

文章编号: 1000-8152(2008)06-1128-03

网络控制系统的最大允许时延界

郑 萌¹, 张庆灵¹, 宋 敏¹, 邢双云²

(1. 东北大学 系统科学研究所, 辽宁 沈阳 110004; 2. 沈阳建筑大学 理学院, 辽宁 沈阳 110168)

摘要: 提出确定多输入多输出网络控制系统的最大允许时延界的新方法. 由于网络诱导时延的分布特性, 整个多输入多输出网络控制系统实际上是一个多时延系统. 利用李雅普诺夫第二方法, 得到网络控制系统时延相关渐近稳定性判据. 最大允许时延界和输出反馈镇定控制器均可通过求解矩阵不等式(LMI)得到. 仿真比较说明了本文结果的正确性和可行性.

关键词: 网络控制系统; 网络诱导时延; 最大允许时延界; 稳定性
中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Maximum allowable delay bound of networked control systems

ZHENG Meng¹, ZHANG Qing-ling¹, SONG Min¹, XING Shuang-yun²

(1. Institute of Systems Science, Northeastern University, Shenyang Liaoning 110004, China;
2. School of Science, Shenyang Jianzhu University, Shenyang Liaoning 110168, China)

Abstract: A new method is proposed to obtain the maximum allowable delay bound(MADB) of multi-input and multi-output(MIMO) networked control systems. Because the network-introduced delays are distributed, the whole networked control systems(NCSs) are actually systems with multiple delays. The delay-dependent sufficient condition on asymptotical stability of NCSs is derived using the Lyapunov second method. Both the MADB and the output feedback stabilizing controller can be obtained by solving linear matrix inequalities(LMI). Simulation comparison illustrates the correctness and feasibility of our method.

Key words: networked control systems; network-introduced delays; the maximum allowable delay bound(MADB); stability

1 引言(Introduction)

网络控制系统(networked control systems, NCSs)是通过网络形成闭环的反馈控制系统^[1,2], 是一种完全分布式的控制系统, 传感器、执行器和控制器等现场设备直接作为智能节点与通信网络相连, 实现信息的交换. 它是计算机控制技术和网络通信技术相互结合的产物, 同时也是控制理论发展中的崭新课题. 由于通信网络的介入, 必然会导致时延、丢包、时序错乱等问题, 这将很可能导致系统性能下降甚至不稳定. 因此网络控制系统是当前控制理论研究的热点之一.

文[1]针对连续系统模型和连续控制器模型, 提出了最大允许传输间隔(maximum allowable transfer interval, MATI)的概念, 给出系统稳定的充分条件, 但结果比较保守. 文[2]利用混杂系统方法分析网络控制系统稳定性, 但是如果系统的维数很高, 则计算稳定域就会很耗时. 文[3,4]对传统时延系统进行

广泛研究, 研究方法可以应用到确定网络控制系统的MADB问题中. 文[5,6]成功地把传统时滞系统的研究方法应用到网络控制系统的稳定性分析研究中, 但所研究的网络控制系统模型往往理想化且MADB保守性还有待克服. 本文提出确定多输入多输出网络控制系统的最大允许时延界的新方法. 利用李雅普诺夫第二方法, 得到基于LMI形式的时延相关渐近稳定性判据. 最大允许时延界和输出反馈镇定控制器均可以通过求解LMI得到.

2 问题描述(Formulation of the problem)

多输入多输出网络控制系统由被控对象 G_p (包括 r 个传感器, m 个执行器)、控制器和通讯网络组成, 其闭环结构图如图1所示.

被控对象 G_p 状态方程表示为

$$\dot{x}_p(t) = A_p x_p(t) + B_p u_p(t), y_p(t) = C_p x_p(t). \quad (1)$$

其中: $x_p(t) \in \mathbb{R}^{n_p}$, $u_p(t) \in \mathbb{R}^m$, $y_p(t) \in \mathbb{R}^r$.

A_p, B_p 和 C_p 是具有适当维数的常矩阵且 C_p 行满秩. 控制器 G_c 状态方程描述表示为

$$y_c(t) = K u_c(t - \tau_c). \quad (2)$$

其中: $u_c(t) \in \mathbb{R}^r, y_c(t) \in \mathbb{R}^m$ 分别表示控制器输入向量和输出向量, τ_c 为控制器计算时延. $K \in \mathbb{R}^{m \times r}$ 为反馈增益矩阵.

