

文章编号: 1000-8152(2008)06-1121-07

基于迟滞算子的非平滑三明治系统自适应控制

赵新龙¹, 谭永红², 董建萍³

(1. 浙江理工大学 自动化研究所, 浙江 杭州 310018;

2. 上海师范大学 机械与电子工程学院, 上海 201814; 3. 上海师范大学 数理信息学院, 上海 200234)

摘要: 针对一类具有非平滑的迟滞三明治系统, 提出一种基于神经网络的自适应控制方法. 首先利用神经网络做出了前端动态模块的逆系统实现前端动态模块的近似补偿, 这样将迟滞三明治系统转化成一般的迟滞非线性系统. 然后提出一个迟滞算子将迟滞的多映射转化成一映射, 基于这个迟滞算子设计了神经网络自适应控制器, 通过 Lyapunov 方法证明了系统的稳定性并推导出神经网络的权值自适应调整律和控制律. 最后通过仿真验证了该方案的有效性.

关键词: 迟滞; 三明治系统; 迟滞算子; 神经网络; 自适应控制

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Adaptive control of non-smooth sandwich systems based on hysteretic operator

ZHAO Xin-long¹, TAN Yong-hong², DONG Jian-ping³

(1. Institute of Automation, Zhejiang Sci-Tech University, Hangzhou Zhejiang 310018, China;

2. College of Mechanical and Electronic Engineering, Shanghai Normal University, Shanghai 201814, China;

3. Mathematics and Science College, Shanghai Normal University, Shanghai 200234, China)

Abstract: Considering the special structure of sandwich system, we present a unit inverse system to compensate for the leading dynamic block of the sandwich system, transforming the sandwich system into a common nonlinear system preceded by hysteresis and disturbance. A novel hysteretic operator is proposed to transform the multi-valued mapping of hysteresis into a one-to-one mapping. Applying the hysteretic operator, we develop an adaptive controller for the sandwich system with hysteresis nonlinearity. The control law and adaptive law are derived from Lyapunov stability theorem, so that the ultimate boundedness of the closed-loop system is guaranteed. Simulation results show the efficacy of the proposed scheme in controlling the sandwich systems with hysteresis.

Key words: hysteresis; sandwich system; hysteretic operator; neural networks; adaptive control

1 引言(Introduction)

非平滑三明治系统是指非平滑的非线性夹在两个动态模块之间的一类系统, 这里非平滑的非线性包括死区、间隙、迟滞等, 很多实际系统都具有三明治结构^[1]. 文献[2,3]分别对具有死区和间隙的三明治系统提出了控制方案. 迟滞比死区和间隙更加复杂, 主要体现在迟滞不仅是动态的, 而且具有多映射性和记忆性. 在一些高精度的控制中, 迟滞特性会使得系统产生振动, 降低系统的控制精度, 甚至会导致不稳定^[4]. 在三明治系统的结构中, 由于前一个动态模块的限制, 不能够直接对迟滞进行补偿. 迟滞的复杂性加上三明治系统特殊的结构, 使得传统的控

制方案很难对具有迟滞的三明治系统实现有效的控制.

本文针对三明治系统的特点, 首先采用一个神经网络逆系统来补偿前端动态模块的影响, 使三明治系统变成1个前端串有迟滞环节的非线性系统, 在此基础上, 设计相应的采用伪控制技术的自适应控制器. 考虑到在实际工程中迟滞环节的输出一般不可直接测量的因素, 利用神经网络来在线估计模型误差, 从而估计迟滞的影响. 为此, 提出了一个迟滞算子将多映射的迟滞非线性转换成一一映射, 基于这个迟滞算子设计出相应的神经网络估计器, 对模型误差进行估计, 避免了构造迟滞逆模型的复杂过程.

最后利用Lyapunov方法证明了系统的稳定性并推导出神经网络权值自适应调整律和控制律。

2 三明治系统的描述与转化(Description of sandwich system)

三明治系统的结构见图1所示。

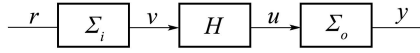


图1 三明治系统的结构

Fig. 1 The structure of sandwich system

3个动态模块描述如下:

$$\Sigma_i: f_i[v^{(n)}, v^{(n-1)}, \dots, v^{(1)}, v, r^{(m)}, r^{(m-1)}, \dots, r^{(1)}, r] = 0. \quad (1)$$

其中: r 是输入, v 是输出, $v^{(n)}$ 是 v 的 n 阶微分, $r^{(m)}$ 是 r 的 m 阶微分, m 和 n 分别是输入输出的阶。

$$H: u = H(v). \quad (2)$$

其中 H 表示迟滞非线性

$$\Sigma_o: \begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = x_3, \\ \vdots \\ \dot{x}_{n-1} = x_n, \\ \dot{x}_n = f_o(x) + g_o(x)u, \end{cases} \quad (3)$$

$$y = x_1. \quad (4)$$

其中: $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$ 是系统状态, u 是输入, y 是输出, $f_o(x)$ 和 $g_o(x)$ 是非线性函数。

假设 Σ_i 可逆,可以得到其神经网络 α 阶积分逆系统^[5].关于系统可逆性的充分必要条件参见文献^[6].当 f_i 的输入、输出及各阶导数均已知,利用神经网络得到 Σ_i 的单位逆系统 $\hat{\Sigma}_i^{-1}$,使得 $\hat{\Sigma}_i^{-1} \Sigma_i \approx 1$.

