计

尤富强, 王福利, 关守平
(东北大学 流程工业综合自动化教育部重点实验室, 辽宁 沈阳 110004)

摘要: 本文研究了线性采样系统传感器故障的H_∞估计问题, 提出了该问题有解的充分条件, 并基于线性跳变系统的有界实引理, 给出了传感器故障估计器的参数化设计方法.

关键词: 采样系统; 故障估计; 有界实引理; Riccati方程
中图分类号: TP277 **文献标识码**: A

Estimation of sensor faults for sampled-data systems in H-infinity setting

YOU Fu-qiang, WANG Fu-li, GUAN Shou-ping
(Key Laboratory of Integrated Automation of Process Industry, Ministry of Education, Northeastern University, Shenyang Liaoning 110004, China)

Abstract: This paper investigates the estimation of sensor fault for sampled-data systems in H-infinity setting. The sufficient solvability conditions of the problem are provided. Based on the bounded real lemma for linear system with finite discrete jumps, we proposed an approach for the parameterization design of the sensor fault estimator.

Key words: sampled-data system; fault estimation; bounded real lemma; Riccati equation

1 引言(Introduction)

随着计算机技术的发展, 在大量的工业控制系统中, 越来越多地采用计算机控制技术, 即被控制对象为连续时间系统, 而控制器采用数字控制器, 这就构成所谓的采样数据系统. 对这类系统的故障检测和诊断问题的研究显得越来越有必要.

Viswanadham和Minto在1990年首次研究了采样系统的故障检测[1]. 最近, Fadali等人提出分别基于Chow-Willsky机制[2], 状态观测器[3]和未知输入观测器[4]的多速率采样系统故障检测方法. 上述采样系统的FDI方法均为间接方法. 张萍等首先基于提升方法给出一种采样系统故障检测的直接设计方法[5], 证明了直接设计对干扰的鲁棒性优于间接设计, 同时通过比较干扰完全解耦的矩阵秩条件, 说明采样系统比连续系统的完全解耦条件更严格, 原因是采样效果相当于增加了额外的干扰. 之后, 又提出该方法的频率域形式[6], 并进而将频率域方法扩展用来处理含参数不确定性时的采样系统故障检测[7]. 上述直接方法中, 要求采样系统严格适定，输出方程不含未知输入, 因此只能用来处理采样系统的执行器故障检测, 而无法考虑传感器故障估计. 实际上, 采样系统传感器故障的H_∞估计是一个尚未解决的问题.

本文在H_∞优化框架下, 研究了采样系统的传感器故障估计. 给出了该问题有解的充分条件, 并借助跳变系统的有界实引理提出了传感器故障估计器的参数化设计方法.

符号说明: 本文中, 上标“T”表示矩阵转置, 上标“+”表示矩阵伪逆; $F(\theta^-)$和$F(\theta^+)$表示函数$F(\theta)$的左右极限; $L_2[0,T]$和$l_2(0,T)$分别表示区间$[0,T]$上的平方可积函数空间和区间$(0,T)$上的平方可积向量序列空间; $\|\cdot\|_{[0,T]}$和$\|\cdot\|_{(0,T)}$分别为区间$[0,T]$上的$L_2[0,T]$范数和区间$(0,T)$上的$l_2(0,T)$范数.

2 问题描述(Problem statement)

考虑如下时变采样数据系统:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A(t)x(t) + B_u(t)u(t) + B_w(t)w(t), \\ x(0) = x_0, \end{cases} \tag{1}$$

$$y(\mathrm{i}h) = C(\mathrm{i}h)x(\mathrm{i}h) + f_s(\mathrm{i}h). \tag{2}$$

收稿日期: 2007−03−26; 收修改稿日期: 2008−01−01.
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60774068, 60574050); 中国博士后科学基金资助项目(20070421064).

其中: i是正整数, h是采样周期, $x(t) \in \mathbb{R}^n$是状态变量, x_0是未知初始状态, $y(\mathrm{i}h) \in \mathbb{R}^m$是测量输出, $u(t) \in \mathbb{R}^s$是控制输入, $w(t) \in \mathbb{R}^p$是过程噪声, $f_s(\mathrm{i}h) \in \mathbb{R}^l$是传感器故障信号. $A(t) \in \mathbb{R}^{n\times n}$, $B_u(t) \in \mathbb{R}^{n\times s}$, $B_w(t) \in \mathbb{R}^{n\times p}$和$C(\mathrm{i}h) \in \mathbb{R}^{m\times n}$ 是系数矩阵.