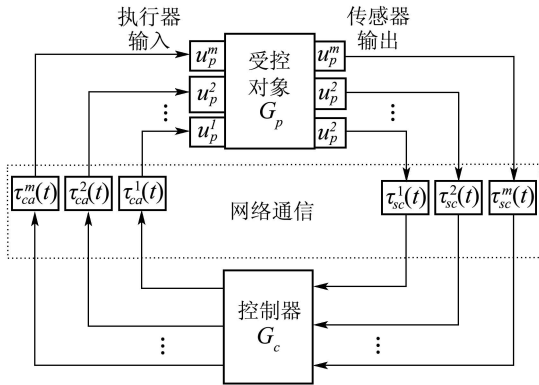


图1 多输入多输出网络控制系统

Fig. 1 MIMO networked control systems

又因为

$$u_c^i(t) = y_p^j(t - \tau_{sc}^j(t)), u_p^j(t) = y_c^i(t - \tau_{ca}^i(t)). \quad (3)$$

将 K, C_p 写成向量形式:

$$K = \begin{bmatrix} K_1 \\ K_2 \\ \vdots \\ K_m \end{bmatrix}, C_p = \begin{bmatrix} C_p^1 \\ C_p^2 \\ \vdots \\ C_p^r \end{bmatrix}. \quad (4)$$

利用式(1)~(4), 得到

$$u_c(t) = \sum_{i=1}^r E_i x_p(t - \tau_{sc}^i(t)), \quad (5)$$

$$u_p(t) = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^m F_j E_i x_p(t - \tau_{sc}^i(t) - \tau_{ca}^j(t) - \tau_c). \quad (6)$$

其中: $E_i \in \mathbb{R}^{r \times n_p}$ 的第 i 行为 C_p^i , 其余行均为零向量; $F_j \in \mathbb{R}^{m \times r}$ 的第 j 行为 K^j , 其余行均为零向量.

联合式(1)~(6), 令 $x^T(t) = [x_p^T(t) \ x_c^T(t)]$ 则有

$$\dot{x}(t) = A_p x_p(t) + \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^m B_p F_j E_i x_p(t - \tau_{ij}(t)). \quad (7)$$

其中 $\tau_{ij}(t) = \tau_{sc}^i(t) + \tau_{ca}^j(t) + \tau_c$.

为讨论方便, 令

$$\begin{aligned} A_0 &= A_p, A_{(i-1)m+j} = B_p F_j E_i, \\ \tau_0(t) &= 0, N = mr, \\ i &= 1, 2, \dots, r, j = 1, 2, \dots, m. \end{aligned}$$

由此得到MIMO网络控制系统的模型:

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=0}^N A_i x(t - \tau_i(t)). \quad (8)$$

其中: $0 < \tau_i(t) \leq h_i, i = 1, 2, \dots, N, \tau_0(t) = 0$.

3 最大允许时延上界的确定方法(Method for obtaining MADB)

定理 1 对于给定的 $h_i > 0$, 如果存在矩阵 $P_1 > 0, P_2, P_3, R_i > 0 (i = 1, 2, \dots, N)$, 满足下面的LMI:

$$\Xi = \begin{bmatrix} \Omega & \Theta_1 & \dots & \Theta_N \\ * & -h_1 R_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ * & * & \dots & -h_N R_N \end{bmatrix} < 0. \quad (9)$$

其中: *代表矩阵中的对称部分,

$$\begin{aligned} \Omega &= P^T \begin{bmatrix} 0 & I \\ \sum_{i=0}^N A_i & -I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & I \\ \sum_{i=0}^N A_i & -I \end{bmatrix} P + \\ &\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \sum_{i=1}^N h_i R_i \end{bmatrix}, \\ \Theta_i &= -h_i P^T \begin{bmatrix} 0 \\ A_i \end{bmatrix}, P = \begin{bmatrix} P_1 & 0 \\ P_2 & P_3 \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

则网络控制系统(9)渐近稳定.