这样就可以近似补偿 Σ_i 对整个系统的影响,把三明治系统转化成一般的迟滞非线性系统,同时考虑到神经网络不能十分精确的补偿 Σ_i 的影响,即: $\hat{\Sigma}_i^{-1} \Sigma_i = 1 + \varpi$, ϖ 表示有界误差,这样三明治系统可以写成如下形式:

$$H: u = H(v), \quad (5)$$

$$\Sigma_o: \begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = x_3, \\ \vdots \\ \dot{x}_{n-1} = x_n, \\ \dot{x}_n = f_o(x) + g_o(x)u + \xi, \end{cases} \quad (6)$$

$$y = x_1. \quad (7)$$

其中: $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$, $u, y, f_o(x), g_o(x)$ 表示的意义与上述相同. ξ 表示 ϖ 导致的误差, $|\xi| \leq \xi_N$,

且 $\xi_N > 0$.

期望的输出、期望的状态及跟踪误差分别表示为 $y_d(t), x_d = [y_d, \dot{y}_d, \dots, y_d^{(n-1)}]^T, e = x - x_d$. 控制的目标是:设计1个控制信号 $v(t)$,使得 $\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = y_d(t)$.

3 迟滞非线性的一一映射(One-to-one mapping of hysteresis)

由于通常的辨识方法比如神经网络不能直接逼近多映射的迟滞非线性^[7],因此提出1个迟滞算子,将多映射的迟滞非线性转化成一映射,从而可以用神经网络来建立迟滞非线性的模型。

迟滞算子 $h(x)$ 的表达式如下:

$$h(x) = (1 - e^{-|x-x_p|})(x - x_p) + h(x_p). \quad (8)$$

其中: x 表示当前的迟滞算子输入; $h(x)$ 表示当前的迟滞算子输出; x_p 表示与当前输入相邻的先前输入极值; $h(x_p)$ 表示输入极值为 x_p 时的输出极值。

假设 1 迟滞曲线是一条连续的封闭曲线,并且满足次环全等性.次环是指当输入信号在极大与极小值间变化时,在输入输出平面上所形成的封闭轨迹.次环全等指输入信号在不同的时间段内具有相同极值时,迟滞曲线将产生依附于主环,形状全等的次环。

引理 1 设输入信号 x 为有界连续函数.如果存在不同的时刻 t_1 和 $t_2, x(t_1) = x(t_2)$,且 $x(t_1), x(t_2)$ 不是极值点,那么 $h[x(t_1)] \neq h[x(t_2)]$.

证 $h(x)$ 可以分成上升和下降两种形式,其中 $h_{in}(x)$ 是迟滞算子曲线的某个上升段, $h_{de}(x)$ 是迟滞算子曲线的某个下降段.根据式(8)中的参数定义,在上升段, x_p 是极小值;而在下降段, x_p 是极大值.在上升段, $\dot{x}(t) > 0$:

$$h_{in}(x) = [1 - e^{-(x-x_p)}](x - x_p) + h(x_p); \quad (9)$$

在下降段, $\dot{x}(t) < 0$:

$$h_{de}(x) = (1 - e^{x-x_p})(x - x_p) + h(x_p), \quad (10)$$

$$\frac{dh_{in}(x)}{dx} = e^{-(x-x_p)} \cdot (x - x_p) + [1 - e^{-(x-x_p)}] = 1 - \frac{1 - (x - x_p)}{e^{x-x_p}} > 1 - \frac{1}{e^{x-x_p}} > 0. \quad (11)$$

所以 $h_{in}(x)$ 是单调的.同理可以得到 $h_{de}(x)$ 也是单调的。

可以看出,上升曲线 $h_{in}(x)$ 相当于 $h_{in0}(x) = (1 - e^{-x})x, x \geq 0$ 部分的原点由(0,0)平移到极值点 $(x_p, h(x_p))$,下降曲线 $h_{de}(x)$ 相当于 $h_{de0}(x) =$

$(1 - e^x)x, x \leq 0$ 部分的原点由 $(0, 0)$ 平移到极值点 $(x_p, h(x_p))$. 同时注意到 $h_{in0}(-x) = -h_{de0}(x)$, 即 $h_{in0}(x)$ 和 $h_{de0}(x)$ 是奇对称的, 所以 $h_{in}(x)$ 和 $h_{de}(x)$ 是反对称的, 其上升曲线 $h_{in}(x)$ 和下降曲线 $h_{de}(x)$ 只是在极值点处相交. 所以引理 1 得证.

注 1 同时对迟滞算子 $h(\cdot)$ 和迟滞非线性 $H(\cdot)$ 输入相同的信号 $v(t)$ 后, 迟滞算子曲线体现了曲线的上升、转折、下降等迟滞特性的轮廓, 是迟滞曲线的雏形.

引理 2 如果存在不同的时刻 t_1 和 t_2 , 设 $t_1 > t_2$, $h[x(t_1)] - h[x(t_2)] \rightarrow 0$, 则 $x(t_1) - x(t_2) \rightarrow 0$.

证 当 $\dot{x}(t) > 0$ 时, 即在上升段.