对采样系统的传感器故障估计, 引入H_∞性能指标

$$J_s = \sup_{w,f_s,x_0}\{\frac{\|f_s - \hat{f}_s\|^2_{(0,T)}}{\|w\|^2_{[0,T]} + \|f_s\|^2_{(0,T)} + x_0^{\mathrm{T}}Mx_0}\}^{1/2}. \quad (3)$$

其中:

$$\|w\|^2_{[0,T]} + \|f_s\|^2_{(0,T)} + x_0^{\mathrm{T}}Mx_0 \neq 0,$$
$$(w, f_s, x_0) \in L_2[0,T] \oplus l_2(0,T) \oplus \mathbb{R}^n,$$

$\hat{f}_s$ 是传感器故障f_s的估计, $M > 0$是给定的, 衡量未知初始状态对故障估计性能影响的加权矩阵.

采样系统的$\mathbf{H}_\infty$传感器故障估计问题: 考虑采样系统(1)(2)和H_∞故障估计性能指标(3). 给定反映干扰衰减程度的正数$\gamma > 0$, 设计传感器故障估计器

$$\hat{f}_s(\mathrm{i}h) = g(y(\mathrm{i}h)), \quad (4)$$

使得对所有可能的有界干扰, 包括过程噪声w、故障f_s和初始状态不确定性x_0, 满足最坏情况下的H_∞故障估计性能指标

$$J_s < \gamma. \quad (5)$$

为了设计方便介绍如下跳变系统的有界实引理[8]:

考虑线性跳变系统$\varSigma_1$:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)w(t),\ t \neq \mathrm{i}h,\ x(0) = x_0, \\ x(\mathrm{i}h) = A_d(\mathrm{i}h)x(\mathrm{i}h^-) + B_d(\mathrm{i}h)v(\mathrm{i}h), \\ z(t) = C(t)x(t) + D(t)w(t), \quad t \neq \mathrm{i}h, \\ z_d(\mathrm{i}h) = C_d(\mathrm{i}h)x(\mathrm{i}h^-) + D_d(\mathrm{i}h)v(\mathrm{i}h). \end{cases} \quad (6)$$

其中: x是状态变量, w, v分别是连续和离散输入, z, z_d分别是连续和离散输出. 所有连续参数矩阵都是分段连续的, 所有参数矩阵有界.

考虑L_2诱导范数性能指标

$$J_s = \sup_{w,v,x_0}\{\frac{\|z\|^2_{[0,T]} + \|z_d\|^2_{(0,T)}}{\|w\|^2_{[0,T]} + \|v\|^2_{(0,T)} + x_0^{\mathrm{T}}Mx_0}\}^{1/2}. \quad (7)$$

式中:

$$\|w\|^2_{[0,T]} + \|v\|^2_{(0,T)} + x_0^{\mathrm{T}}Mx_0 \neq 0,$$
$$(w, v, x_0) \in L_2[0,T] \oplus l_2(0,T) \oplus \mathbb{R}^n,$$

$M = M^{\mathrm{T}} > 0$是初始状态x_0的加权矩阵.

引理 1　给定系统(6), 性能(7)和标量$\gamma > 0$, 则下面两项等价[8]:

1) $J_s < \gamma$;

2) 存在有界矩阵函数$P(t) = P^{\mathrm{T}}(t) \geqslant 0$, $\forall\, t \in [0,T]$, 满足

$$\dot{P} = AP + PA^{\mathrm{T}} + (CP + DB^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}}\varDelta^{-1}(CP + DB^{\mathrm{T}}) + BB^{\mathrm{T}}, t \neq \mathrm{i}h, \quad (8)$$

$$\varDelta = \gamma^2 I - DD^{\mathrm{T}} > 0, \quad (9)$$

$$P(\mathrm{i}h) = A_dP(\mathrm{i}h^-)A_d^{\mathrm{T}} + [C_dP(\mathrm{i}h^-)A_d^{\mathrm{T}} + D_dB_d^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}} \cdot \varDelta_d^{-1}[C_dP(\mathrm{i}h^-)A_d^{\mathrm{T}} + D_dB_d^{\mathrm{T}}] + B_dB_d^{\mathrm{T}}, \quad (10)$$

$$\varDelta_d = \gamma^2 I - D_dD_d^{\mathrm{T}} - C_dP(\mathrm{i}h^-)C_d^{\mathrm{T}} > 0, \quad (11)$$

$$P(0) = M^{-1}. \quad (12)$$

3 主要结果(Main results)

考虑下面的采样传感器故障估计器:

$$\dot{\hat{x}}(t) = A(t)\hat{x}(t) + B_u(t)u(t),$$
$$t \neq \mathrm{i}h, \hat{x}(0) = 0, \quad (13)$$

$$\hat{x}(\mathrm{i}h) = \hat{x}(\mathrm{i}h^-) + K(\mathrm{i}h) \cdot [y(\mathrm{i}h) - C(\mathrm{i}h)\hat{x}(\mathrm{i}h^-)], \quad (14)$$

$$\hat{f}_s(\mathrm{i}h) = y(\mathrm{i}h) - C(\mathrm{i}h)\hat{x}(\mathrm{i}h^-). \quad (15)$$

传感器故障估计器(13)～(15)是线性跳变系统. 在采样时刻之间, 估计器状态按照(13)连续变化, 此时估计器和采样系统(1)(2)有相同的状态转移矩阵; 在采样点处, 如式(14)所示, 测量输出信息被用来更新估计器, 估计器状态可能发生跳变; 最后, 式(15)根据测量输出和估计器状态计算出传感器故障估计信号. 传感器故障估计器(13)～(15)的唯一设计参数为增益矩阵$K(\mathrm{i}h)$.