证 首先对系统(9)进行广义变换^[3], 令 $\dot{x}(t) = y(t)$, 有

$$E \dot{\bar{x}}(t) = \begin{bmatrix} 0 & I \\ \sum_{i=0}^N A_i & -I \end{bmatrix} \bar{x}(t) - \sum_{i=0}^N \begin{bmatrix} 0 \\ A_i \end{bmatrix} \int_{t-\tau_i(t)}^t y(s) ds.$$

其中: $\bar{x}^T(t) = [x^T(t) \ y^T(t)]$, $E = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$. 定义Lyapunov函数

$$V(t) = V_1(t) + V_2(t).$$

其中:

$$\begin{aligned} V_1(t) &= \bar{x}^T(t) E P \bar{x}(t), \\ V_2(t) &= \sum_{i=1}^N \int_{-h_i}^0 \int_{t+\theta}^t y^T(s) R_i y(s) ds d\theta, \\ P &= \begin{bmatrix} P_1 & 0 \\ P_2 & P_3 \end{bmatrix}, P_1 > 0, EP = P^T E \geq 0, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(t) &= \bar{x}^T(t) P^T \begin{bmatrix} 0 & I \\ \sum_{i=0}^N A_i & -I \end{bmatrix} \bar{x}(t) - \\ &2 \bar{x}^T(t) P^T \sum_{i=0}^N \begin{bmatrix} 0 \\ A_i \end{bmatrix} \int_{t-\tau_i(t)}^t y(s) ds, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(t) &= \\ &\sum_{i=1}^N (y^T(t) h_i R_i y(t) - \int_{t-\tau_i(t)}^t y^T(\beta) R_i y(\beta) d\beta), \end{aligned}$$

$$\dot{V}(t) \leq \frac{1}{\tau_1(t) \cdots \tau_N(t)} \int_{t-\tau_1}^t \cdots \int_{t-\tau_N}^t \Gamma d\alpha_N \cdots d\alpha_1.$$

其中:

$$\begin{aligned} \Gamma &= \xi^T(t, \alpha_1, \cdots, \alpha_N) \Xi \xi(t, \alpha_1, \cdots, \alpha_N), \\ \xi^T(t, \alpha_1, \cdots, \alpha_N) &= [\bar{x}^T(t) y^T(\alpha_1) \cdots, y^T(\alpha_N)]. \end{aligned}$$

显然式(10)成立时, 系统(9)渐近稳定. 证毕.

4 控制器设计(Controller design)

当式(2)中 K 未知时, 式(10)不是LMI. 下面, 求取 K 的表达式. 不失一般性, 令 $m = 1, r = 2$.

定理 2 对于给定的 $\mu_i > 0, h_i > 0$, 如果存在矩阵 $Q_1 > 0, Q_2, Q_3, Y_i > 0 (i = 1, 2)$, 满足下面的LMI:

$$\begin{bmatrix} \Psi_{11} & \Psi_{12} & 0 & 0 & \Psi_{15} & \Psi_{16} \\ * & \Psi_{22} & \Psi_{23} & \Psi_{24} & \Psi_{25} & \Psi_{26} \\ * & * & \Psi_{33} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & \Psi_{44} & 0 & 0 \\ * & * & * & * & \Psi_{55} & 0 \\ * & * & * & * & * & \Psi_{66} \end{bmatrix} < 0. \quad (10)$$

其中: *代表矩阵中的对称部分,

$$\begin{aligned} \Psi_{11} &= Q_2^T + Q_2, \Psi_{15} = h_1 Q_2^T, \Psi_{16} = h_1 Q_3^T, \\ \Psi_{12} &= Q_3 - Q_2^T + A_0 Q_1 + \sum_{i=1}^2 B_p^T Y_i^T, \\ \Psi_{22} &= -Q_3^T - Q_3, \Psi_{23} = -h_1 B_p Y_1, \Psi_{25} = h_1 Q_3^T, \\ \Psi_{24} &= -h_2 B_p Y_2, \Psi_{26} = h_2 Q_3^T, \Psi_{33} = -h_1 \mu_1 Q_1, \\ \Psi_{44} &= -h_2 \mu_2 Q_1, \Psi_{55} = \frac{-h_1}{\mu_1} Q_1, \Psi_{66} = \frac{-h_2}{\mu_2} Q_1. \end{aligned}$$

则网络控制系统(9)渐近稳定.