由引理 1 知

$$h_{in}(x) = [1 - e^{-(x-x_p)}](x - x_p) + h(x_p)$$

是单调的, 并且

$$\begin{aligned} x(t_1) - x(t_2) \rightarrow 0 \Rightarrow \\ h_{in}[x(t_1)] - h_{in}[x(t_2)] \rightarrow 0. \end{aligned} \quad (12)$$

由反函数的连续性可知

$$\begin{aligned} h_{in}[x(t_1)] - h_{in}[x(t_2)] \rightarrow 0 \Rightarrow \\ x(t_1) - x(t_2) \rightarrow 0. \end{aligned} \quad (13)$$

同理在下降段可得

$$\begin{aligned} h_{de}[x(t_1)] - h_{de}[x(t_2)] \rightarrow 0 \Rightarrow \\ x(t_1) - x(t_2) \rightarrow 0. \end{aligned} \quad (14)$$

综合上述两种情况可以得到

$$\begin{aligned} h[x(t_1)] - h[x(t_2)] \rightarrow 0 \Rightarrow \\ x(t_1) - x(t_2) \rightarrow 0. \end{aligned} \quad (15)$$

引理 2 得证.

定理 1 对于任意满足假设 1 的迟滞非线性, 输入信号 $v(t)$ 为有界连续函数, 则存在连续一一映射 $\Gamma: \mathbb{R}^2 \mapsto \mathbb{R}$, 使得 $H[v(t)] = \Gamma(v(t), h[v(t)])$.

证 首先证明 Γ 是一一映射.

第 1 种情况 如果 $v(t)$ 是极值点, $v(t_1) = v(t_2)$, $h[v(t_1)] = h[v(t_2)]$, 根据迟滞曲线的性质, $H[v(t_1)] = H[v(t_2)]$, 所以 $(v(t), h[v(t)])$ 唯一地对应一个迟滞输出 $H[v(t)]$.

第 2 种情况 如果 $v(t)$ 不是极值点, 根据引理 1, $v(t_1) = v(t_2)$ 时, $h[v(t_1)] \neq h[v(t_2)]$, 即 $(v(t_1), h[v(t_1)]) \neq (v(t_2), h[v(t_2)])$, 把每个数据组 $(v(t), h[v(t)])$ 看成一个输入, 每个输入也唯一地对应一个迟滞输出 $H[v(t)]$.

然后证明 Γ 是连续的.

根据假设 1:

$$\begin{aligned} v(t_1) - v(t_2) \rightarrow 0 \Rightarrow \\ H[v(t_1)] - H[v(t_2)] \rightarrow 0; \end{aligned} \quad (16)$$

根据引理 2:

$$\begin{aligned} h[v(t_1)] - h[v(t_2)] \rightarrow 0 \Rightarrow \\ v(t_1) - v(t_2) \rightarrow 0 \Rightarrow \\ H[v(t_1)] - H[v(t_2)] \rightarrow 0, \end{aligned} \quad (17)$$

所以, 存在连续的一一映射 $\Gamma: \mathbb{R}^2 \mapsto \mathbb{R}$. 使得 $H[v(t)] = \Gamma(v(t), h[v(t)])$.

定理 1 得证.

注 2 下面举例说明定理 1 是如何将迟滞的多映射转化成一一映射. 为了得到 1 个典型的迟滞曲线, 图 2 中迟滞非线性是由 10 个 backlash 叠加组成, 其宽度均匀分布在 $[0.1, 1]$, 输入信号为 $v(t) = 1.5 \sin(0.5t) + 0.5 \sin(3t)$, 迟滞曲线(实线)和迟滞算子曲线(虚线)如图 2 所示. 当输入为 v_1 时, 分别对应迟滞曲线的 A 点和迟滞算子曲线的 a 点. 当输入为 v_2 时, 分别对应迟滞曲线的 B 点和迟滞算子曲线的 b 点. 这样使得迟滞算子曲线提取了迟滞曲线的上升、转折、下降等某些特征, 表现出与迟滞曲线的相似性. 特别地, 在两个不同的时刻 t_1, t_2 , 当 $v(t_1) = v(t_2) = v_3$ 时, $H[v(t_1)] \neq H[v(t_2)]$ (分别对应迟滞曲线的 C 点和 D 点), 从而显示了迟滞的多映射性. 但是 $h[v(t_1)] \neq h[v(t_2)]$ (分别对应迟滞曲线的 c 点和 d 点), 这样, $(v(t_1), h[v(t_1)])$ 唯一的对应 $H[v(t_1)]$, $(v(t_2), h[v(t_2)])$ 唯一的对应 $H[v(t_2)]$. 也就是说, 在 $v - h[v]$ 平面上的一点唯一的对应 1 个迟滞输出 $H[v]$, 从而将迟滞的多映射转化成一一映射.

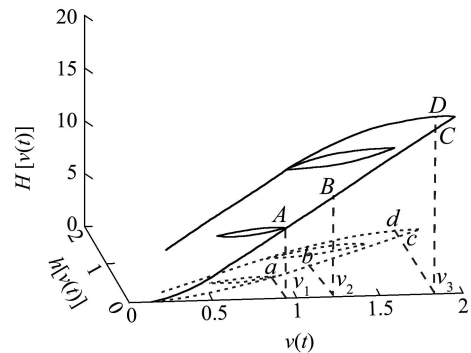


图 2 迟滞曲线和迟滞算子曲线关系图
Fig. 2 The relation between hystereiss and hysteretic operator

4 控制器设计(The controller)

为了便于描述系统的跟踪误差, 定义标量误差 τ :

$$\tau = [\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{n-1}, 1]e = [A^T, 1]e. \quad (18)$$