定义状态估计误差$\tilde{x} = x - \hat{x}$ 和传感器故障估计误差$\tilde{f}_s = f_s - \hat{f}_s$, 注意到$x(\mathrm{i}h) = x(\mathrm{i}h^-)$, 从采样系统(1)(2)和传感器故障估计器(13)～(15), 得估计误差系统:

$$\dot{\tilde{x}}(t) = A(t)\tilde{x}(t) + B_w(t)w(t),$$
$$t \neq \mathrm{i}h, \tilde{x}(0) = x_0, \quad (16)$$

$$\tilde{x}(\mathrm{i}h) = [I(\mathrm{i}h) - K(\mathrm{i}h)C(\mathrm{i}h)]\tilde{x}(\mathrm{i}h^-) - K(\mathrm{i}h)f_s(\mathrm{i}h), \quad (17)$$

$$\tilde{f}_s(\mathrm{i}h) = -C\tilde{x}(\mathrm{i}h^-). \quad (18)$$

估计误差系统(16)～(18)是线性跳变系统, 其输入为采样系统的过程噪声和传感器故障, 并具有与采样系统相同的未知初始状态值. 采样系统的传感器故障估计问题实质上等价于要求跳变系统(16)～(18)的输入–输出增益小于给定值. 而后者, 根据已知可由跳变系统的有界实引理解决, 由此得到如下定理:

定理 1　考虑采样系统(1)(2)和性能指标(5),

给定正数$\gamma > 0$, 若存在有界对称矩阵$P(t) > 0$, $\forall\, t \in [0, T]$, 满足下述条件:

$$\dot{P}(t)=AP(t)+P(t)A^{\mathrm{T}}+B_wB_w^{\mathrm{T}},\ t \neq \mathrm{i}h, \tag{19}$$

$$\varDelta_d = \gamma^2 I - CP(\mathrm{i}h^-)C^{\mathrm{T}} > 0, \tag{20}$$

$$P(\mathrm{i}h) = P(\mathrm{i}h^-)[I + C^{\mathrm{T}}\varDelta_d^{-1}CP(\mathrm{i}h^-)]\cdot [I+\gamma^2C^{\mathrm{T}}\varDelta_d^{-1}CP(\mathrm{i}h^-)]^{-1}, \tag{21}$$

$$P(0) = M^{-1}. \tag{22}$$

则采样系统的H_∞传感器故障估计问题有解, 并且由式(13)~(15)描述的传感器故障估计器使得最坏情况下H_∞性能指标$J_s < \gamma$成立. 估计器增益矩阵公式为

$$K(\mathrm{i}h) = P(\mathrm{i}h)C^{\mathrm{T}}. \tag{23}$$

证 根据跳变系统的有界实引理(引理1), 对误差系统(16)~(18), 若存在有界对称矩阵$P(t) \geqslant 0$ 在区间$[0, T]$ 上满足下述关系:

$$\dot{P}(t)=AP(t)+P(t)A^{\mathrm{T}}+B_wB_w^{\mathrm{T}},\ t \neq \mathrm{i}h, \tag{24}$$

$$\varDelta_d = \gamma^2 I - CP(\mathrm{i}h^-)C^{\mathrm{T}} > 0, \tag{25}$$

$$P(\mathrm{i}h) = (I-KC)[P(\mathrm{i}h^-) + P(\mathrm{i}h^-)C^{\mathrm{T}}\cdot \varDelta_d^{-1}CP(\mathrm{i}h^-)](I-KC)^{\mathrm{T}}+KK^{\mathrm{T}}, \tag{26}$$

$$P(0) = M^{-1}, \tag{27}$$

则性能指标$J_s < \gamma$ 成立.