证 由式(10)知, P_3 为可逆矩阵. 令

$$Q = P^{-1} = \begin{bmatrix} Q_1 & 0 \\ Q_2 & Q_3 \end{bmatrix}, \Delta_1 = \text{diag}\{Q, Q_1, Q_1\},$$

对式(10)左右两边分别乘以 Δ_1^T 和 Δ_1 , 利用Shur补引理并令 $R_i = \mu_i Q_1^{-1} (i = 1, 2)$, 其中 μ_i 为调节因子. 令 $Y_1 = K E_1 Q_1, Y_2 = K E_2 Q_1$. 于是, 定理2得证.

如果定理2可行, 控制器设计步骤如下:

Step 1 求解方程 $Y_1 = K E_1 Q_1, Y_2 = K E_2 Q_1$, 得到: $K E_1 = Y_1 Q_1^{-1}, K E_2 = Y_2 Q_1^{-1}$.

Step 2 由 E_1, E_2 的特殊结构可知: $K C_p = (Y_1 + Y_2) Q_1^{-1}$. $K = (Y_1 + Y_2) C_p^T (C_p C_p^T)^{-T}$ 是唯一解或极小最小二乘解.

Step 3 将Step 2中的 K 带入式(11), 如果式(11)

可行, 则 $K = (Y_1 + Y_2) C_p^T (C_p C_p^T)^{-T}$ 为所求控制律.

5 仿真比较(Simulation and comparison)

考虑如下受控对象:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -0.1 & -1 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t), \\ y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0.2 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix} x(t). \end{cases} \quad (11)$$

根据定理2, 对于给定的 $h_1 = 1.5, h_2 = 1.4, \mu_1 = \mu_2 = 0.2$. 根据可行解 Y_1 和 Y_2 构造 K :

$$K = (Y_1 + Y_2) C_p^T (C_p C_p^T)^{-1} = [-0.2622 \quad -0.1035].$$

再将所得 K 带回式(11), 经检验式(11)可行. 于是系统(12)在输出反馈控制器作用下可镇定.

6 结论(Conclusion)

文中提出确定多输入多输出网络控制系统的最大允许时延界的新方法. 利用李雅普诺夫第二方法, 得到基于LMI形式的时延相关渐近稳定性判据. 最大允许时延界和输出反馈镇定控制器均可以通过求解LMI得到.

参考文献(References):

- [1] WALSH G C, YE H, BUSHNELL L G. Stability analysis of networked control systems[J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2002, 10(3): 438 - 446.
- [2] ZHANG W, BRANICKY M S, PHILLIPS S M. Stability of networked control systems[J]. *IEEE Control Systems Magazine*, 2001, 21(1): 84 - 99.
- [3] FRIDMAN E, SHAKED U. An improved stabilization method for linear time-delay systems[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2002, 47(11): 1931 - 1937.
- [4] XU S Y, LAM J. Improved delay-dependent stability criteria for time-delay systems[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2005, 50(3): 384 - 387.
- [5] PARK H S, KIM Y H, KIM D S. A scheduling method for network based control systems[J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2002, 10(3): 318 - 330.
- [6] KIM D S, LEE Y S, KWON W H. Maximum allowable delay bounds of networked control systems[J]. *Control Engineering Practice*, 2003, 11(11): 1301 - 1313.

作者简介:

郑萌 (1983—), 男, 东北大学在读硕士研究生, 目前研究方向为网络控制系统, E-mail: zhengmeng_6@126.com;

张庆灵 (1956—), 男, 东北大学教授, 博士生导师, 目前研究方向为网络控制系统、广义系统等, E-mail: qlzhang@mail.neu.edu.cn;

宋敏 (1982—), 女, 东北大学在读硕士研究生, 目前研究方向为广义系统, E-mail: shi.12-12@163.com;

邢双云 (1979—), 女, 东北大学在读硕士研究生, 目前研究方向为网络控制系统, E-mail: xsyangel25@163.com.