其中 $A = [\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{n-1}]^T$, 选择适当的参数向量 A , 使得 $s^{n-1} + \lambda_{n-1}s^{n-2} + \dots + \lambda_1$ 为 Hurwitz 多项式. 对方程(18)微分可得

$$\begin{aligned} \dot{\tau} &= \dot{x}_n - y_d^{(n)} + [0, \Lambda^T]e = \\ & f_o(x) + g_o(x)u - y_d^{(n)} + [0, \Lambda^T]e + \xi. \end{aligned} \quad (19)$$

这里由于 u 为迟滞的输出, 不仅与当前的输入 v 有关, 还与 v 的历史值有关, 是未知的, 引入1个可逆近似函数 $\hat{f}(x, v)$, 对式(19)的右端加减 $\hat{f}(x, v)$, 可以得到

$$\begin{aligned} \dot{\tau} &= \\ \delta - \hat{f}(x, v) + F(x, u) - y_d^{(n)} + [0, \Lambda^T]e + \xi &= \\ \delta + \tilde{f}(x, v, u) - y_d^{(n)} + [0, \Lambda^T]e + \xi. \end{aligned} \quad (20)$$

这里: $\delta = \hat{f}(x, v)$ 称为伪控制信号^[8~10],

$$\begin{aligned} F(x, u) &= f_o(x) + g_o(x)u, \\ \tilde{f}(x, v, u) &= F(x, u) - \hat{f}(x, v). \end{aligned}$$

$\hat{f}(x, v)$ 对输入 v 是可逆的, 并且满足

$$\text{sgn} \frac{\partial F}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial v} = \text{sgn} \frac{\partial \hat{f}}{\partial v}, \quad (21)$$

$$\left| \frac{\partial \hat{f}}{\partial v} \right| > \frac{1}{2} \left| \frac{\partial F}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial v} \right| > 0. \quad (22)$$

注3 伪控制信号 $\delta = \hat{f}(x, v)$ 中的 $\hat{f}(x, v)$ 是 $F(x, u)$ 的任意估计函数, 并且对 v 可逆. 伪控制量 δ 可以由以下几部分构成: 神经网络自适应控制器输出, 线性动态补偿器的输出以及鲁棒项等组成.

为避免求迟滞的逆模型, 下面用神经网络来实现 $\tilde{f}(x, v, u)$. 已知3层BP网络能够以任意的精度逼近紧空间上的任意连续函数. 因此, $\tilde{f}(x, v, u)$ 可表示为

$$\tilde{f}(x, v, u) = W^T \sigma(V^T x_{nn}) + \varepsilon. \quad (23)$$

其中: ε 是估计误差, 且 $|\varepsilon| \leq \varepsilon_N, \varepsilon_N > 0$; W, V 分别为输入层到隐层, 隐层到输出层的权; $\sigma(\cdot)$ 为隐层的激励函数, 为Sigmoid函数.

在用BP网络逼近 $\tilde{f}(x, v, u)$ 时, $\tilde{f}(x, v, u)$ 中的 u 为迟滞输出, 一般是不可测量的. 由于迟滞的多映射性, 使得 u 不能由某个迟滞输入 v 唯一确定, 这样就无法确定神经网络的输入从而影响控制器的设计, 为此需要将迟滞的多映射转化成一映射, 使得某个迟滞输入 v 唯一的对应1个迟滞输出 u . 根据定理1, $u = \Gamma(v, h[v])$, 因此 $\tilde{f}(x, v, u) = \tilde{f}(x, v, \Gamma(v, h[v]))$. 根据文献[9], 神经网络的输入 $x_{nn} = (x^T, v(t), \dots, v(t - md), h[v](t), \dots, h[v](t - md))$, 其中 $d > 0$ 是时间延迟, $m \geq 1$.

假设2 W, V 有界且满足 $\|W\|_F \leq W_p, \|V\|_F \leq V_p$, 其中 $W_p > 0, V_p > 0$.

伪控制量 δ 设计为

$$\delta = y_d^{(n)} - K\tau - [0, \Lambda^T]e - v_{ad} + v_r. \quad (24)$$

其中: v_r 为鲁棒项, 用来消除扰动对系统的影响; v_{ad} 为神经网络的输出, $v_{ad} = \hat{W}^T \sigma(\hat{V}^T x_{nn})$, \hat{W}^T, \hat{V}^T 分别为 W, V 的估计值. 由式(20)(24)和 $\tilde{f}(x, v, u)$ 的定义可知, $\tilde{f}(x, v, u)$ 通过 δ 与 v_{ad} 相关, 而 v_{ad} 又用来消除 $\tilde{f}(x, v, u)$ 的影响, 因此需要 $v_{ad} \mapsto \tilde{f}$ 是1个压缩映射. 当 $\hat{f}(x, v)$ 满足式(21)(22)时, 压缩映射的条件成立, 证明过程见附录^[8,9].