令

$$(I-KC)[P(\mathrm{i}h^-) + P(\mathrm{i}h^-)C^{\mathrm{T}}\varDelta_d^{-1}CP(\mathrm{i}h^-)] = P(\mathrm{i}h), \tag{28}$$

代入式(26), 整理可得

$$K(\mathrm{i}h) = P(\mathrm{i}h)C^{\mathrm{T}}. \tag{29}$$

式(29)代入式(28), 并展开整理得

$$P(\mathrm{i}h) = P(\mathrm{i}h^-)[I + C^{\mathrm{T}}\varDelta_d^{-1}CP(\mathrm{i}h^-)][I + \gamma^2C^{\mathrm{T}}\varDelta_d^{-1}CP(\mathrm{i}h^-)]^{-1}. \tag{30}$$

综合式(24)(25)(27)(29)和(30), 定理得证.

从初始条件(22)开始, 通过迭代求解微分Riccati方程(19)和差分Riccati方程(21), 可以求出跳变Riccati方程在区间$[0, T]$上的全部解, 注意在求解过程中, 要不断检查不等式(20)是否成立, 若成立, 则方程的解存在. 求得矩阵Riccati方程的解后, 按照式(23)计算出增益矩阵, 然后构造由式(13)~(15)描述的传感器故障估计器, 输出故障估计信号. 故障估计误差满足性能指标$J_s < \gamma$, 即过程噪声, 传感器故障和未知初始状态到故障估计误差的最大能量放大倍数小于γ, 在此意义下传感器故障估计器对干扰具有鲁棒性.

注 1 观察差分Riccati方程(21), 可以发现: 当$\gamma = 1$时, $P(\mathrm{i}h) = P(\mathrm{i}h^-)$, 在采样时刻矩阵Riccati方程不发生跳变; 当$\gamma > 1$ 时, $P(\mathrm{i}h) < P(\mathrm{i}h^-)$, 矩阵Riccati方程的解在采样时刻单调减小; 当$\gamma < 1$ 时, $P(\mathrm{i}h) > P(\mathrm{i}h^-)$, 矩阵Riccati方程的解在采样时刻单调增加. 这些是采样系统的H_∞传感器故障估计问题表现出的特殊性质.

4 结论(Conclusion)

在FDI领域, 采样数据系统的传感器故障估计是一个有着重要理论和实际意义的问题. 本文提出了采样数据系统H_∞传感器故障估计有解的充分条件. 研究表明, 借助跳变系统的有界实引理, 采样系统H_∞传感器故障估计的可解性问题等价于求解一组带离散跳变的矩阵Riccati方程. 在有解情况下, 给出了一个满足最坏情况下H_∞故障估计性能指标的采样传感器故障估计器, 估计器具有跳变系统结构, 增益矩阵可由跳变Riccati方程的解构造.

参考文献(References):

[1] VISWANADHAM N, MINTO K D. Fault diagnosis in multirate sampled data systems[C]//*Proceedings of the 29th IEEE Conference on Decision and Control*. Honolulu, Hawaii: IEEE Press, 1990, 6: 3666 – 3671.

[2] FADALI M S, LIU W. Fault detection for systems with multirate sampling[C]//*Proceedings of American Control Conference*. Philadelphia, Pennsylvania: IEEE Press, 1998, 6: 3302 – 3306.

[3] FADALI M S, LIU W. Observer-based robust fault detection for a class of multirate sampled-data linear systems[C]//*Proceedings of American Control Conference*. San Diego, California: IEEE Press, 1999, 1: 97 – 98.

[4] FADLI M S, EMARA-SHABAIK H E. Robust fault detection for a class of multirate linear systems[C]//*Proceedings of American Control Conference*. Chicago, Illinois: IEEE Press, 2000, 2: 1210 – 1214.

[5] ZHANG P, DING S X, WANG G Z. An FDI approach for sampled-data systems[C]//*Proceedings of the American Control Conference*. Arlington, Virginia: IEEE Press, 2001, 4: 2702 – 2707.

[6] ZHANG P, DING S X, WANG G Z. A frequency domain approach to fault detection in sampled-data systems[J]. *Automatica*, 2003, 39(7): 1303 – 1307.

[7] ZHANG P, DING S X, WANG G Z. Fault detection for uncertain sampled-data systems[C]//*Proceedings of the 4th World Congress on Intelligent Control and Automation*. Shanghai: IEEE Press, 2002, 4: 2728 – 2732.

[8] HE L M, YANG X J, WENG Z X. Bounded real lemma for generalized linear system with finite discrete jumps[J]. *Journal of Shanghai Jiaotong University (Science)*, 2006, 11(4): 440 – 444.

作者简介:

尤富强 (1978—), 男, 博士, 讲师, 主要研究方向为时滞系统故障诊断、容错控制等, E-mail: youfuqiang@ise.neu.edu.cn;

王福利 (1957—), 男, 博士, 教授, 主要研究方向为复杂工业过程建模、控制与优化等, E-mail: wangfuli@ise.neu.edu.cn;

关守平 (1965—), 男, 博士, 副教授, 主要研究方向为过程优化控制、网络控制等, E-mail: guanshouping@ise.neu.edu.cn.