由式(23)(24), 式(20)可变换为

$$\begin{aligned} \dot{\tau} &= -K\tau - \hat{W}^T \sigma(\hat{V}^T x_{nn}) + \\ & W^T \sigma(V^T x_{nn}) + v_r + \varepsilon + \xi. \end{aligned} \quad (25)$$

定义权值的估计误差为

$$\tilde{V} = V - \hat{V}, \tilde{W} = W - \hat{W}. \quad (26)$$

应用Taylor公式, 将 $\sigma(V^T x_{nn})$ 在 $\hat{V}^T x_{nn}$ 处展开得

$$\begin{aligned} \sigma(V^T x_{nn}) &= \\ \sigma(\hat{V}^T x_{nn}) + \sigma'(\hat{V}^T x_{nn}) \tilde{V}^T x_{nn} + o(\tilde{V}^T x_{nn})^2. \end{aligned} \quad (27)$$

其中: $\sigma'(\hat{V}^T x_{nn})$ 为 $\sigma(\hat{V}^T x_{nn})$ 的雅可比矩阵; $o(\tilde{V}^T x_{nn})^2$ 为2阶误差项. 结合式(26)(27), 式(25)可以写成

$$\begin{aligned} \dot{\tau} &= -K\tau + \tilde{W}^T (\hat{\sigma} - \hat{\sigma}' \hat{V}^T x_{nn}) + \\ & \hat{W}^T \hat{\sigma}' \tilde{V}^T x_{nn} + v_r + \varepsilon + \xi + w. \end{aligned} \quad (28)$$

其中:

$$\sigma = \sigma(V^T x_{nn}), \hat{\sigma} = \sigma(\hat{V}^T x_{nn}), \hat{\sigma}' = \sigma'(\hat{V}^T x_{nn}).$$

扰动项 w 为

$$w = W^T (\sigma - \hat{\sigma}) + W^T \hat{\sigma}' \hat{V}^T x_{nn} - \hat{W}^T \hat{\sigma}' V^T x_{nn}. \quad (29)$$

这样可以得到 w 的上界为

$$\begin{aligned} \|w\| &\leq \|W\|_1 + \|W\| \|\hat{\sigma}' \hat{V}^T x_{nn}\| + \\ & \|V\|_F \|x_{nn} \hat{W}^T \hat{\sigma}'\|_F \end{aligned} \quad (30)$$

或者

$$\|w\| \leq \rho_w \vartheta_w(\hat{W}, \hat{V}, x_{nn}). \quad (31)$$

其中:

$$\vartheta_w = 1 + \|\hat{\sigma}' \hat{V}^T x_{nn}\| + \|x_{nn} \hat{W}^T \hat{\sigma}'\|_F,$$

$$\rho_w = \max(\|W\|_1, \|W\|, \|V\|_F).$$

定理2 对于控制对象(5)~(7), 且采用如下的控制律和自适应律:

$$v = \hat{f}^{-1}(x, \delta), \quad (32)$$

$$\delta = y_d^{(n)} - K\tau - [0, A^T]e - v_{ad} + v_r, \quad (33)$$

$$\dot{\hat{W}} = F[(\hat{\sigma} - \hat{\sigma}'\hat{V}^T x_{nn})\tau - k\hat{W} \|\tau\|], \quad (34)$$

$$\dot{\hat{V}} = R[x_{nn}\hat{W}^T\hat{\sigma}'\tau - k\hat{V} \|\tau\|], \quad (35)$$

$$\dot{\hat{\phi}} = \gamma[\|\tau\|(\vartheta_w + 1) - k\|\tau\|\hat{\phi}], \quad (36)$$

$$v_r = \begin{cases} -\hat{\phi}(\vartheta_w + 1)\frac{\tau}{\|\tau\|}, & \|\tau\| \neq 0, \\ 0, & \|\tau\| = 0. \end{cases} \quad (37)$$

其中: $F = F^T > 0, R = R^T > 0, \gamma > 0, \phi = \max[\rho_w, (\varepsilon_N + \xi_N)], \tilde{\phi} = \phi - \hat{\phi}$. 则系统中的所有信号是有界的.

证 选取Lyapunov函数:

$$L = \frac{1}{2}\tau^2 + \frac{1}{2}\text{tr}(\tilde{W}^T F^{-1}\tilde{W}) + \frac{1}{2}\text{tr}(\tilde{V}^T R^{-1}\tilde{V}) + \frac{1}{2}\tilde{\phi}^T \gamma^{-1}\tilde{\phi}, \quad (38)$$

对上式求导得

$$\dot{L} = \tau\dot{\tau} + \text{tr}(\tilde{W}^T F^{-1}\dot{\tilde{W}}) + \text{tr}(\tilde{V}^T R^{-1}\dot{\tilde{V}}) + \tilde{\phi}^T \gamma^{-1}\dot{\tilde{\phi}}. \quad (39)$$

把式(28)代入得

$$\begin{aligned} \dot{L} = & -K\tau^2 + \tau v_r + \tau(w + \varepsilon + \xi) + \tilde{\phi}^T \gamma^{-1}\dot{\tilde{\phi}} + \\ & \text{tr}\tilde{W}^T[F^{-1}\dot{\tilde{W}} + (\hat{\sigma} - \hat{\sigma}'\hat{V}^T x_{nn})\tau] + \\ & \text{tr}\tilde{V}^T[R^{-1}\dot{\tilde{V}} + x_{nn}\tau\hat{W}^T\hat{\sigma}']. \end{aligned} \quad (40)$$

利用 $\dot{\hat{W}} = -\dot{\tilde{W}}, \dot{\hat{V}} = -\dot{\tilde{V}}$, 并把式(34)(35)代入得

$$\begin{aligned} \dot{L} = & -K\tau^2 + \tau v_r + \tau(w + \varepsilon + \xi) + \tilde{\phi}^T \gamma^{-1}\dot{\tilde{\phi}} + \\ & k|\tau|[\text{tr}(\tilde{W}^T\hat{W}) + \text{tr}(\tilde{V}^T\hat{V})]. \end{aligned} \quad (41)$$

根据式(31)及 $\phi = \max[\rho_w, (\varepsilon_N + \xi_N)]$, 可以得到

$$\begin{aligned} \dot{L} \leq & -K\tau^2 + \tau v_r + |\tau|\phi(\vartheta_w + 1) - \tilde{\phi}^T \gamma^{-1}\dot{\tilde{\phi}} + \\ & k|\tau|[\text{tr}(\tilde{W}^T\hat{W}) + \text{tr}(\tilde{V}^T\hat{V})]. \end{aligned} \quad (42)$$

把式(36)(37)代入得到

$$\dot{L} \leq -K\tau^2 + k\|\tau\|[\text{tr}(\tilde{W}^T\hat{W}) + \text{tr}(\tilde{V}^T\hat{V}) + \tilde{\phi}^T\hat{\phi}]. \quad (43)$$

定义

$$\tilde{Z} = \begin{bmatrix} \tilde{W} & 0 & 0 \\ 0 & \tilde{V} & 0 \\ 0 & 0 & \tilde{\phi} \end{bmatrix}, \hat{Z} = \begin{bmatrix} \hat{W} & 0 & 0 \\ 0 & \hat{V} & 0 \\ 0 & 0 & \hat{\phi} \end{bmatrix}, Z = \begin{bmatrix} W & 0 & 0 \\ 0 & V & 0 \\ 0 & 0 & \phi \end{bmatrix},$$

式(43)可以变成

$$\dot{L} \leq -K\tau^2 + k\|\tau\|\text{tr}(\tilde{Z}^T\hat{Z}). \quad (44)$$

根据 $\text{tr}(\tilde{Z}^T\hat{Z}) \leq \|\tilde{Z}\|_F\|\hat{Z}\|_F - \|\tilde{Z}\|_F^2$ 可以得到

$$\dot{L} \leq -K\tau^2 + k\|\tau\|(\|\tilde{Z}\|_F\|\hat{Z}\|_F - \|\tilde{Z}\|_F^2), \quad (45)$$

$$\begin{aligned} \dot{L} \leq & -\|\tau\|[K\|\tau\| + k(\|\tilde{Z}\|_F - \frac{\|\hat{Z}\|_F}{2})^2 - \\ & \frac{k\|\hat{Z}\|_F^2}{4}]. \end{aligned} \quad (46)$$

所以, 当 $\|\tau\| > \frac{k\|\hat{Z}\|_F^2}{4K}$ 或 $\|\tilde{Z}\|_F > \|\hat{Z}\|_F$ 时, 上述结论要求式(23)在紧空间 Ω 上成立. 定义紧空间:

$$\Omega_l = \{(\tau, \tilde{Z}) | L(t) \leq l\} \quad (47)$$

满足: $\forall (\tau, \tilde{Z}) \in \Omega_l$, 有 $(x, v, u) \in \Omega^{[10]}$. 其中 l 的取值在下面指定.

由式(38)可知: 在紧空间

$$\Omega_\alpha = \{(\tau, \tilde{Z}) | \|\tau\| \leq \frac{k\|\hat{Z}\|_F^2}{4K}, \|\tilde{Z}\|_F \leq \|\hat{Z}\|_F\} \quad (48)$$

上, $L(t)$ 的最大值为

$$L_{\max} = \max_{\Omega_\alpha}(L) = \frac{k^2\|\hat{Z}\|_F^4}{32K^2} + \frac{\lambda_{\max}(\Gamma)}{2}\|\hat{Z}\|_F^2. \quad (49)$$

其中: $\Gamma = \begin{bmatrix} F^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & R^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & \gamma^{-1} \end{bmatrix}$, $\lambda_{\max}(\Gamma)$ 为矩阵 Γ 的最大特征值.

定义紧空间:

$$\Omega_\beta = \{(\tau, \tilde{Z}) | L \leq L_{\max}\}. \quad (50)$$

当 $\Omega_\beta \subset \Omega_l$ 时, 可得 $l > L_{\max}$. 这样可以得到 l 的取值范围:

$$l > \frac{k^2\|\hat{Z}\|_F^4}{32K^2} + \frac{\lambda_{\max}(\Gamma)}{2}\|\hat{Z}\|_F^2. \quad (51)$$

只要紧空间 Ω 足够大使得式(51)成立, 那么 $L(t) \leq l, (\tau, \tilde{Z}) \in \Omega_l$, 这样 $(x, v, u) \in \Omega$ 成立. 因此可以得出, $\tau, \tilde{W}, \tilde{V}, \tilde{\phi}$ 有界, 从而得到 $e, \hat{W}, \hat{V}, \hat{\phi}$ 有界, 即系统中的所有信号是有界的.

5 仿真研究(Simulation)

考虑如下三明治系统:

前端非线性动态子系统 Σ_i :

$$\begin{aligned} \dot{v} = & -0.2(\sin v - \cos v) - \frac{v}{1+v^2} + \\ & (0.4 \sin v \cos v^2 + 0.8)r, \\ v(0) = & 0. \end{aligned}$$

迟滞非线性 H : 由 $N = 50$ 个backlash相加得到, 即

$$u = H[v(t)] = \sum_{i=1}^N u_i,$$

$$\dot{u}_i = \begin{cases} \dot{v}(t), & \dot{v}(t) > 0, u_i(t) = v(t) - \frac{d_i}{2}, \\ \dot{v}(t), & \dot{v}(t) < 0, u_i(t) = v(t) + \frac{d_i}{2}, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$$

其中 d_i 均匀分布在 $[0.02, 1]$ 之间, 所有backlash的初值均为0.

末端非线性动态子系统 Σ_o :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = (1 - x_1^2)x_2 - x_1 + u, \\ y = x_1. \end{cases}$$

系统的跟踪信号为: $y_d(t) = 0.1\pi[\sin(2t) - \cos t]$.

首先通过一个含有10个隐层节点的BP网络得到 Σ_i 的逆系统, 系统 Σ_i 通过输入 $r(t) = \sin(2t) + \cos t$ 得到500组训练样本 $\{r, (v, \dot{v})\}$. 利用这些样本可以训练BP网络得到逆系统 Σ_i^{-1} . BP网络含有2个输入神经元, 10个隐层神经元和1个输出神经元, 隐层神经元采用Sigmoid函数, 输出神经元采用线性函数. 神经网络的输入为 (v, \dot{v}) . 采用Powell-Beale算法来训练神经网络.

用于逼近误差的神经网络同样采用BP网络, 4个输入节点, 35个隐层节点, 1个输出节点, 隐层的激励函数为 $\sigma(x) = \frac{1}{1 + e^x}$, 其他参数选择为: $\lambda_1 = 2, K = 200, k = 0.001, \gamma = 0.1, F = 8I, R = 5I, \hat{f}(x, v) = v, d = 0.3, m = 1, I$ 是单位阵.

图3表示三明治系统在神经网络自适应控制器作用下的跟踪效果, 系统中迟滞非线性的输入输出变化情况如图4所示, 图5表示神经网络自适应控制器作用下的跟踪误差.

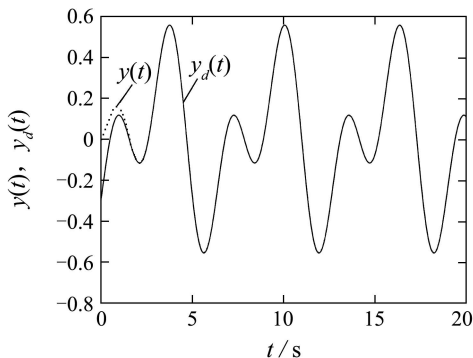


图3 控制器作用下的跟踪效果
Fig. 3 The tracking performance

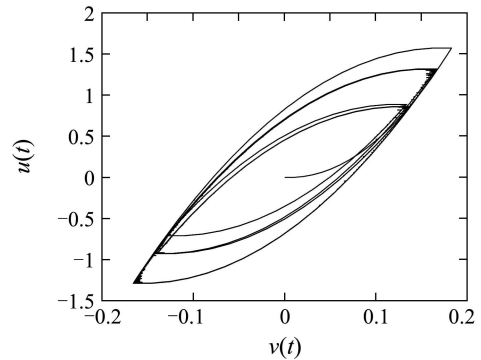


图4 系统中迟滞非线性的输入输出变化情况
Fig. 4 The hysteresis response

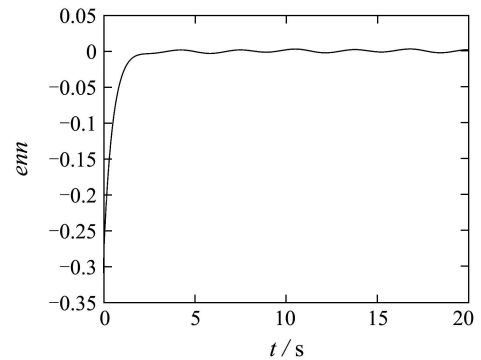


图5 控制器作用下的跟踪误差
Fig. 5 The tracking error

6 结论(Conclusion)

三明治系统特殊的结构以及迟滞非线性的不可微和多映射性, 使得传统的控制方案不再适用. 本文首先通过1个神经网络单位逆系统来补偿三明治系统的前1个动态模块, 把三明治系统转化成1个普通的迟滞非线性系统. 然后通过1个迟滞算子将迟滞的多映射转化成一映射, 基于这个一一映射来设计自适应控制器, 并且利用Lyapunov方法证明了系统的稳定性并推导出神经网络的权值自适应调整律和控制律. 仿真结果验证了该方案的有效性.

参考文献(References):

- [1] TAWARE A, TAO G. Analysis and control of sandwich systems[C]// *Proceedings of the 38th Conference on Decision and Control*. New York: IEEE Press, 1999: 1156 – 1161.
- [2] TAWARE A, TAO G. Design and analysis of a hybrid control scheme for sandwich nonsmooth nonlinear systems[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2002, 47(1): 145 – 150.
- [3] TAO G, MA X, LING Y. Optimal and nonlinear decoupling control of system with sandwiched backlash[J]. *Automatica*, 2001, 37(2): 165 – 176.
- [4] TAO G, KOLOTOVIC P V. Adaptive control of plants with unknown hysteresis[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1995, 40(2): 200 – 212.
- [5] DAI X, LIU J, FENG C. Neural network α -th order inverse system method for the control of nonlinear continuous systems[J]. *IEE Proceeding: Control Theory and Applications*, 1998, 145(6): 519 – 522.

- [6] 李春文, 冯元琨. 多变量非线性控制的逆系统方法[M]. 北京: 清华大学出版社, 1991.
- [7] WEI J D, SUN C T. Constructing hysteretic memory in neural networks[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Part B: Cybernetics*, 2000, 30(4): 601 – 609.
- [8] HOYAKIMYAN N, NANDI F, CALIS A. Adaptive output feedback control of uncertain nonlinear systems using single-hidden-layer neural networks[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2002, 13(6): 1420 – 1431.
- [9] CALIS A, HOYAKIMYAN N, IDAN M. Adaptive output feedback control of nonlinear systems using neural networks[J]. *Automatica*, 2001, 37(6): 1201 – 1211.
- [10] LI C T, TAN Y H. Adaptive output feedback control of systems preceded by the Preisach-type hysteresis[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Part B: Cybernetics*, 2005, 35(1): 130 – 135.

附录(Appendix):

需要 $v_{ad} \mapsto \hat{f}$ 为压缩映射, 即

$$\left| \frac{\partial \hat{f}}{\partial v_{ad}} \right| < 1 \Rightarrow \left| \frac{\partial(F - \hat{f})}{\partial v} \frac{\partial v}{\partial \delta} \frac{\partial \delta}{\partial v_{ad}} \right| < 1 \Rightarrow \left| \frac{\partial(F - \hat{f})}{\partial v} \left(\frac{\partial \hat{f}}{\partial v} \right)^{-1} \right| < 1 \Rightarrow$$

$$\left| \frac{\partial F}{\partial v} - 1 \right| < 1 \Rightarrow \left| \frac{\frac{\partial F}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial v}}{\frac{\partial \hat{f}}{\partial v}} - 1 \right| < 1.$$

上式等价于

$$\operatorname{sgn} \frac{\partial F}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial v} = \operatorname{sgn} \frac{\partial \hat{f}}{\partial v} \quad \left| \frac{\partial \hat{f}}{\partial v} \right| > \frac{1}{2} \left| \frac{\partial F}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial v} \right| > 0,$$

即文中的式(21)(22).

作者简介:

赵新龙 (1977—), 男, 博士, 目前研究方向为非线性系统的智能控制、动态系统建模等, E-mail: zhaoxinlong@hotmail.com;

谭永红 (1958—), 男, 博士, 教授, 博士生导师, 目前研究方向为智能控制、非线性系统建模与控制、故障诊断等, E-mail: tany@guet.edu.cn;

董建萍 (1964—), 女, 副教授, 1987年硕士毕业于中南工业大学工业自动化专业, 目前研究方向为非线性系统建模与控制.

(上接第1120页)

7 结论(Conclusion)

本文介绍了一类有序化移动机器人集群运动控制算法, 该算法可使集群运动成为有序化控制行为; 本文还提出了基于“最小稳定时间”的集群运动分析法, 可以对有序化集群运动进行性能分析. 该算法主要考虑的是简单环境下的机器人集群行为, 若考虑到所处环境的复杂性对机器人的影响, 则可以通过“将集群运动模式同基于行为的仿生控制模式相结合”之方式加以处理, 而这种新的多模态有序化集群运动控制方法将是笔者今后的研究重点.

参考文献(References):

- [1] REYNOLDS C. Flocks, birds, and schools: a distributed behavior model[J]. *Computer Graphics*, 1987, 21(4): 25 – 34.
- [2] TANNER H G, JADBABAIE A, PAPPAS G J. Stable flocking of mobile agents, part I: fixed topology[C]//*Proceedings of IEEE Conference on Decision and Control*. Piscataway: IEEE Press, 2003, 2: 2010 – 2015.
- [3] TANNER H G, JADBABAIE A, PAPPAS G J. Stable flocking of mobile agents, part II: dynamic topology[C]//*Proceedings of IEEE Conference on Decision and Control*. Piscataway: IEEE Press, 2003, 2: 2016 – 2021.

[4] TANNER H G. Flocking with obstacle avoidance in switching networks of interconnected vehicles[C]//*Proceedings of IEEE Internet Conference on Robotics and Automation*. Piscataway: IEEE Press, 2004, 3: 3006 – 3011.

[5] SABER R O, MURRAY R M. Flocking with obstacle avoidance: cooperation with limited communication in mobile networks[C]//*Proceedings of IEEE Conference on Decision and Control*. Piscataway: IEEE Press, 2003, 2: 2022 – 2028.

[6] 俞辉, 王永骥, 程磊. 稳定的有领航者的多移动Agent集群运动控制[J]. 华中科技大学学报(自然科学版), 2005, 33(8): 56 – 58. (YU Hui, WANG Yongji, CHENG Lei. Control of stable flocking motion of multiply-agent with a leader[J]. *Journal of Huazhong University of Science and Technology (Natural Science Edition)*, 2005, 33(8): 56 – 58.)

作者简介:

程磊 (1976—), 男, 讲师, 博士, 主要研究方向为多机器人系统, E-mail: chenglei@wust.edu.cn;

俞辉 (1967—), 男, 副教授, 博士, 主要研究方向为多智能体协调控制, E-mail: yuhui@ctgu.edu.cn;

吴怀宇 (1961—), 男, 教授, 博士, 博士生导师, 主要研究方向为微小型机器人及光机电一体化系统, E-mail: whyjwc@163.com;

王永骥 (1955—), 男, 教授, 博士, 博士生导师, 主要研究方向为神经网络、智能控制及机器人控制, E-mail: wangyjch@hust.edu.cn.